

# 第 1 章 运算放大器及其线性应用

本章首先介绍放大电路的基本概念和性能指标，然后介绍集成运算放大电路的基本组成部分、电路符号、外特性及理想运算放大器的工作特性，在此基础上详细地分析由理想运放组成的基本运算电路：反相、同相比例运算电路，反相、同相加法电路，加、减运算电路，积分运算电路，微分运算电路。最后介绍运算放大器的单电源供电电路。

## 1.1 放大电路概述及其主要性能指标

### 1.1.1 放大电路概述

放大电路的功能是将微弱的电信号不失真地放大到所需要的数值，从而使电子设备的终端执行器件（如继电器、仪表、扬声器）工作。

图 1.1.1 所示为放大电路的结构示意图。放大器是由集成电路组件或晶体管、场效应管等组成的双口网络——一个信号输入口、一个信号输出口。放大器应能够提供足够大的放大能力，而且应尽可能地减小信号失真。

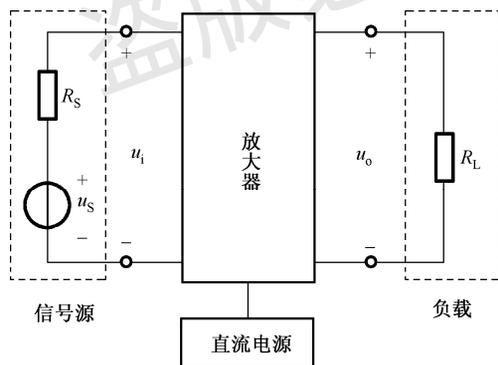


图 1.1.1 放大电路的结构示意图

信号源是待放大的输入信号，这些电信号通常是由传感器将非电量（如温度、声音、压力等）转换成的电量，其一般很弱，不足以驱动负载，因而需要放大器将其放大。

经过放大后的较强信号输出到终端执行器件，通常被称为负载。

放大器不可能产生能量，输出信号的能量增加实际上是由直流电源提供的。放大器只是在输入信号的控制下，由有源元件（如晶体管、场效应管）起能量转化作用，将直流电源的能量转化为负载所需要的信号能量。因此，放大作用实质上是一种能量的控制和转换。

## 1.1.2 放大电路的方框图及其主要性能指标

针对不同的应用，放大电路种类繁多，但任何一个放大电路都可以用双口网络来表示，如图 1.1.2 所示。图中， $u_S$  为信号源电压， $R_S$  为信号源内阻， $u_i$  和  $i_i$  分别为放大电路的输入电压和输入电流， $R_L$  为负载电阻， $u_o$  和  $i_o$  分别为输出电压和输出电流。

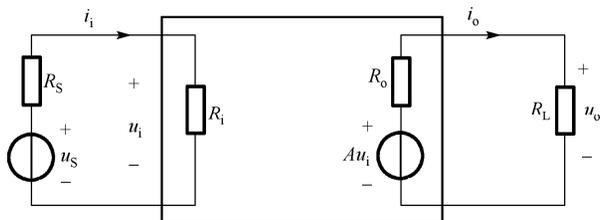


图 1.1.2 放大电路方框图

放大电路放大信号性能的优劣是用它的性能指标来衡量的。性能指标是在规定条件下，按照规定程序和测试方法所获得的。放大电路性能指标很多，这里主要讨论放大电路的放大倍数、输入电阻、输出电阻、通频带等几项主要性能指标。

由于任何稳态信号都可以分解为正弦信号的叠加，所以放大电路常用正弦信号作为测试信号。

### 1. 放大倍数 $\dot{A}$

放大倍数又称为增益，是衡量放大电路放大能力的重要指标，根据输入、输出量的不同，可以分为电压放大倍数  $\dot{A}_u$ 、互阻放大倍数  $\dot{A}_r$ 、互导放大倍数  $\dot{A}_g$  和电流放大倍数  $\dot{A}_i$ ，定义为输出量  $\dot{X}_o$  ( $\dot{U}_o$  或  $\dot{I}_o$ ) 与输入量  $\dot{X}_i$  ( $\dot{U}_i$  或  $\dot{I}_i$ ) 之比。

(1) 电压放大倍数  $\dot{A}_u$ ，定义为输出电压  $\dot{U}_o$  与输入电压  $\dot{U}_i$  之比，即

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} \quad (1.1.1)$$

(2) 电流放大倍数  $\dot{A}_i$ ，定义为输出电流  $\dot{I}_o$  与输入电流  $\dot{I}_i$  之比，即

$$\dot{A}_i = \frac{\dot{I}_o}{\dot{I}_i} \quad (1.1.2)$$

(3) 互阻放大倍数  $\dot{A}_r$ ，定义为输出电压  $\dot{U}_o$  与输入电流  $\dot{I}_i$  之比，即

$$\dot{A}_r = \frac{\dot{U}_o}{\dot{I}_i} \quad (1.1.3)$$

(4) 互导放大倍数  $\dot{A}_g$ ，定义为输出电流  $\dot{I}_o$  与输入电压  $\dot{U}_i$  之比，即

$$\dot{A}_g = \frac{\dot{I}_o}{\dot{U}_i} \quad (1.1.4)$$

式中， $\dot{A}_r$  的量纲为电阻， $\dot{A}_g$  的量纲为电导。 $\dot{A}_u$  和  $\dot{A}_i$  两种无量纲的增益在工程上常用以

10 为底的对数增益来表达, 其基本单位为贝尔 (B), 平时用它的十分之一单位分贝 (dB), 这样用分贝表示的电压增益和电流增益可分别表示如下

$$A_u(\text{dB}) = 20\lg|A_u|(\text{dB}) \quad (1.1.5a)$$

$$A_i(\text{dB}) = 20\lg|A_i|(\text{dB}) \quad (1.1.5b)$$

## 2. 输入电阻 $R_i$

输入电阻  $R_i$  是从放大电路输入端看进去的等效电阻, 定义为输入电压  $\dot{U}_i$  和输入电流  $\dot{I}_i$  之比, 即

$$R_i = \frac{\dot{U}_i}{\dot{I}_i} \quad (1.1.6)$$

输入电阻的大小决定了放大电路从信号源获取信号的能力——对电压放大和互导放大电路, 希望  $R_i$  越大越好; 对电流放大和互阻放大电路, 希望  $R_i$  越小越好。

通常, 测定输入电阻的办法是在输入端加正弦波信号  $u_s$  和电阻  $R_s$ , 测出输入端的电压的有效值  $U_i$ , 如图 1.1.3 所示。则

$$R_i = \left( \frac{U_i}{U_s - U_i} \right) R_s \quad (1.1.7)$$

## 3. 输出电阻 $R_o$

任何放大电路的输出都可以等效为一个带内阻的电压源或一个带内阻的电流源, 从放大电路输出端看进去的等效电阻称为输出电阻  $R_o$ 。放大电路输出电阻的大小决定了它带负载的能力。带负载能力是指当负载变化时, 放大电路的输出量随负载变化的程度。对电压放大和互阻放大电路, 希望  $R_o$  越小越好; 对电流放大和互导放大电路, 希望  $R_o$  越大越好。

通常, 测定输出电阻的办法是在输入端加正弦波信号, 测出负载开路时的输出电压有效值  $U'_o$ , 再测出接入负载  $R_L$  时的输出电压  $U_o$ , 如图 1.1.4 所示。则

$$R_o = \left( \frac{U'_o}{U_o} - 1 \right) R_L \quad (1.1.8)$$

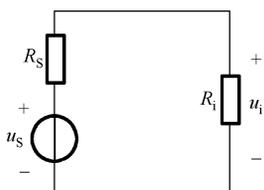


图 1.1.3 输入电阻  $R_i$  测量电路

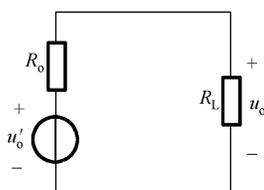


图 1.1.4 输出电阻  $R_o$  测量电路

## 4. 通频带 $f_{BW}$

当改变输入信号的频率时, 放大电路的放大倍数是随之变化的, 输出波形的相位也发生

变化。通常，用通频带来反映放大电路对于不同频率的信号放大能力。一般情况下，放大电路只适用于放大一个特定频率范围的信号，当信号频率太高或太低时，放大倍数都有大幅度的下降，如图 1.1.5 所示。

