

绪 论

光纤光学与光纤应用技术是 20 世纪 50 年代以后,伴随着激光技术、微电子技术同步迅速崛起的近代光学与光电高、新技术领域的重要分支。近 60 年来光纤应用技术在光纤传感、光纤传像、传光照明、能量传输与信号控制,特别是在光纤通信等民用与军工的广泛领域获得了重要而大量的应用,尤其在信息技术领域正表现出越来越强大的生命力以及广阔的应用前景,因而也必然是 21 世纪最有发展前景的技术与产业。相应地,作为研究光信息(光信号、光线或图像)在光学纤维这种透明圆柱介质光波导中传输机理、特性、规律、制作工艺、器件与应用“光纤光学”,则是近 60 年来迅速发展并日臻完善并成熟起来的近代光学领域的一门崭新的分支学科。

从更高层面认识,光纤技术是属于光波导技术的一个方面,而通常所指的光波导技术,则应包括以圆柱介质光波导为特征的光纤技术和以平板或带状介质光波导为特征的集成光路技术;与其相对应,从学科角度可以认为,与光波导技术相对应的是导波光学,它应包括:对应于光纤技术的光纤光学和对应于集成光路技术的集成光学(参见图 1)。

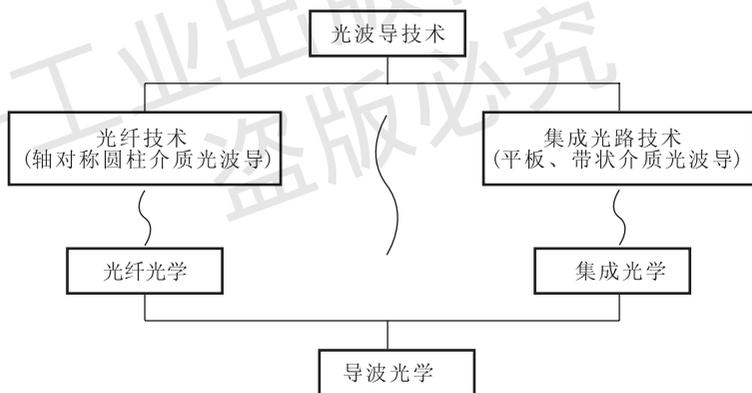


图 1 光波导技术与导波光学的对应关系

本书研究的主要内容包括:光在圆柱介质光波导——光纤中的传输机理、特性与规律(即光纤光学)以及光纤与相关器件的应用技术。

1. 光纤光学与光纤应用技术发展的简要回顾

光纤光学早期实验室研究的缓慢发展阶段,是从 1854 年英国丁达尔(J. Tyndall)研究证实光线可沿盛水的弯曲通道经全反射向前传播开始的,持续了将近 100 年;光纤光学与光纤技术的主要发展阶段是近 60 年,期间大体经历了如下的三个发展阶段。

(1)起步与上升阶段(1950—1970 年)。从 1951—1954 年,荷兰的范希尔(A. C. S. Van Heel)、英国的霍普金斯(H. H. Hopkins)与美国的卡帕尼(N. S. Kapany)同时分别开展了实

用光纤与光纤束结构与制作的研究;1955年希斯乔威兹解决了光纤包层的光绝缘问题;1956年卡帕尼提出了“纤维光学”或称“光纤光学”新学科的命名;1958年卡帕尼提出了拉制复合光纤的新工艺;1960年美国首先研制出光纤传像束,尔后即兴起了光纤医用窥镜传输图像以及传光的应用;1960年由Theodore Maiman研制的第一台激光器问世,解决了光通信的光源问题;1966年诺贝尔奖获得者、华裔科学家高锟首先提出了以光纤传输线取代传统电缆线,用光波导传输光信息的概念,从而奠定了光纤通信的理论基础;1970年美国康宁公司首先拉制出损耗低至20 dB/km的通信用石英光纤,为光纤通信的实用化奠定了技术基础。概括这一阶段的基本标志是:

- 工艺上制成完善可以实用的光纤;
- 各种光纤传像器件(柔性的光纤传像束与刚性的光纤面板等)与传光器件的制作工艺水平与应用首先成熟;
- 光纤在通信中的大规模应用正孕育着突破,光纤通信的理论与工程基础已经初步解决;
- 光纤光学的初步理论体系已经建立,光纤光学的新学科已经基本形成。

