

高等数学

全真模拟试卷（三）



单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} + \arctan \frac{1}{x}$ 的定义域是（ ）.

A. $[-3,0) \cup (0,3]$

B. $[-3,3]$

C. $(-3,0) \cup (0,3)$

D. $(-3,3)$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} |x-5|, & x \leq 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}$, 则 $f[f(12)]$ 等于（ ）.

A. 0

B. 5

C. 7

D. 2

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $x \ln(1+x^2)$ 是比 $\sin x^n$ 高阶的无穷小, 而 $\sin x^n$ 是比 $e^x - 1$ 高阶的无穷小, 则正整数 n 等于（ ）.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

4. 设 $y = \int_0^x (-t+2)dt$, 则 y 有（ ）.

A. 极小值 2

B. 极小值 -2

C. 极大值 2

D. 极大值 -2

5. 设有直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x = -t+1 \\ y = -t-1 \\ z = 2t+1 \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的夹角为（ ）.

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$

 计算题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+3}-x)$.

17. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\ln(x^2+y)=x^2+y \sin x$ 确定, 求 $y'(0)$.

18. 求曲线 $y=x^2+2x-3$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程与法线方程.

19. 求 $\int \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x}} dx$.

20. 已知 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < 0 \\ \ln(1+e^x), & x \geq 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 求常数 a 与 b .

21. 求过点 $A(0, -2, 1)$ 且与两平面 $x+y-2z=1$ 和 $2x+y+z=2$ 都平行的直线方程.

22. 求微分方程 $(1+y^2)y' = \ln x$ 满足初值条件 $y|_{x=1} = 0$ 的特解.



四、应用题(本大题共2小题,23题7分,24题8分,共15分)

23. 设曲线 $y = 2\sqrt{x}$ 与直线 $y = 3 - x$ 和 $x = 0$ 所围成的平面图形为 D , 求:

(1) D 的面积 S ;

(2) D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

24. 某商家销售某商品, 其销售量 Q (单位: 件) 与销售价格 P (单位: 万元) 的函数关系为 $Q = 28 - P$, 商品的成本函数为 $C(Q) = \frac{1}{2}Q^2 + 4Q + 180$. 假设销售 1 件商品, 政府要征税 a 万元. 求:

(1) 商家缴税后获得最大利润时的销售量 Q .

(2) 每件商品的税收 a 定为何值时，商家获得最大利润且政府税收总额也最大？

电子工业出版社版权所有
盗版必究