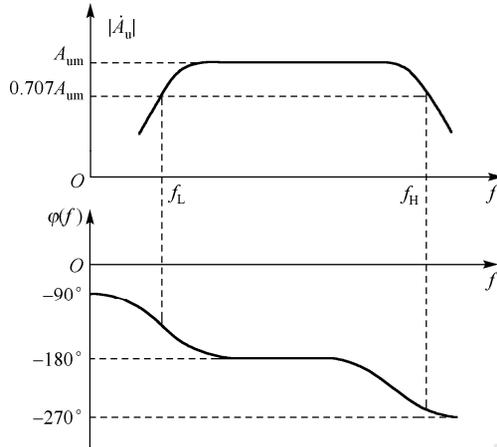


图 1.1.5 放大电路的频率响应

当信号频率升高而使放大倍数下降为中频时放大倍数  $A_{um}$  的 0.707 倍时，这个频率称为上限截止频率，记做  $f_H$ 。同样，使放大倍数下降为  $A_{um}$  的 0.707 倍时的低频信号频率称为下限截止频率，记做  $f_L$ 。 $f_H$  和  $f_L$  之间形成的频带差称为通频带，记做  $f_{BW}$ ，即

$$f_{BW} = f_H - f_L \quad (1.1.9)$$

通频带  $f_{BW}$  越宽，表明放大电路对信号频率的适应能力越强。

如果因为受放大电路通频带的限制，而使输出信号产生的失真称为频率失真，也称为线性失真，它包括幅度失真和相位失真。显然，当放大某一频率的正弦波时，不会出现频率失真。

### 5. 最大不失真输出电压 $U_{omax}$

最大不失真输出电压是在不失真的前提下能够输出的最大电压，即当输入电压再增大就会使输出波形产生非线性失真时的输出电压。一般以最大值  $U_{omax}$  表示，也可以用峰-峰值  $U_{op-p}$  表示， $U_{op-p} = 2U_{omax}$ 。

## 1.2 集成电路运算放大器

### 1.2.1 集成电路运算放大器的内部组成单元

集成电路运算放大器是一种高增益的多级直接耦合的电压放大器，是发展最早、应用最广泛的一种模拟集成电路。它是采用集成工艺，将大量半导体三极管、电阻、电容等元器件及其连线制作在一块单晶硅的芯片上，并具有一定功能的电路。由于它最初用于信号的运

算，所以称为集成运算放大器，简称集成运放。集成运算放大器的种类很多，电路也不一样，其基本结构通常由4部分组成，即输入级、中间级、输出级和偏置电路，如图1.2.1所示。

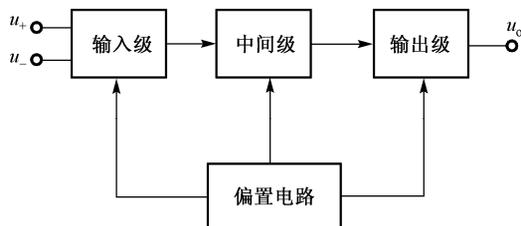


图 1.2.1 集成运算放大器的内部结构框图

## 1.2.2 集成运放的符号、模型及其电压传输特性

### 1. 集成运算放大器的符号

集成运算放大器的符号如图1.2.2所示，它有两个输入端、一个输出端。反相输入端标以符号“-”，当信号从反相端输入时，输出信号与输入信号相位相反；同相输入端标以符号“+”，当信号从同相端输入时，输出信号与输入信号同相。

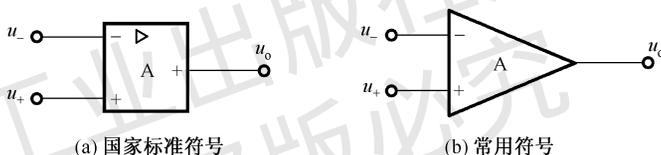


图 1.2.2 集成运算放大器的符号

### 2. 集成运算放大器的电路模型

集成运算放大器是电压放大器，根据1.1节的有关知识，运放可用一个包含输入端口、输出端口和供电电源的双口网络来表示。如图1.2.3所示，图中采用双电源 $\pm V_{CC}$ 供电。

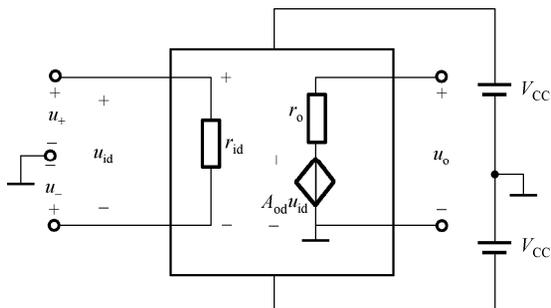


图 1.2.3 集成运算放大器的电路模型

输入端用输入电阻  $r_{id}$  来模拟，输出端用输出电阻  $r_o$  和受控电压源  $A_{od}u_{id}$  来模拟， $u_{id} = u_+ - u_-$ ， $A_{od}$  为开环电压放大倍数。

### 3. 集成运算放大器的电压传输特性

集成运算放大器的输出电压  $u_o$  与输入电压  $u_{id} = u_+ - u_-$  (即同相输入端与反相输入端之间的电压差) 之间的关系曲线称为电压传输特性。即

$$u_o = f(u_+ - u_-) \tag{1.2.1}$$

电压传输特性如图 1.2.4 所示。

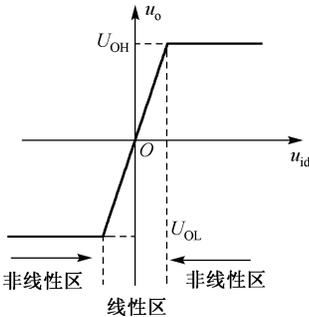


图 1.2.4 集成运算放大器的电压传输特性

从图 1.2.4 可知，集成运放的电压传输特性可分为线性区和非线性区两部分。在线性区，曲线的斜率为电压放大倍数  $A_{od}$ ；在非线性区，输出电压只有两种电压值，即  $U_{OH}$  和  $U_{OL}$ 。电路模型中的输出电压不可能超过正、负电源电压值，当电源电压为  $\pm V_{CC}$ ，运算放大器为理想时， $U_{OH} \approx +V_{CC}$ ， $U_{OL} \approx -V_{CC}$ 。

由于集成运放的开环电压放大倍数  $A_{od}$  很大，线性区非常窄。例如， $u_o = \pm 14V$ ， $A_{od} = 10^5$ ，那么  $u_{id} = u_+ - u_- \approx 28\mu V$ ，即  $u_{id}$  小于  $28\mu V$  时，电路才能工作在线性区，否则进入非线性区，输出电压为  $\pm 14V$ 。

## 1.3 理想集成运算放大器

### 1.3.1 理想集成运算放大器的主要参数

利用集成运放可以构成各种不同功能的实际电路，在分析电路时，通常将集成运放视为理想运放。所谓理想运放，就是将集成运放的性能指标理想化，即

- ① 开环电压增益  $A_{od} = \infty$ ；
- ② 输入电阻  $r_{id} = \infty$ ；
- ③ 输出电阻  $r_o = 0$ ；
- ④ 转换速率  $S_R = \infty$ 。

实际上，集成运放的技术指标均为有限值，理想化后分析电路必定带来一定的误差，但现在运放的性能指标越来越接近理想，这些误差在工程计算中都是允许的，因此，后面的运放电路分析都将运放看做是理想的。只有在误差分析时，才考虑实际运放的有限增益、带宽、输入电阻、输出电阻等所带来的影响。理想运放的符号如图 1.3.1 所示。

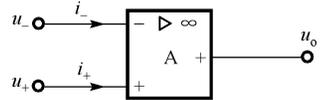


图 1.3.1 理想运放的符号图

### 1.3.2 理想运算放大器工作在线性区的特点

根据图 1.2.4 所示特性，可以将集成运放的工作区域分为线性区和非线性区。若直接将输入信号作用于理想运放的两个输入端，则由于  $A_{od}$  为无穷大，必然使之工作在线性区。因此，为使理想运放工作在线性区，则必须加外部电路，引入负反馈，使两个输入端的电压趋

于零。如图 1.3.2 所示电路就引入了负反馈。输入信号  $u_i$  加在运放的同相输入端“+”和地之间，电阻  $R_f$  跨接在输出端和反相输入端“-”之间，输出电压  $u_o$  通过  $R_f$  与  $R_1$  的分压被加到反相输入端从而使两个输入端的电压趋于零。将放大电路的输出量通过一定的方式引回到输入端来影响输入量，称为反馈。若反馈的结果使得输出量的变化减小，则称为负反馈，否则称为正反馈。