(2)全面兴起与发展阶段(1970—1990年)。这一阶段的主要进展与标志是:

- 长距离通信光纤的需求促进了多种光纤类型研制的完善与光纤制造工艺的成熟,各种类型光纤相继问世,从阶跃多模光纤到渐变折射率多模光纤,进而发展到阶跃单模光纤。构成长距离光纤通信工程基础的光纤类型与各种无源光器件已形成基本体系,解决了光纤的最佳选择(单模光纤),光纤产业化的基础已经建立;
- 低损耗、低色散单模光纤的研究进展,促进了光纤主要应用领域——光纤通信的蓬勃发展,光纤通信先后经历了三代通信系统的发展。从短波长(0.85 μm)、多模光纤通信系统(第一代),到长波长(1.31 μm)、多模和单模光纤通信系统(第二代),再到长波长(1.31 μm)单模光纤实用化通信系统的大规模应用(第三代),其传输信号为准同步数字体系(PDH)的各次群信号,传输距离为50 km左右;
- 光纤传感技术获得迅速发展,70余种功能型与非功能型光纤传感器相继问世,研究异常活跃;
- 梯度折射率光纤的研究进展,促进了梯度折射率光学与微型光学的发展;此外,塑料光纤、红外光纤等多种特种光纤获得迅速发展。

(3)以现代光纤通信作为最重要应用方向的飞速发展阶段(1990年至今)。

- 随着现代信息社会与信息技术对光纤传输距离与通信容量进一步提高的迫切需求,从进一步降低色散、实现低损耗并抑制四波混频等非线性效应,以及适应WDM与EDFA等应用的要求,单模光纤从常规的单模光纤(G.652光纤)发展演变出多种新型的单模通信光纤品种,如G652A、G652B、G652C(全波光纤)和G652D等光纤,色散位移光纤(G.653)、截止波长位移光纤(G.654)、非零色散位移光纤(G.655A, G.655B, G.655C)和G.656、G657光纤等,从而形成了适应不同用途需要的单模通信光纤品种的配套体系;
- 波分复用(WDM、DWDM)、掺铒光纤放大器(EDFA)等新器件、新技术及光互连、光逻辑门、光子开关、变频、路由器等多种新型光无源与光有源器件等相继问世并实用化,奠定了新一代光纤通信系统的技术基础;

• 光纤通信系统从 20 世纪 90 年代初开始进入第四代光纤通信系统,即传输体制以同步数字体系(SDH)取代准同步数字体系(PDH),从而使光纤通信网跨入第二代网络——同步光网络(又称光电混合网络),同时传输波长从 $1.31\ \mu\text{m}$ 转向 $1.55\ \mu\text{m}$,开始采用 WDM 与 EDFA 技术,传输速率达 $2.5\ \text{Gb/s}$,中继距离达 $80\ \text{km}$;经历了近 20 年的发展历程,到 20 世纪末光纤通信系统的发展进入第五代光纤通信系统阶段,波分复用(WDM、DWDM)技术已进入全面实用化,光纤传输容量获得大的突破,以光孤子作为信息载体的光孤子传输系统以及相干光通信系统、全光通信系统等先进的光纤通信方式与系统正逐步进入实用化并取代常规通信方式,基于多波长传输与波长交换技术的全光网络成为网络升级的优选方案,集成各种新兴技术与新兴光器件的“掺铒光纤放大器(EDFA)+波分复用(WDM)+非零色散光纤(NZDSF)+光电集成电路(OEIC)”模式,正在成为光纤通信系统的代表性方向。

2. 光纤的主要优点

光纤作为一种介质光波导、光信号的传输线,它相对于金属传输线具有如下的主要优点:

① 具有极宽的传输带宽,可使通信容量获得极大提高,比同轴电缆大 5 个量级,可提供宽频带的综合数字化服务;

② 具有极低的损耗,良好的透明性,可实现无中继的长距离传输,损耗最低可控制到 $0.1\sim 0.2\ \text{dB/km}$;

③ 光纤是绝缘介质,传输光信号抗电磁干扰性好,且同一光缆中的多根光纤之间的相互干扰小。因此,信号传输的保密性好,且受干扰小,传输质量易于保证;

