

第 1 章 静力学基本概念和物体受力分析

【内容提要】本章主要介绍三部分内容：一是静力学基本概念(力、刚体、平衡和约束)；二是力的四个基本性质；三是物体的受力分析(能正确地分析受力情况，画出单个物体和物系的受力图，这是本章的重点)。它们是工程力学中重要的基本内容。

1.1 静力学的基本概念——刚体和力

在静力学中，经常用到刚体和力这两个基本概念，下面分别加以阐述。

1. 刚体的概念

所谓刚体是在力的作用下，保持形状和大小不变的物体。这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下，都会产生程度不同的变形。但是，这些微小的变形，对研究物体的平衡问题不起主要作用，可以略去不计，这样可使问题的研究大为简化。这种撇开次要矛盾，抓住主要矛盾的作法是科学的抽象。但是，不应该把刚体的概念绝对化。例如，在研究飞机的平衡问题或飞行规律时，我们可以把飞机看作刚体；可是在研究飞机的颤振问题时，机翼等的变形虽然非常微小，但必须把飞机看作弹性体；又例如，在计算某些工程结构时，如果不考虑它们的变形，而仍使用刚体的概念，则问题将成为不可解的。

2. 力的概念

力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，并使物体变形。

力的概念是从劳动中产生的，是人们在生活和生产中通过反复的观察、实验和分析而逐渐形成的。用手推小车，小车由静止开始移动；受到地球引力作用，自高空落下的物体，速度越来越快；锻压加工时，工件受到锻锤的打击而产生变形；挑扁担时肩膀感觉受到压力的作用，同时扁担也变弯了等等。

由上可知，物体受力后产生两种效应：

① 力改变物体的机械运动状态(称为力的运动效应或外效应)。原来静止的物体，在力的作用下将由静止开始运动，如机床的启动、汽车开动；行驶的汽车刹车时，靠摩擦力使它停止下来。

有时几个力作用在物体上，并不改变客观存在的运动状态，这是因为作用在物体上的这些力互相平衡，它们的运动效果互相抵消的缘故。

② 力使物体产生变形(称力的变形效应或内效应)。如弹簧受力会伸长，起重机横梁在起吊重物时会产生弯曲变形。

应当指出，既然力是物体间相互的机械作用，因此力不能脱离物体而存在。力虽然看不见，但它的作用效应完全可以通过直接观察，或用仪器测量出来。实际上，人们也正是从力的作用效应来认识力本身的。

实践表明,力对物体的作用效果取决于三个要素:力的大小、力的方向、力的作用点。只要其中的任何一个要素改变,该力对物体的作用效应就要改变。

力是矢量,可记作 F 。如图 1-1 中的 F 是用一个带箭头的有向线段 AB 来同时表示力的三个要素,也就是:

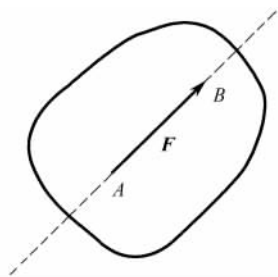


图 1-1

① 力的大小 表示物体的机械作用的强弱。用线段 AB 的长度按一定的比例表示。在国际单位制中,以“牛[顿]”作为力的单位,记作 N 。有时也以“千牛[顿]”作为单位,记为 kN , $1kN=10^3N$ 。

② 力的方向 表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向,用箭头表示力的方向。

③ 力的作用点 作用点是力作用在物体上的部位。如果力作用的面积很小,可近似地看成作用在一个点上,这种力称为集中力,通常用 F 或 P 表示。力作用的点称为力的作用点,如图 1-2(a)和图 1-2(b)所示的单臂吊车的水平梁 AB ,在 B 点和 C 点分别受到集中力 T 和 P 的作用。