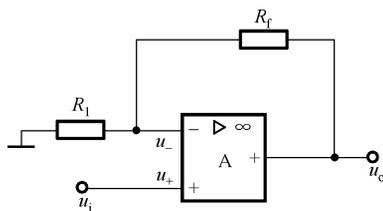


图 1.3.2 集成运放引入负反馈

当运放工作在线性区，即输出电压与输入电压呈线性关系时，具有两个主要特点。

### 1. 输入电压 $u_{id}$ 等于零

图 1.3.1 所示的理想集成运放，当工作于线性区时，输出电压与输入电压成线性关系，即

$$u_o = A_{od}u_{id} = A_{od}(u_+ - u_-) \quad (1.3.1)$$

由于  $u_o$  为有限值，对于理想运放  $A_{od} = \infty$ ，因而输入电压  $u_{id} = u_+ - u_- = 0$ ，即

$$u_+ = u_- \quad (1.3.2)$$

式 (1.3.2) 说明，运放的两个输入端没有短路，却具有与短路相同的特征，这种情况称为两个输入端“虚短路”，简称“虚短”。

### 2. 输入电流等于零

由于理想运放的输入电阻为无穷大，因此流入理想运放两个输入端的电流为

$$i_- = i_+ = \frac{u_{id}}{r_{id}} \approx 0 \quad (1.3.3)$$

式 (1.3.3) 说明集成运放的两个输入端没有断路，却具有断路的特征，这种情况称为两个输入端“虚断路”，简称“虚断”。

“虚短”和“虚断”是两个非常重要的概念，是分析工作在线性区的理想运放应用电路中输入与输出函数关系的基本关系式。

集成运放必须引入深度负反馈，才能保证其工作在线性区，工作在线性区的应用电路主要包括运算电路、有源滤波电路等。

## 1.3.3 理想运算放大器工作在线性区的特点

如前所述，若理想运放工作在开环状态，则运放一定会工作在线性区，若引入正反馈，则势必也工作在线性区。当运放工作在线性区时，同样具有如下两个主要特点。

### 1. 输出电压只有高、低两种电平

若理想运放工作在开环状态或包含正反馈，由于  $u_o = A_{od}(u_+ - u_-)$ ，因为运放的  $A_{od}$  为无穷大，所以当同相输入端和反相输入端之间加的电压 ( $u_+ - u_-$ ) 为无穷小量时，就能够使输出电压达到正向饱和压降  $+U_{OH}$  或负向饱和压降  $-U_{OL}$ 。因此，电压传输特性如图 1.3.3 所示，输出电压和净输入电压之间不成线性关系。由图 1.3.3 可见，理想运放工作在线性区时

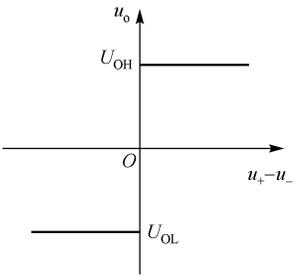


图 1.3.3 理想运放工作在非线性区时的电压传输特性

输出电压只有高、低两种电平，即

$$u_o = \begin{cases} U_{OH}, & u_+ > u_- \\ U_{OL}, & u_+ < u_- \end{cases} \quad (1.3.4)$$

### 2. 输入电流等于零

由于理想运放的输入电阻为无穷大，故净输入电流为零，即

$$i_- = i_+ = 0$$

即工作在非线性区的理想运放仍具有“虚断”的特点，但一般不具有“虚短”的特点。

当理想运放处于开环或正反馈时，工作在非线性区，它的应用电路主要包括比较器、信号发生器等。对于工作在非线性区的运放应用电路，上述两个特点是分析其输入信号和输出信号关系的基本出发点。

## 1.4 基本运算电路

集成运算放大器的应用非常广泛，本节主要介绍它的基本运算电路，包括比例电路、加减运算电路、积分电路和微分电路，其他应用电路将在后面章节进行讨论。

运算放大器有反相和同相两个输入端，因此运算放大器的输入方式有 3 种，即反相输入（同相端直接或间接接地）、同相输入（反相端直接或间接接地）和双端输入。

### 1.4.1 比例运算电路

将信号按比例放大的电路称为比例运算电路。

#### 1. 反相比例电路

图 1.4.1 所示为反相比例电路。输入信号  $u_i$  经电阻  $R_1$  加到运放的反相输入端，输出信号  $u_o$  经  $R_f$  加到反相输入端，同相输入端经平衡电阻  $R_p$  接地， $R_p$  的作用是为了使得电路具有对称性以提高运算精度，其阻值等于反相输入端所接的等效电阻，故  $R_p = R_1 // R_f$ 。

利用“虚短”和“虚断”的概念，由图 1.4.1 可知

$$\begin{aligned} i_1 &= i_f \\ u_- &= u_+ = 0 \end{aligned}$$

可见，反相输入端与地等电位，称为“虚地”。

“虚地”是反相输入运算放大器的一个重要特点。而

$$i_1 = \frac{u_i}{R_1}, \quad i_f = -\frac{u_o}{R_f}$$

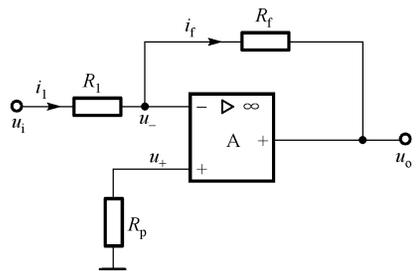


图 1.4.1 反相比例电路

所以

$$\frac{u_i}{R_1} = -\frac{u_o}{R_f}$$

即

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} u_i$$

接入负反馈后的电压放大倍数称为闭环电压放大倍数  $A_{uf}$

$$A_{uf} = \frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_f}{R_1} \quad (1.4.1)$$

式(1.4.1)表明,输出电压与输入电压的相位相反,大小成一定的比例关系,电路实现反相比例运算,只要  $R_1$ 、 $R_f$  的阻值精确而稳定,就可得到准确的比例运算关系,与运放本身的  $A_{od}$ 、 $r_{id}$  和  $r_o$  无关。 $|A_{uf}|$  可以大于 1,也可以小于 1。

由式(1.4.1)可知,当  $R_1 = R_f$  时,  $A_{uf} = -1$ ,称为反相器。

根据输入电阻的定义,由于  $u_- = u_+ = 0$ ,所以

$$R_i = R_1$$

由于理想运放的输出电阻  $r_o = 0$ ,所以该电路的输出电阻  $R_o = 0$ ,因此带负载能力很强。

## 2. 同相比例电路

图 1.4.2 所示为同相比例电路,输入信号  $u_i$  经电阻  $R_p$  加到运放的同相输入端,输出信号  $u_o$  经  $R_f$  加到反相输入端,平衡电阻为  $R_p = R_1 // R_f$ 。

利用“虚短”和“虚断”的概念,由图 1.4.2 可知

$$u_- = u_+ = u_i \quad (1.4.2)$$

由于  $i_- = i_+ = 0$ ,所以有

$$u_- = \frac{R_1}{R_1 + R_f} u_o = u_+ = u_i$$

则

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_i$$

闭环电压放大倍数  $A_{uf}$  为

$$A_{uf} = \frac{u_o}{u_i} = 1 + \frac{R_f}{R_1} \quad (1.4.3)$$

式(1.4.3)表明,输出电压与输入电压的相位相同,大小成一定的比例关系,电路实现了同相比例运算,只要  $R_1$ 、 $R_f$  的阻值精确而稳定,就可以得到准确的比例运算关系, $A_{uf}$  大于或等于 1。

由于同相比例运算电路的输入电流为零,故输入电阻  $R_i$  为无穷大;输出电阻  $R_o$  很小,可视为零,带负载能力很强。

由式(1.4.3)可知,当  $R_1 = \infty$ ,  $R_f = 0$  时,  $A_{uf} = 1$ ,即输出电压与输入电压大小相等,相位相同,这种电路称为电压跟随器,电路如图 1.4.3 所示。

电压跟随器的特点是输入电阻很高、输出电阻趋于零,主要用来实现阻抗变化,常用于连接在具有高阻抗的信号源与低阻抗的负载之间作为缓冲放大器,因此也称为缓冲器。

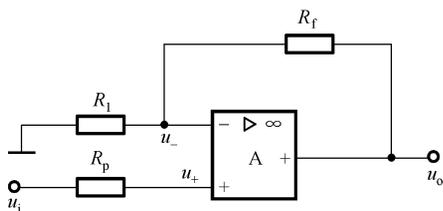


图 1.4.2 同相比例电路

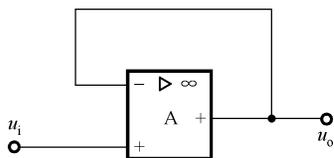


图 1.4.3 电压跟随器

**【例 1.4.1】** 将一个开路电压为 1V、内阻为 100kΩ的信号源与阻值为 1kΩ的负载电阻相连接。求：(1) 直接连接时负载上的电压；(2) 通过电压跟随器连接时负载上的电压。

**解：**(1) 直接连接时如图 1.4.4(a)所示，此时负载上的电压为：

$$u_o = \frac{R_L}{R_S + R_L} u_S = \frac{1}{1 + 100} u_S \approx 0.01 u_S = 10\text{mV}$$

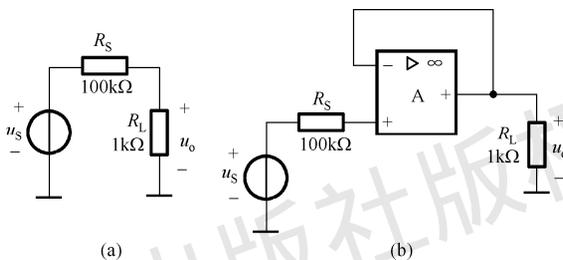


图 1.4.4 例 1.4.1 电路图

(2) 通过电压跟随器连接的电路如图 1.4.4(b)所示。因电压跟随器的输入电阻  $R_i \rightarrow \infty$ ，该电路几乎不从信号源吸取电流， $u_+ = u_S$ ，而  $R_o \rightarrow 0$ ，所以负载电压  $u_o = u_+ = u_- = u_S = 1\text{V}$ 。当负载变化时，输出电压几乎不变，从而消除了负载变化对输出电压的影响。

**【例 1.4.2】** 电路如图 1.4.5 所示，已知  $u_o = -33u_i$ ，其余参数如图中所示， $R_3$  和  $R_6$  为平衡电阻，试求  $R_5$  的阻值。

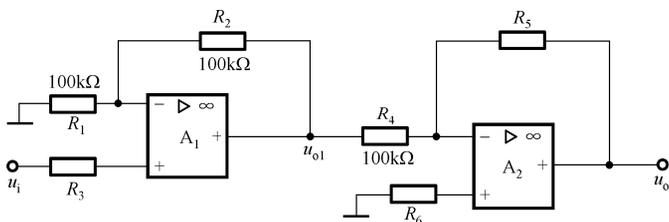


图 1.4.5 例 1.4.2 电路图

**解：**由图 1.4.5 可知， $A_1$  构成同相比例电路， $A_2$  构成反相比例电路。所以

$$u_{o1} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) u_i = 11u_i$$

$$u_o = -\frac{R_5}{R_4} u_{o1} = -\frac{R_5}{100} \times 11u_i = -33u_i$$

可得  $R_5 = 300\text{k}\Omega$ 。

## 1.4.2 加减运算电路

实现多个输入信号按各自不同的比例求和或求差的电路统称为加减运算电路。

### 1. 加法电路

根据输入信号的输入端不同，加法电路有反相加法电路和同相加法电路。

如果多个输入信号同时作用于集成运放的反相输入端，就构成了反相加法电路，如图 1.4.6 所示，平衡电阻  $R_p = R_1 // R_2 // R_3 // R_f$ 。

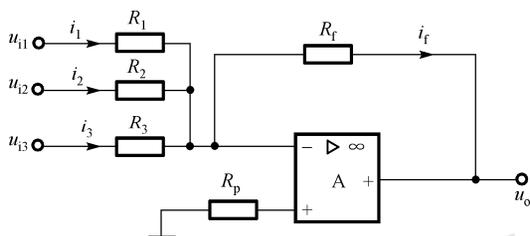


图 1.4.6 反相加法电路

根据“虚断”和“虚地”的特点有

$$i_f = i_1 + i_2 + i_3$$

即

$$-\frac{u_o}{R_f} = \frac{u_{i1}}{R_1} + \frac{u_{i2}}{R_2} + \frac{u_{i3}}{R_3}$$

则

$$u_o = -R_f \left( \frac{u_{i1}}{R_1} + \frac{u_{i2}}{R_2} + \frac{u_{i3}}{R_3} \right) \quad (1.4.4)$$

式 (1.4.4) 表明，输出电压等于各输入电压的加权和，因此，该电路也称为加权加法电路。

若  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ ，则

$$u_o = -\frac{R_f}{R} (u_{i1} + u_{i2} + u_{i3})$$

比如  $R_1 = 5\text{k}\Omega$ ， $R_2 = 20\text{k}\Omega$ ， $R_3 = 50\text{k}\Omega$ ， $R_f = 100\text{k}\Omega$ ，则

$$u_o = -(20u_{i1} + 5u_{i2} + 2u_{i3})$$

若  $R_1 = R_2 = R_3 = R = R_f$ ，则  $u_o = -(u_{i1} + u_{i2} + u_{i3})$ ，实现真正的反相加法。

同样，当多个输入信号同时作用于集成运放的同相输入端时，就构成了同相加法电路。

**【例 1.4.3】** 图 1.4.7 所示电路为同相加法电路，其中  $R_f = 100\text{k}\Omega$ ， $R_1 = 25\text{k}\Omega$ ， $R_2 = 20\text{k}\Omega$ ， $R_3 = 5\text{k}\Omega$ ，试写出输出电压的表达式。

**解：**方法一：列出同相端和反相端的电流方程  $i_1 = i_f$ ， $i_2 + i_3 = 0$ ，即

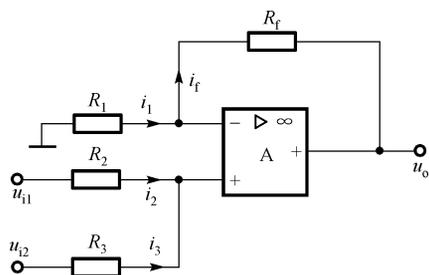


图 1.4.7 例 1.4.3 同相加法电路

$$\frac{0 - u_-}{R_1} = \frac{u_- - u_o}{R_f}, \quad \frac{u_{i1} - u_+}{R_2} + \frac{u_{i2} - u_+}{R_3} = 0$$

因为  $u_- = u_+$ ，整理得

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \left[ \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) u_{i1} + \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) u_{i2} \right]$$

将阻值代入可得

$$u_o = u_{i1} + 4u_{i2}$$

方法二：利用叠加原理，当  $u_{i1}$  单独作用时（令  $u_{i2}=0$ ，即接“地”），根据式（1.4.3）有

$$u_{o1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_+$$

而  $u_+$  为  $u_{i1}$  在  $R_3$  上的分压： $u_+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{i1}$ ，所以

$$u'_{o1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{i1}$$

同理可得当  $u_{i2}$  单独作用时

$$u''_{o1} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_2}{R_2 + R_3} u_{i2}$$

根据叠加，两个电压同时作用时，输出电压为

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \left[ \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3}\right) u_{i1} + \left(\frac{R_2}{R_2 + R_3}\right) u_{i2} \right]$$

与方法一所得结果相同。

## 2. 减法电路

若将输入信号同时接到集成运放的反相和同相输入端时，则可以构成减法运算电路，通常分为单运放电路和双运放电路。

### (1) 单运放减法运算电路

电路如图 1.4.8 所示，外接电路参数具有对称性  $R_1 // R_f = R_2 // R_3$ 。

根据叠加原理，利用反比例电路和同比例电路的函数关系式，很容易得到输出电路的表达式。

$u_{i1}$  作用时，令  $u_{i2} = 0$ ，产生的输出电压为  $u'_o$ ，此时电路为反比例电路

$$u'_o = -\frac{R_f}{R_1} u_{i1} \tag{1.4.5}$$

$u_{i2}$  作用时，令  $u_{i1} = 0$ ，产生的输出电压为  $u''_o$ ，此时电路为同比例电路

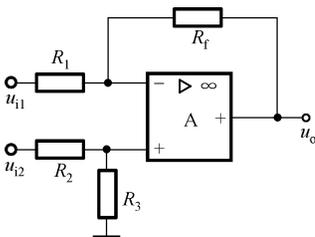


图 1.4.8 单运放减法运算电路

$$u_o'' = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u_+$$

而

$$u_+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{i2}$$

$$u_o'' = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{i2} \quad (1.4.6)$$

$$u_{i1}、u_{i2} \text{ 同时作用时} \quad u_o = u_o' + u_o'' = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_{i2} - \frac{R_f}{R_1} u_{i1} \quad (1.4.7)$$