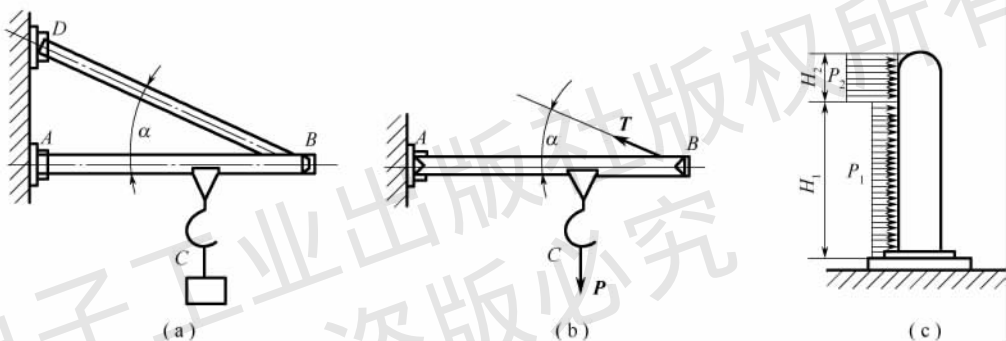


图 1-2

如果两个物体相互作用,而力的作用范围较大时,这种力称为分布载荷。如图 1-2(c)所示作用于化工塔器上的风载 P_1 和 P_2 。当分布载荷均匀分布时,称为均布载荷,均布载荷密度用 q 表示,单位为牛/米(N/m)或千牛/米(kN/m)。

在静力学中,用黑体字母表示矢量(如 \mathbf{F}),而用普通字母表示力的大小(如 F)。

1.2 静力学公理

为了研究力系的简化和平衡条件以及物体的受力分析等问题,先研究两个力的合成和平衡以及两个物体间的相互作用等最基本的力学规律。这些规律是人们在生活和生产活动中长期积累的经验总结,又经过实践的反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律,称为静力学公理。

1. 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向,由这两个力的力矢为邻边构成的平行四边形的对角线矢量确定,如图 1-3 所

示。或者说，合力矢等于这两个力矢的几何和，即

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

这个公理总结了最简单的力系简化的规律，它是较复杂力系简化的基础。

2. 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且在同一直线上。如图 1-4 所示，即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

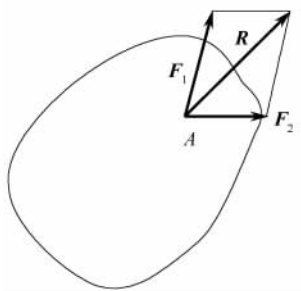


图 1-3

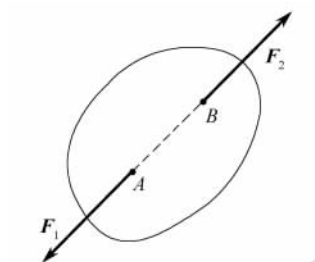


图 1-4

这个公理总结了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体，这个条件是既必要又充分的；但对于非刚体，这个条件是不充分的。例如，软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

工程上将不计自重，只受两个力作用而处于平衡的物体称为二力杆。工程中的二力杆是很常见的，如图 1-5(a) 所示结构中的 BC 杆，不计其自重时，就可视为二力杆或二力构件。其受力如图 1-5(b) 所示，其中 $\mathbf{F}_B = -\mathbf{F}_C$ 。

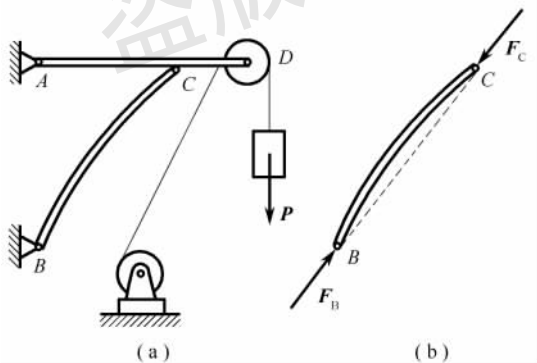


图 1-5

3. 加减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。就是说，如果两个力系只相差一个或几个平衡力系，则它们对刚体的作用是相同的，因此可以等效替换。