当电路电阻满足条件  $R_f / R_1 = R_3 / R_2$  时, 式 (1.4.7) 可写成

$$u_o = -\frac{R_f}{R_1} (u_{i1} - u_{i2}) \quad (1.4.8)$$

式 (1.4.8) 表明输出电压与两个输入电压的差值成比例运算, 电路实现了差动放大, 该电路也称为差分放大器或差动放大器。

在单集成运放构成的减法电路中, 电阻的选取和调整不方便, 因此也可采用双运放减法电路。

## (2) 双运放减法运算电路

双运放减法运算电路如图 1.4.9 所示。

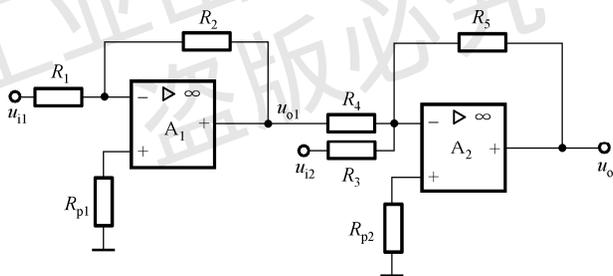


图 1.4.9 双运放减法运算电路

由图 1.4.9 可见, 运放  $A_1$ 、 $A_2$  分别构成反相比例电路和反相加法电路, 都存在“虚地”的特点,  $R_{p1}$  和  $R_{p2}$  为两运放的平衡电阻。

当  $A_1$ 、 $A_2$  为理想运放时, 两级电路可分别进行分析。

由于  $A_1$  构成反相比例电路, 则

$$u_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} u_{i1} \quad (1.4.9)$$

而  $A_2$  构成反相加法电路, 根据式 (1.4.4) 得

$$u_o = -R_5 \left( \frac{u_{o1}}{R_4} + \frac{u_{i2}}{R_3} \right) \quad (1.4.10)$$

将式 (1.4.9) 代入式 (1.4.10), 并整理得

$$u_o = -R_5 \left( -\frac{R_2}{R_1 R_4} u_{i1} + \frac{u_{i2}}{R_3} \right) \quad (1.4.11)$$

当  $R_1 = R_2$ 、 $R_3 = R_4 = R$  时，式 (1.4.11) 变为

$$u_o = \frac{R_5}{R} (u_{i1} - u_{i2})$$

同样实现了减法运算。

**【例 1.4.4】** 如图 1.4.10 所示为测量放大器，设各运放均为理想运放，求  $u_o$  的表达式。

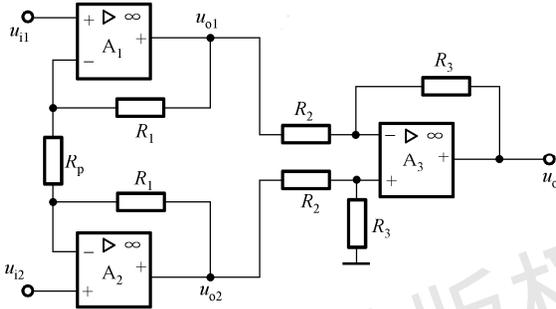


图 1.4.10 例 1.4.4 的电路图

解：利用“虚短”和“虚断”的概念有

$$u_{i1} = u_{1+} = u_{1-}, \quad u_{i2} = u_{2+} = u_{2-}$$

$$\frac{u_{o1} - u_{i1}}{R_1} = \frac{u_{i1} - u_{i2}}{R_p} = \frac{u_{i2} - u_{o2}}{R_1}$$

则

$$u_{o1} = \left( 1 + \frac{R_1}{R_p} \right) u_{i1} - \frac{R_1}{R_p} u_{i2}$$

$$u_{o2} = \left( 1 + \frac{R_1}{R_p} \right) u_{i2} - \frac{R_1}{R_p} u_{i1}$$

$$u_{o1} - u_{o2} = \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_p} \right) (u_{i1} - u_{i2})$$

而  $A_3$  构成差动运算放大电路，所以

$$u_o = -\frac{R_3}{R_2} (u_{o1} - u_{o2}) = -\frac{R_3}{R_2} \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_p} \right) (u_{i1} - u_{i2})$$

$$A_{uf} = \frac{u_o}{u_{i1} - u_{i2}} = -\frac{R_3}{R_2} \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_p} \right) \quad (1.4.12)$$

实现了差分放大。式 (1.4.12) 表明，改变  $R_p$  可得不同的  $A_{uf}$ 。由于“虚断”，因而流入电路的电流等于 0，所以输入电阻  $R_i \rightarrow \infty$ ，实际测量放大器两输入端具有相同的输入电阻，且其值可达几百  $M\Omega$  以上。

### 1.4.3 积分和微分运算电路

积分和微分互为逆运算，是自动控制和测量系统中的重要单元。以集成运放作为放大电路，可以实现这两种运算。

#### 1. 积分电路

电路如图 1.4.11 所示，将反比例电路中的电阻  $R_f$  换成电容  $C_f$ ，就组成了反相积分电路。

根据“虚地”和“虚断”的特点，由图 1.4.11 可知

$$i_f = i_i$$

而 
$$i_i = \frac{u_i}{R_1}, \quad i_f = -C_f \frac{du_o}{dt}$$

假设电容  $C_f$  上的初始电压为零，则

$$u_o = -\frac{1}{C_f} \int i_f dt = -\frac{1}{C_f} \int \frac{u_i}{R_1} dt = -\frac{1}{R_1 C_f} \int u_i dt \quad (1.4.13)$$

式 (1.4.13) 表明，输出电压正比于输入电压对时间的积分，其比例常数取决于时间常数  $\tau = R_1 C_f$ 。

当输入信号为图 1.4.12 所示的阶跃电压时，设电容  $C_f$  的电压初始值为零，由式 (1.4.13) 可得

$$u_o = -\frac{1}{R_1 C_f} \int U_1 dt = -\frac{U_1}{R_1 C_f} t = -\frac{U_1}{\tau} t \quad (1.4.14)$$

式中， $\tau = R_1 C_f$  为积分时间常数。可以看出输出电压  $u_o$  与时间  $t$  成线性关系，如图 1.4.12 所示，当  $t = \tau$  时， $u_o = -U_1$ 。当  $t > \tau$ ， $u_o$  向负方向增大到运放输出电压的负向饱和值  $-U_{om}$  时，运放进入非线性工作状态， $u_o = -U_{om}$  保持不变，积分停止。

如果把积分电路的输出电压作为电子开关或其他类似装置的输入控制电压，则积分电路可以起到延时作用。即当积分电路的输出电压达到一定值时，才使受控制的装置动作。

设电容  $C_f$  的电压初始值为零，当输入信号分别为方波和正弦波信号时，积分电路的输出波形如图 1.4.13 所示，即它可以将输入的方波信号变换为三角波实现波形变换，也可以使得正弦信号移相。

**【例 1.4.5】** 电路如图 1.4.14 所示。试写出该电路  $u_o$  与  $u_i$  的关系式。

解：由“虚断”可得

$$i_i = i_f + i_c$$

由图可知电路存在“虚地”，则可得  $i_i = \frac{u_i}{R_1}$ ， $i_f = -\frac{u_o}{R_f}$ ， $i_c = -C \frac{du_o}{dt}$

所以

$$u_i = -R_1 C \frac{du_o}{dt} - \frac{R_1}{R_f} u_o$$

如果将差动运算放大电路（图 1.4.8）中的两个电阻  $R_3$ 、 $R_f$  分别换成两个相等的电容  $C$ ，且令  $R_1 = R_2 = R$ ，则构成了差动积分电路，如图 1.4.15 所示，其输出电压为