这个公理对于研究力系的简化问题很重要。

根据上述公理可以得到力的可传性原理：作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线

移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

证明:设有力 F 作用在刚体上的 A 点,如图 1-6(a)所示。根据加减平衡力系原理,可在力的作用线上任取一点 B ,并加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 ,使 $F = F_1 = -F_2$,如图 1-6(b)所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系,故可除去;这样只剩下一个力 F_2 ,如图 1-6(c)所示。于是,原来的力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 互等。而力 F_2 就是原来的力 F ,只是作用点移到了 B 点。

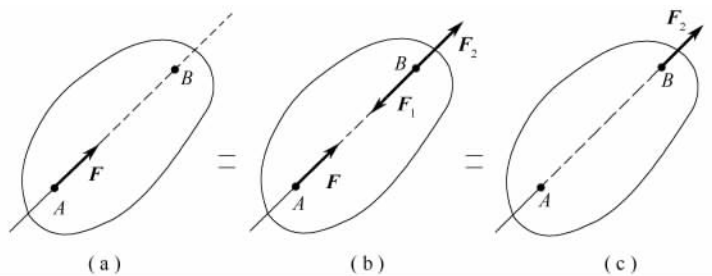


图 1-6

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效果的要素,它已为作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。

必须注意,加减平衡力系公理不适用于变形体,只适用于刚体。

4. 作用和反作用定律

任何两个物体间相互作用的作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反,其作用线在同一直线上,并分别作用在两个相互作用的物体上。

这个公理概括了自然界的物体相互作用的关系,表明作用力和反作用力总是成对出现的。有作用力必有反作用力。

必须强调指出,作用力和反作用力不是作用在同一物体上,而是分别作用在两个相互作用的物体上,因此,二者不能相互平衡,要把作用与反作用定律和二力平衡公理严格区别开来。读者试分析如图 1-7 所示的各力之间的关系。

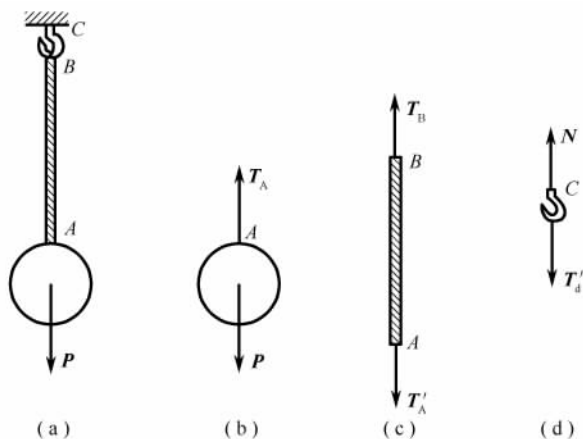


图 1-7

1.3 约束和约束反力

有些物体,例如飞行的飞机、炮弹和火箭等,它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为自由体。而有些物体,例如机车、电机转子、机床的刀具、桥梁的桁架和吊车钢索上悬挂的重物等,它们在空间的位移都受到一定的限制。如机车受铁轨的限制,只能沿轨道运动;电机转子受轴承的限制,只能绕轴线转动;重物受钢索的限制,不能下落等。位移受到限制的物体称为非自由体。对非自由体的某些位移起限制作用的周围物体称为约束。例如铁轨对于机车、轴承对于电机转轴、吊车钢索对于重物等,都是约束。

既然约束阻碍着物体的运动,也就是约束能够起到改变物体运动状态的作用,所以约束对物体的作用,实际上就是力,这种力称为约束反力,简称反力。因此,约束反力的方向必与该约束所能够阻碍的运动方向相反。应用这个准则可以确定约束反力的方向或作用线的位置。约束反力的大小总是未知的。在静力学问题中,约束反力和物体受到的其他已知力(称主动力)组成平衡力系,因此可用平衡条件求出约束反力。