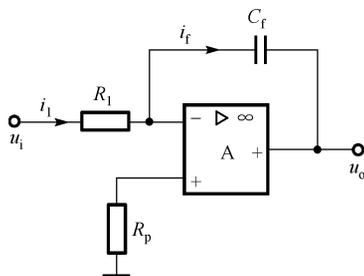


图 1.4.11 基本积分电路

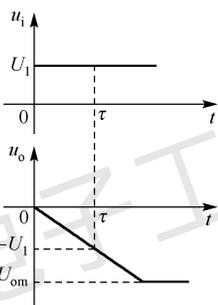


图 1.4.12 阶跃电压时积分电路输入、输出波形

$$u_o = -\frac{1}{RC} \int (u_{i1} - u_{i2}) dt \quad (1.4.15)$$

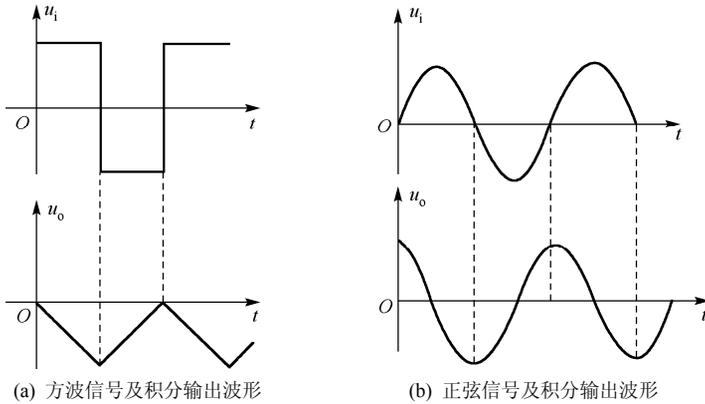


图 1.4.13 积分电路输入、输出波形

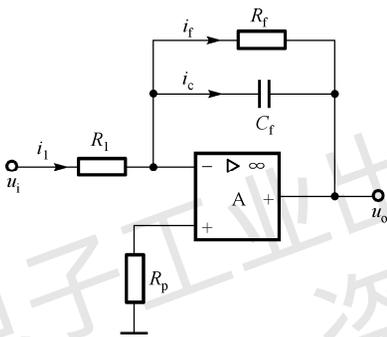


图 1.4.14 例 1.4.5 的电路图

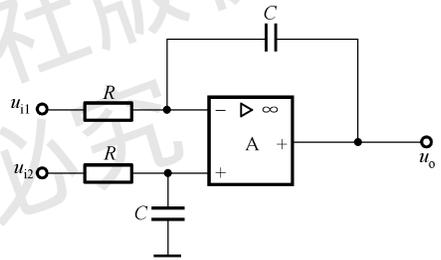


图 1.4.15 差动积分电路

## 2. 微分电路

将积分电路中的电容和电阻的位置互换，就组成了微分电路，如图 1.4.16 所示。流过电容的电流为

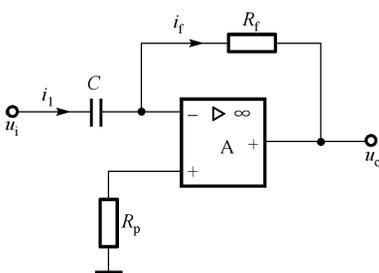


图 1.4.16 微分电路

$$i_1 = C \frac{du_i}{dt}$$

同样，根据“虚断”和“虚地”的特点有

$$u_o = -i_f R_f = -i_1 R_f = -R_f C \frac{du_i}{dt} \quad (1.4.16)$$

式 (1.4.16) 表明，输出电压正比于输入电压对时间的微分，其比例常数取决于时间常数  $\tau = R_f C$ 。

若输入正弦信号  $u_i = \sin \omega t$ ，则输出信号  $u_o = -R_f C \omega \cos \omega t$ ，表明  $u_o$  的输出幅度将随频率的增加而线性地增加，频率越高，微分电路的输出会越大。若输入信号中含有高频噪声，则输出噪声也将很大，而且电路可能不稳定，所以微分电路很少直接应用。

## 1.5 集成运放的单电源供电

前面已经提到集成运算放大器在工作时必须要有电源供电，通常情况下是采用如图 1.2.3 所示的双电源供电。此时，各信号端口（即反相输入端、同相输入端、输出端）的直流电平均为零（即为正负电源的中点电位）。该电路的不足之处是需要两个电源  $+V_{CC}$ 、 $-V_{CC}$ ，因而增加了电源供电电路的复杂性。

运算放大器也可以单电源工作，即运算放大器的单电源供电，它可以是正电源或负电源。此时反相放大器与同相放大器电路需要做相应的修改。

### 1.5.1 反相放大器的单电源供电

在反相放大器中，为了实现运算放大器的单电源供电，并且获得最大的动态范围，应该将运算放大器信号端口的直流电位设置在电源的中点，可以通过两个电阻分压来设置其电位，如图 1.5.1 所示。图中电阻  $R_2$ 、 $R_3$  是用来设置直流工作点，使得

$$u_+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{CC} = \frac{1}{2} V_{CC}$$

取  $R_2 = R_3$  时，反相输入端口及输出端口的直流电位均为  $\frac{1}{2} V_{CC}$ 。电容  $C_1$ 、 $C_2$  为放大器的交流耦合隔直电容，即电容对交流信号呈现短路，对直流信号呈现开路。此时，反相交流放大器的闭环增益为  $A_{uf} = \frac{u_o}{u_i} = -\frac{R_f}{R_1}$ 。

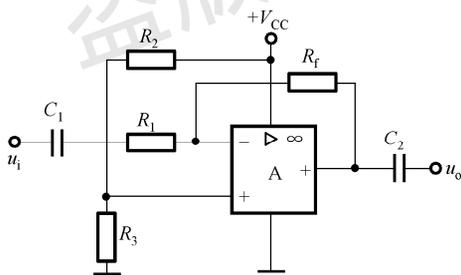


图 1.5.1 反相放大器的单电源供电

### 1.5.2 同相放大器的单电源供电

同相放大器的单电源供电电路如图 1.5.2 所示。图中，电阻  $R_2$ 、 $R_3$  的作用与反比例电路相同，也用于设置直流工作点，使得  $u_+ = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_{CC} = \frac{1}{2} V_{CC}$ ，取  $R_2 = R_3$ ，此时反相输入端口及输出端口的直流电位均为  $\frac{1}{2} V_{CC}$ 。电容  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  为放大器的交流耦合隔直电容。此时，同相交流放大器的闭环增益为  $A_{uf} = \frac{u_o}{u_i} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$ 。

电阻  $R_4$  的接入是为了增加交流放大器的输入阻抗, 此时, 对应的输入阻抗为

$$R_i = R_4 + R_2 // R_3$$

在单电源供电的运算放大器电路中, 由于电路中采用了交流耦合隔直电容, 因此该电路只能放大交流信号。

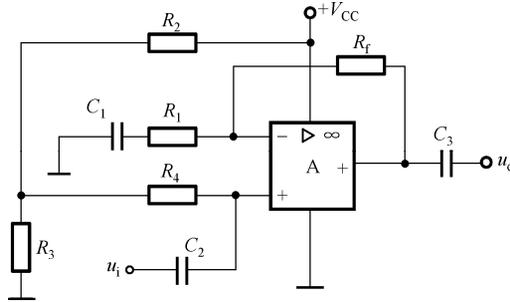


图 1.5.2 同相放大器的单电源供电

### 习 题 1

1.1 当负载开路 ( $R_L = \infty$ ) 时测得放大电路的输出电压  $u'_o = 2V$ , 当输出端接入  $R_L = 5.1k\Omega$  的负载时, 输出电压下降为  $u_o = 1.2V$ , 求放大电路的输出电阻  $R_o$ 。

1.2 当在放大电路的输入端接入电压  $u_s = 15mV$ , 内阻  $R_s = 1k\Omega$  的信号源时, 测得电路的输入端的电压为  $u_i = 10mV$ , 求放大电路的输入电阻  $R_i$ 。

1.3 当在电压放大电路的输入端接入电压  $u_s = 15mV$ , 内阻  $R_s = 1k\Omega$  的信号源时, 测得电路的输入端的电压为  $u_i = 10mV$ ; 放大电路输出端接  $R_L = 3k\Omega$  的负载, 测得输出电压为  $u_o = 1.5V$ , 试计算该放大电路的电压增益  $A_u$  和电流增益  $A_i$ , 并分别用 dB (分贝) 表示。

1.4 某放大电路的幅频响应特性曲线如图 1.1 所示, 试求电路的中频增益  $A_{um}$ 、下限截止频率  $f_L$ 、上限截止频率  $f_H$  和通频带  $f_{BW}$ 。

1.5 电路如图 1.2 所示, 当输入电压为 0.4V 时, 要求输出电压为 4V, 试求解  $R_1$  和  $R_2$  的阻值。

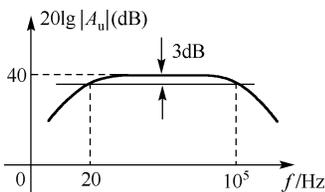


图 1.1 习题 1.4 电路图

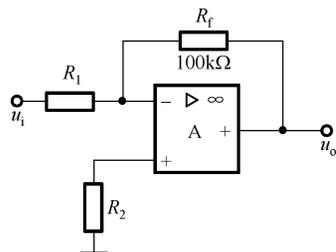


图 1.2 习题 1.5 电路图

1.6 集成运算放大器工作在线性区和非线性区各有什么特点。

1.7 电路如图 1.3 所示, 集成运放输出电压的最大幅值为  $\pm 14\text{V}$ , 求输入电压  $u_i$  分别为  $200\text{mV}$  和  $2\text{V}$  时输出电压  $u_o$  的值。