下面介绍几种在工程实际中常遇到的简单的约束类型和确定约束反力的方法。

1. 光滑接触表面约束

例如,支持物体的固定平面(见图 1-8)、啮合齿轮的齿面(见图 1-9)、机床中的导轨等,当表面非常光滑,摩擦可忽略不计时,都属于这类约束。



图 1-8



图 1-9

这类约束不能限制物体沿约束表面切线的位移,只能阻碍物体沿接触表面法线并向约束内部的位移。因此,光滑支撑面对物体的约束反力,作用在接触点处,方向沿接触表面的公法线,并指向受力物体。这种约束反力称为法向反力,用 N 表示,如图 1-8 中的 N_A 和图 1-9 中的 N_B 。

2. 柔性约束

绳索、链条或皮带等柔性物体构成的约束即为柔性约束,如图 1-10(a)所示。由于柔软的绳索本身只能承受拉力,如图 1-10(b)所示,所以它给物体的约束反力也只能是拉力,如图 1-10(c)所示。因此,绳索对物体的约束反力,作用在接触点,方向沿着绳索背离物体。通常用 T 或 S 表示这类约束反力。

链条或皮带也都只能承受拉力,当它们绕过轮子时,约束反力沿轮缘的切线方向,如图 1-11 所示。

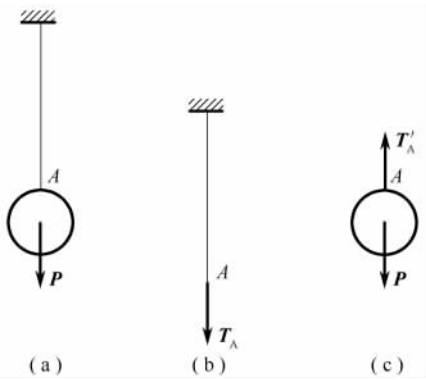


图 1-10

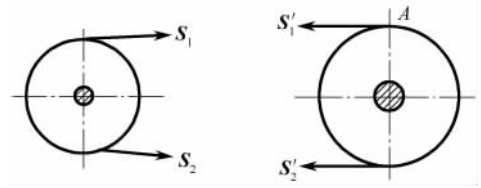


图 1-11

3. 光滑铰链约束

这类约束有向心轴承、圆柱销铰链和铰链支座等。

(1) 向心轴承

如图 1-12(a) 所示为轴承装置, 可画成如图 1-12(b) 和图 1-12(c) 所示的简图。轴可在孔内任意转动, 也可沿孔的中心线移动, 但是, 轴承阻碍着轴沿径向的位移。设轴和轴承在点 A 接触, 且摩擦忽略不计, 则轴承对轴的约束反力 N_A 作用在接触点 A , 沿公法线且指向轴心, 如图 1-12(a) 所示。

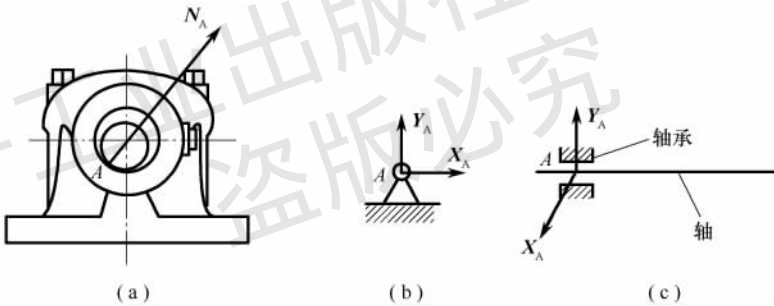


图 1-12

但是, 随着轴所受的主动动力不同, 轴和孔的接触点的位置也随之不同。所以, 当主动力尚未确定时, 约束反力的方向预先不能确定。然而, 无论约束反力朝向何方, 它的作用线必垂直于轴线并通过轴心。通常把这样一个方向不能预先确定的约束反力, 用通过轴心的两个大小未知的正交分力 X_A 和 Y_A 来表示。