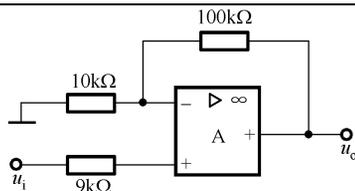


图 1.3 习题 1.7 电路图

1.8 电路如图 1.4 所示, 试求每个电路的电压增益  $A_{uf} = \frac{u_o}{u_i}$ 、输入电阻  $R_i$  及输出电阻  $R_o$ 。

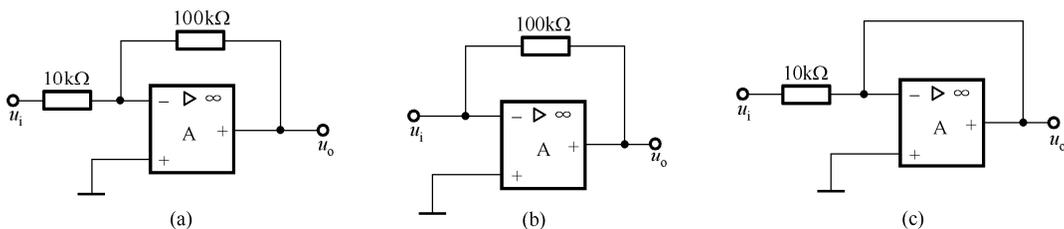


图 1.4 习题 1.8 电路图

1.9 电路如图 1.5 所示, 求输出电压  $u_o$  与各输入电压的运算关系式。

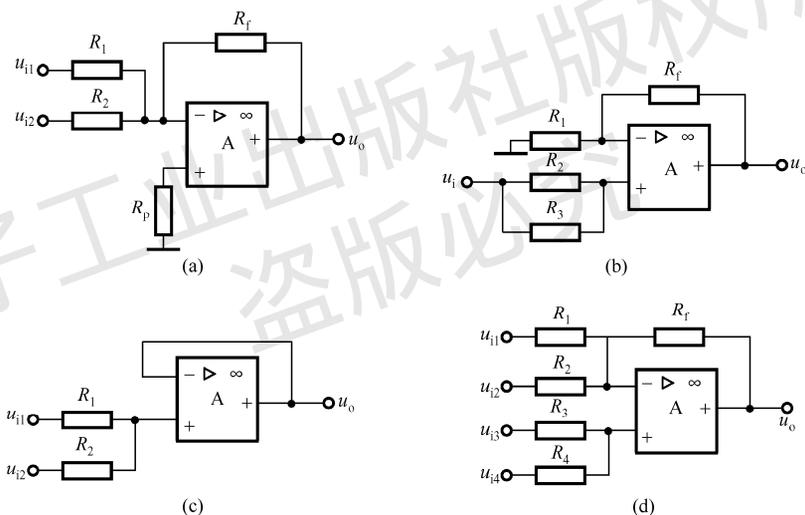


图 1.5 习题 1.9 电路图

1.10 电路如图 1.6 所示, 假设运放是理想的: (1) 写出输出电压  $u_o$  的表达式, 并求出  $u_o$  的值; (2) 说明运放  $A_1$  和  $A_2$  各组成何种基本运算电路。

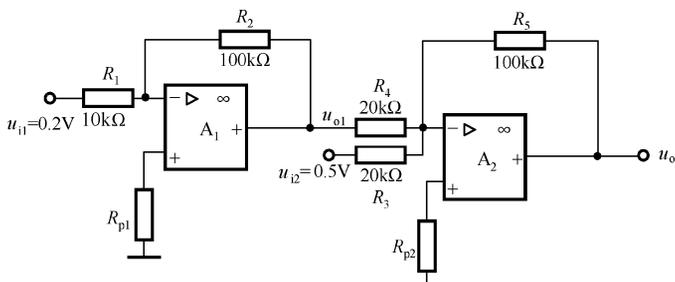


图 1.6 习题 1.10 电路图

1.11 采用一片集成运放设计一个反相加法电路，要求关系式为  $u_o = -5(u_{i1} + 5u_{i2} + 3u_{i3})$ ，并且要求电路中最大的阻值不超过  $100\text{k}\Omega$ ，试画出电路图，并计算各阻值。

1.12 采用一片集成运放设计一个运算电路，要求关系式为  $u_o = -10(u_{i1} - u_{i2})$ ，并且要求电路中最大的阻值不超过  $200\text{k}\Omega$ ，试画出电路图，计算各阻值。

1.13 电路如图 1.7 所示，设运放是理想的，求输出电压  $u_o$  的表达式。

1.14 图 1.8 所示为带 T 形网络高输入电阻的反相比例运算电路。(1) 试推导输出电压  $u_o$  的表达式；(2) 若选  $R_1 = 51\text{k}\Omega$ ， $R_2 = R_3 = 390\text{k}\Omega$ ，当  $u_o = -100u_i$  时，计算电阻  $R_4$  的阻值；(3) 直接用  $R_2$  代替 T 形网络，当  $R_1 = 51\text{k}\Omega$ ， $u_o = -100u_i$ ，求  $R_2$  的值；(4) 比较 (2)、(3) 说明该电路的特点。

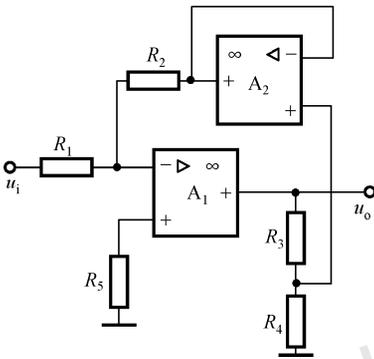


图 1.7 习题 1.13 电路图

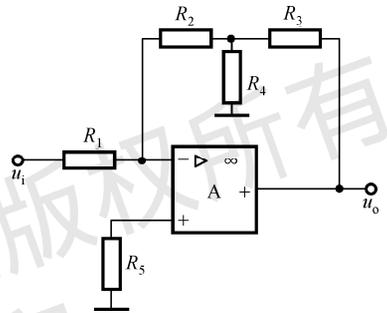


图 1.8 习题 1.14 电路图

1.15 电路如图 1.9 所示，设所有运放都是理想的，试求：(1)  $u_{o1}$ 、 $u_{o2}$ 、 $u_{o3}$  及  $u_o$  的表达式；(2) 当  $R_1 = R_2 = R_3$  时， $u_o$  的值。

1.16 电路如图 1.10 所示，运放均为理想的，试求电压增益  $A = \frac{u_o}{u_{i1} - u_{i2}}$  的表达式。

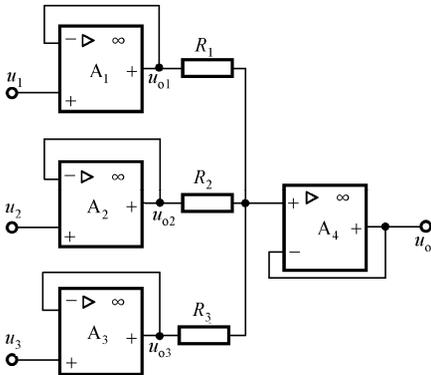


图 1.9 习题 1.15 电路图

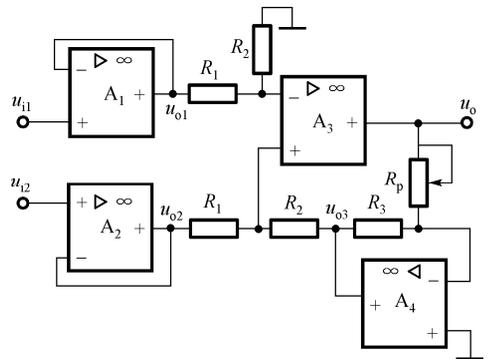


图 1.10 习题 1.16 电路图

1.17 电路如图 1.11 所示，运放均为理想的，试求输出电压  $u_o$  的表达式。

1.18 积分电路如图 1.12 所示。设  $u_C(0) = 0$ ，在  $t = 0$  时输入阶跃电压  $u_i = -1\text{V}$ ，若  $t = 1\text{ms}$  时，输出电压达到  $10\text{V}$ ，求所需的时间常数。

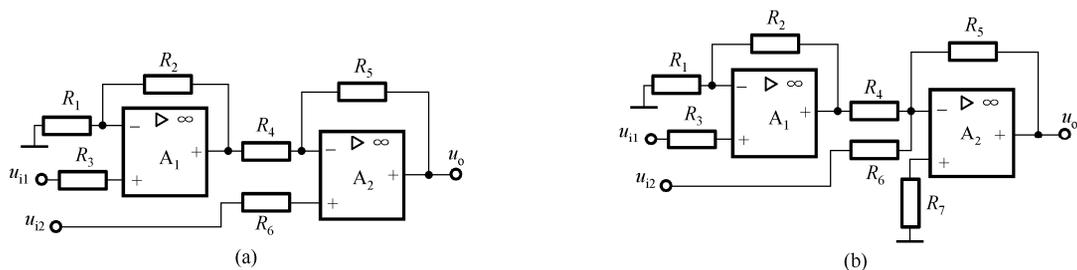


图 1.11 习题 1.17 电路图

1.19 电路如图 1.13(a)所示，已知运放的最大输出电压  $U_{om} = \pm 12V$ ，输入电压波形如图 1.13(b)所示，周期为 0.1s。试画出输出电压的波形，并求出输入电压的最大幅值  $U_{im}$ 。

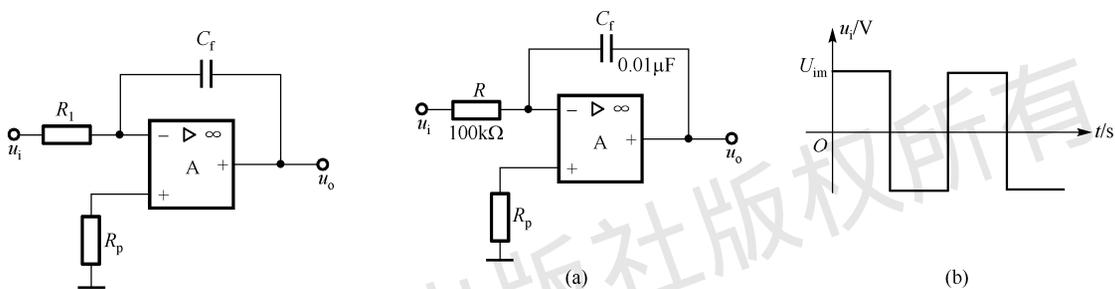


图 1.12 习题 1.18 电路图

图 1.13 习题 1.19 电路图

1.20 电路如图 1.14 所示，运放均为理想的，电容的初始电压为  $u_c(0) = 0$ 。(1) 写出输出电压  $u_o$  与各输入电压之间的关系式；(2) 当  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R$  时，写出输出电压  $u_o$  的表达式。

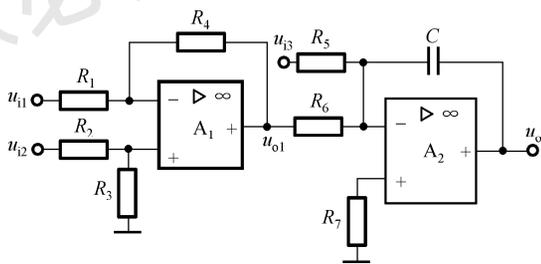


图 1.14 习题 1.20 电路图

1.21 电路如图 1.15(a)所示，运放均为理想的。(1)  $A_1$ 、 $A_2$ 、和  $A_3$  各组成何种基本电路；(2) 写出  $u_o$  的表达式；(3)  $R_2 = 100k\Omega$ ， $C = 10\mu F$ ，电容的初始电压  $u_c(0) = 0$ ，已知  $u_{o1}$  的波形如图 1.15(b)所示，画出  $u_o$  的波形。

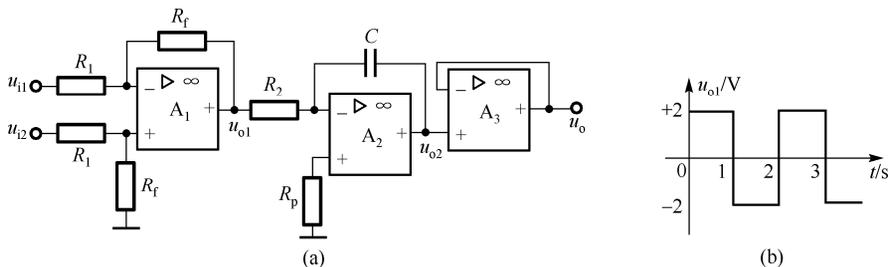


图 1.15 习题 1.21 电路图

1.22 电路如图 1.16(a)所示, 运放均为理想的, 电容的初始值  $u_c(0)=0$ , 输入电压波形如图 1.16(b)所示。(1) 写出输出电压  $u_o$  的表达式; (2) 求  $t=0$  时  $u_{o1}$ 、 $u_o$  的值; (3) 画出与  $u_i$  相对应的  $u_{o1}$  和  $u_o$  的波形, 并标出相应的幅度。

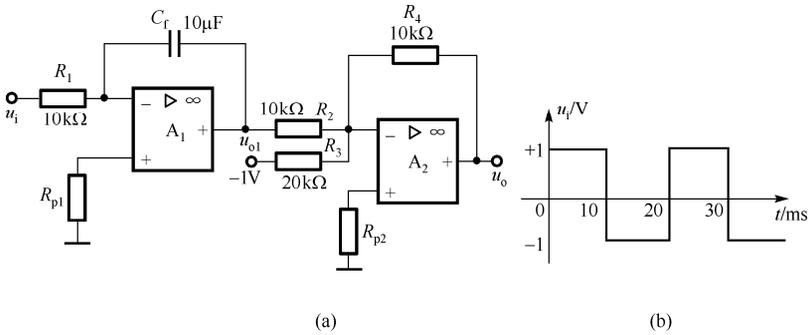


图 1.16 习题 1.22 电路图

1.23 图 1.17(a)所示的反相微分电路中, 当输入信号  $u_i$  为对称的三角波时, 其波形如图 1.17(b)所示, 试画出输出信号  $u_o$  的波形。

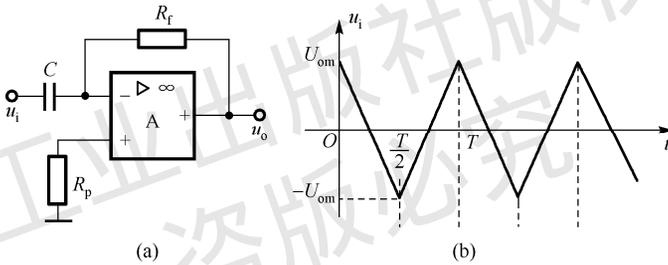


图 1.17 习题 1.23 电路图

1.24 电路如图 1.18 所示, 运放均为理想的, 写出  $u_o$  与  $u_i$  的关系式, 说明电路的功能。

1.25 图 1.19 为实用的单电源供电的自举式同相交流电压放大电路, 假设运算放大器是理想的。已知  $R_1=R_3=R_4=10k\Omega$ ,  $R_2=R_5=100k\Omega$ ,  $C_1=C_2=C_3=10\mu F$ ,  $V_{CC}=+15V$ 。问: (1) 运算放大器的各信号端口的直流电位是多少? (2) 交流放大倍数  $u_o/u_i$  是多少, 输入阻抗  $R_i$  是多大?

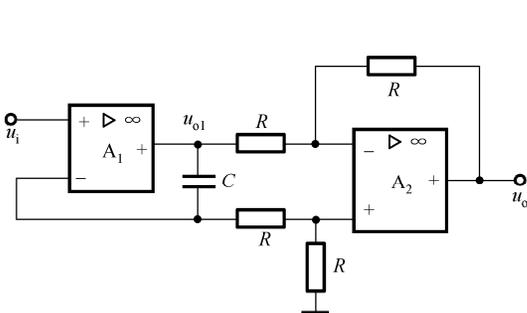


图 1.18 习题 1.24 电路图

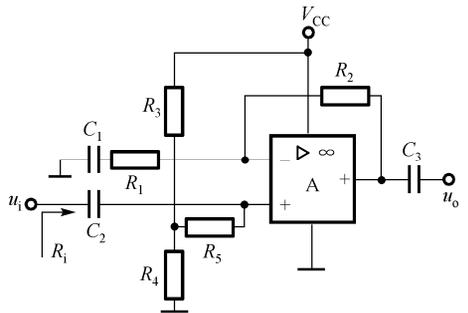


图 1.19 习题 1.25 电路图