(2) 圆柱销铰链和固定铰链支座

如图 1-13(a) 所示的拱形桥, 它是由左、右两拱通过圆柱铰链 C 以及固定铰链支座 A 和 B 连接而成。圆柱铰链简称铰链, 它是由销钉 C 将两个钻有同样大小孔的构件连接在一起而成, 如图 1-13(b) 所示, 其简图如图 1-13(a) 所示的铰链 C 。如果两个构件中有一个固定在地面或机架上, 则这种约束称为固定铰链支座, 简称固定铰支。如图 1-13(b) 所示的支座 B , 其简图如图 1-13(a) 所示的固定铰链支座 A 和 B 。

显然, 这种圆柱铰链与轴和轴承孔的配合相似。因此, 它与轴承具有同样的约束性质,

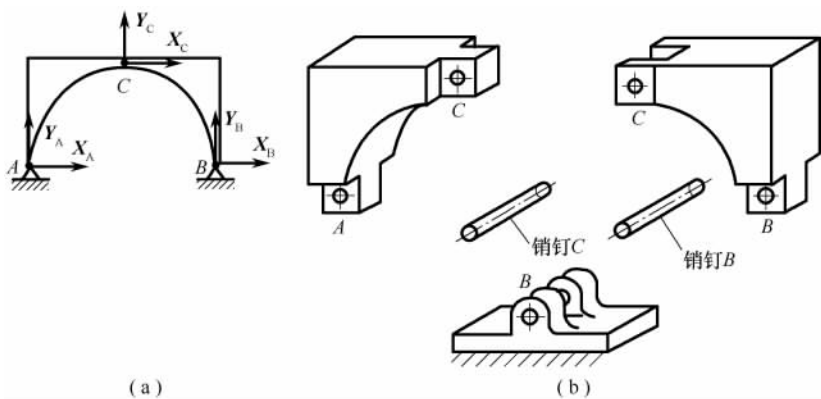


图 1-13

即约束反力的作用线不能预先定出,但约束反力垂直轴线并通过铰链中心,故也可用两个大小未知的正交分力 X_A 、 Y_A 、 X_B 、 Y_B 和 X_C 、 Y_C 来表示,如图 1-13(a)所示。

(3) 活动铰链支座

如图 1-14(a)所示钢桥架的 B 端支座,在支座和支撑面之间有辊轴,就称为活动铰链支座,又称辊轴支座,其结构如图 1-14(b)所示。图 1-14(c)和图 1-14(d)所示是这种支座的结构简图,它不能限制结构沿接触面切线移动,但可限制沿接触面法线方向的移动,所以只有一个约束反力 N ,垂直于支撑面,但指向一般是未知的。

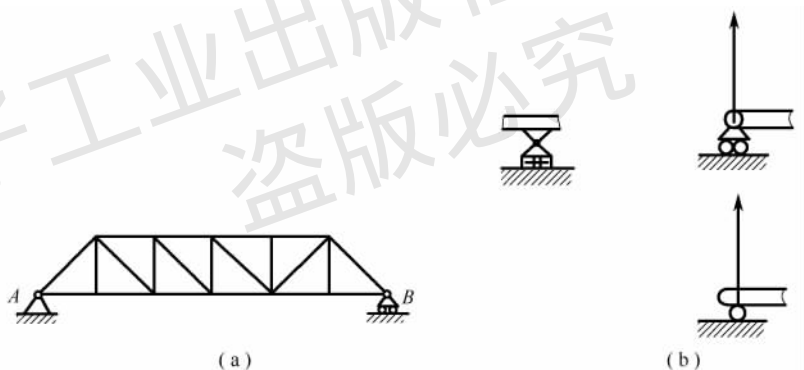


图 1-14

上述三种约束(向心轴承、铰链和固定铰链支座),它们的具体结构虽然不同,但构成约束的性质是相同的,都可简化为光滑铰链。此类约束的特点是只限制两物体径向的相对移动,而不限制两物体绕铰链中心的相对转动。

以上只介绍了几种简单约束,在工程实际中,约束的类型远不止这些,有的约束比较复杂,分析时需要进行简化或抽象化,在以后的相关章节中,我们将加以介绍。

1.4 物体的受力和受力图

作用在物体上的力可分为两类:一类是主动力,例如物体的重力、风力、气体压力等;另

一类是约束对于物体的约束反力,为未知的被动力。

在工程实际中,为了求出未知的约束反力,需要根据已知力,应用平衡条件求解。为此,首先要确定构件受了几个力,每个力的作用位置和力的作用方向,这个分析过程称为物体的受力分析。

为了清楚地表示物体的受力情况,我们把需要研究的物体(称为受力体)从周围的物体(称为施力体)中分离出来,单独画出它的简图,并画出主动力和全部约束反力,称为受力图。

画物体受力图是解决静力学问题的一个重要步骤,下面举例说明。

[例 1-1] 画出图 1-15(a)中球形物体的受力图。

解:取圆球为研究对象,画出其轮廓简图。

首先画主动力 G ,再根据约束特性,画约束反力。圆球受到斜面的约束,如不计摩擦,则为光滑点接触,故圆球受斜面的约束反力 N_A ,作用在接触点 A ,沿斜面与球接触点的公法线方向并指向球心;圆球在连接点 B 受到绳索 AB 的约束反力 T_B ,沿绳索轴线而背离圆球。圆球受力图如图 1-15(b)所示。

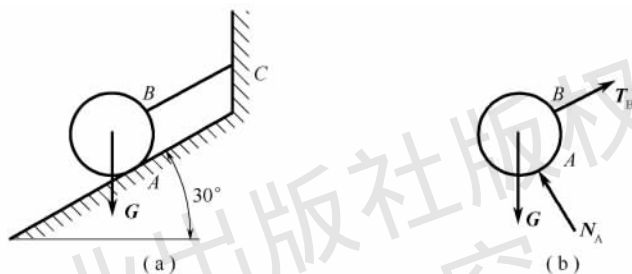


图 1-15

[例 1-2] 简支梁 AB 如图 1-16(a)所示。 A 端为固定铰链支座, B 端为活动铰链支座,并放在倾角为 α 的支撑斜面上,梁 AC 段受到垂直于梁的均布载荷的作用,均布载荷密度为 $q(\text{N/m})$;梁在 D 点受到与梁轴线成 β 倾角的集中载荷 Q 的作用。梁的自重不计,试画出梁的受力图。

解:画出梁 AB 的轮廓。

画主动力 有均布载荷 q 和集中载荷 Q 。

画约束反力 梁在 A 端为固定铰链支座,约束反力可以用 X_A 和 Y_A 两个分力来表示,并假设为图 1-16(b)中的指向; B 端为活动铰链支座,其约束反力 N_B 通过铰链中心而垂直于倾斜支撑面。梁的受力图如图 1-16(b)所示。

[例 1-3] 如图 1-17(a)所示的三铰拱桥,由左右两拱铰接而成。设各拱自重不计,在拱 AC 上作用载荷 P 。试分别画出拱 AC 和 BC 以及整个三铰拱桥的受力图。

解:(1) 先分析 BC 拱的受力。拱 BC 受有铰链 C 和固定铰链支座 B 的约束,其约束反力在 C 和 B 处各有 X 和 Y 轴方向的约束反力。但由于拱 BC 自重不计,也无其他主动力作用,所以在 C 和 B 处各有一个约束反力 S_C 和 S_B ,故 CB 杆为二力杆。根据二力平衡公理,只在两力作用下处于平衡的 BC 拱,其 S_C 和 S_B 二力的作用线应沿 C 和 B 两铰心的连线。力的指向一般由平衡条件来确定,此处可设拱 BC 受压力,如图 1-17(b)所示。

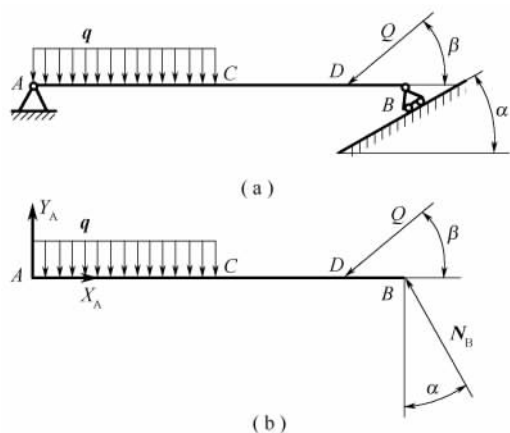


图 1-16

(2) 再分析 AC 的受力。由于自重不计,因此主动力只有载荷 P 。拱在铰链 C 处受到拱 BC 给它的约束反力 S'_C ,根据作用和反作用定律, S'_C 与 S_C 等值、反向、共线,可表示为 $S'_C = -S_C$ 。拱在 A 处受有固定铰链支座给它的约束反力,由于方向未定,可用两个大小未知的正交分力 X_A 和 Y_A 来表示。此时拱 AC 的受力图如图 1-17(c)所示。

(3) 画三铰拱桥整体的受力图。单独画出整体的轮廓。先画上已知力 P ,再根据系统以外仅有两处受到约束的约束反力的作用,画出受力图如图 1-17(d)所示。C 处显然也有约束反力 S'_C 与 S_C 的作用,但它们是系统内力,不必画出。

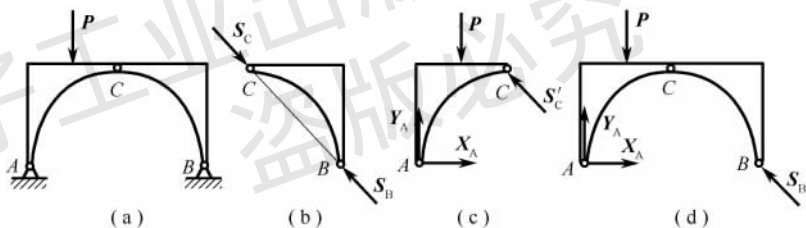


图 1-17

[例 1-4] 一三角架如图 1-18(a)所示,三角架 ABC 的销钉 B 上挂一重为 G 的物体,如不计三角架各杆重量,试画出杆 AB,BC 及销钉 B 的受力图。

解:(1) 取杆 AB 为研究对象。当杆自重不计时,AB 杆是只受两个力作用的平衡物体,显然 AB 为二力杆。由二力平衡条件可知,铰链 A 和铰链 B 的约束反力 R_A 和 S_{AB} 沿着两个铰链中心的连线。AB 杆受力图如图 1-18(b)所示。

(2) 取杆 BC 为研究对象。杆自重不计时,BC 杆也为二力杆件,故铰链 B 和 C 的约束反力 S_{BC} 和 R_C 必等值、反向、共线。BC 杆的受力图如图 1-18(c)所示。

(3) 取销钉 B 为研究对象。销钉 B 在三力 G, S'_{BC}, S'_{AB} 作用下平衡,力 S'_{BC} 为力 S_{BC} 的反作用力,力 S'_{AB} 为力 S_{AB} 的反作用力,如图 1-18(d)所示。

正确地画出受力图,是分析、解决力学问题的基础。画受力图时必须注意的问题,归纳如下:

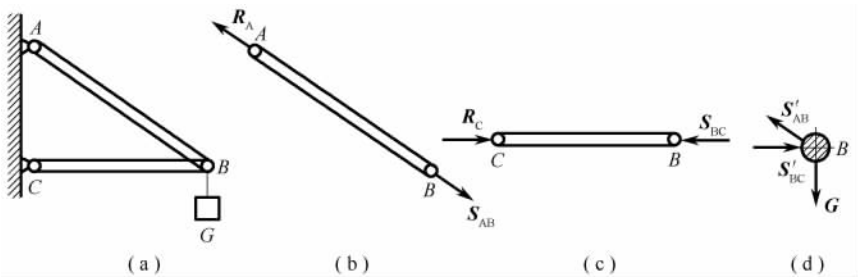


图 1-18

① 必须明确研究对象。根据解题的需要,可以取单个物体为研究对象,也可取由几个物体组成的系统为研究对象。不同的研究对象受力图是不同的。

② 正确确定研究对象受力的数目。由于力是物体间相互的机械作用,因此,对每一个力都应明确它是哪一个施力物体施加给研究对象的,决不能凭空产生。同时,也不可漏掉一个力。

③ 正确画出约束反力。一个物体往往同时受到几个约束的作用,这时应分别根据每个约束单独作用时,由该约束本身的特性来确定约束反力的方向,不能主观臆测。

④ 当几个物体相互接触时,它们的相互作用关系应按作用和反作用定律来分析,当画整个系统的受力图时,由于内力成对出现,组成平衡力系,因此不必画出,只需画出全部外力。

思考与练习 1

- 力的三要素是什么?两个力相等的条件是什么?
- 说明下列式子的意义和区别:
(1) $P_1 = P_2$; (2) $P_1 = P_2$; (3) 力 P_1 等于力 P_2
- 二力平衡公理和作用与反作用定律都是说二力等值、反向、共线,问二者有什么区别?
- 为什么说二力平衡公理、加减平衡力系公理和力的可传性等只能适用于刚体?
- 试区别 $R = F_1 + F_2$ 和 $\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ 两个等式表示的意义。
- 确定约束反力方向的原则是什么?光滑铰链约束有什么特点?
- 什么叫二力构件?分析二力构件受力时与构件的形状有无关系?
- 画出如图 1-19 所示物体 A, ABC , 或杆 AB, BC 的受力图,各接触面均为光滑面。
- 画出如图 1-20 每个标注字符的物体的受力图。设各接触面均为光滑面,未画重力的物体的重量均不计。

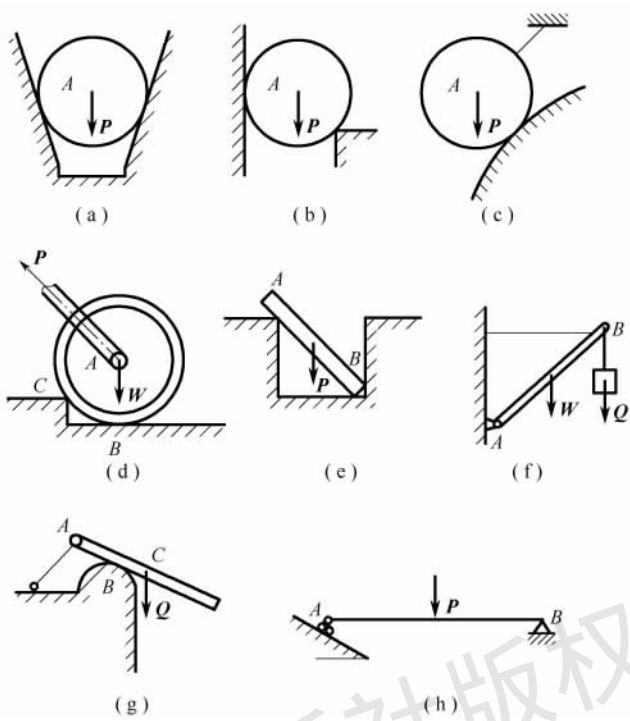


图 1-19

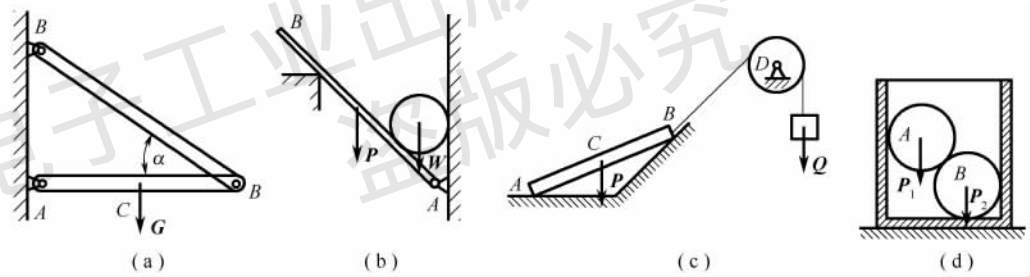


图 1-20