④ 尺寸、体积小,质量轻,柔韧性好,适宜铺设、弯曲。光缆同比相应电缆具有极大优越性;

⑤ 光纤的原材料 SiO_2 蕴藏丰富,可节约大量有色金属(铜)材料。

正是由于光纤具有上述诸多的突出优点,因而它获得了广泛而大量的应用。

3. 光纤的主要应用领域

光纤的优良特性,使之在光纤通信、传感、传像、传光照明与能量信号传输等多方面的领域被广泛而大量应用,并已成为当今信息世界的新兴支柱产业,需求非常旺盛(例如,今后承担电信业务的大多数电缆将被光缆取代)。另外,对光纤技术应用的迫切需求,不仅表现在民用领域,在军用领域也有巨大的应用潜力。

光纤与光纤技术的主要应用领域包括:

① 进行一维(时间)的信息传输。包括远程光纤通信(含洲际海底光缆通信、陆地的国际与国内长途通信)、区域网与城域网通信、互联网的数据传输、本地接入网传输等;此外,在军用上包括舰载、机载、车载及陆军的战术、战略光纤通信系统,以及光纤制导中的双向信息传输。

② 光纤传感技术——应用于各种用途的功能型与非功能型光纤传感器。

③ 进行二维图像的传输、增强与变换:

• 二维图像传输:如光纤传像束(柔性器件)、光纤面板(刚性器件);

• 二维图像增强:如微通道板像增强器;

- 二维图像变换:如扭像器、图像分割器等。

④ 传光照明与能量信号传输:

- 传光照明、装饰与光纤工艺制品;
- 能量传输以及信号传输与控制。

正是由于光纤以及光纤技术所独具的优越性能以及广泛而重要的应用领域与前景,因而以光纤通信为最重要代表的光纤技术及产业已成为当今世界范围内信息技术领域最重要的支柱产业之一。光纤类产业的产值正以每十年 50% 的增长率快速发展,而价格则呈数量级下降,从而产生了巨大的社会与经济效益,并具有非常广阔的应用前景。

近 30 年来,在世界范围信息技术大发展的背景下,我国以光纤通信为主体的光纤与光纤技术产业,取得了长足的发展和令人瞩目的成就。例如,我国在“八五”期间即已建成包含 22 条光缆干线、总长度为 3.3 万千米的“八纵八横”大容量光纤通信干线传输网;“九五”期间我国开始大规模地建设 SDH 网络,并开通了 1 550 nm 的通信窗口;2000 年我国敷设光缆总长度约 720 万千米;2003 年年末,我国实际光纤产量已达 350 万千米;我国生产的光纤以及预制棒的水平已达到或接近国际先进水平。可以预期,在我国向现代化、信息化快速前进的背景下,光纤通信技术与产业以及更广泛的光纤技术与产业,必将迎来一个更加辉煌发展的明天,并跻身于世界信息技术发展强国之列。

本书运用光线光学与波动光学,系统地分析轴对称圆柱介质光波导——光纤(阶跃多模、渐变多模、单模光纤)的传输机理、特性与规律(包括进行基本的模式分析),并在较详细地介绍光纤、光缆与无源/有源光器件等基本知识的基础上,全面介绍光纤在通信、传感、传像、传光照明与能量信号传输等方面的应用,从而使读者获得较系统、全面的光纤光学与光纤应用技术的完整概念。

第一篇

光纤光学的基础理论与知识

本篇的主要内容包括:光纤光学即轴对称圆柱介质光波导的基础理论,运用光线光学和波动光学两种方法,研究分析光在圆柱阶跃光纤与渐变折射率光纤中的传输机理与规律,求解波导方程,进行模式的基本分析;研究光纤传输的几种重要特性;介绍光纤的材料、制造、分类与光缆;研究光纤的连接、耦合特性以及几种重要的无源与有源光器件。上述内容为全面研究光纤应用技术奠定必要的理论基础。

电子工业出版社
盗版必究

第 1 章 光纤波导的电磁理论基础

电磁波的传播规律取决于所依赖的具体环境,例如,是在自由空间中还是在介质中。其中,介质的种类又包括金属导体、电介质非导体(根据其磁性特征又可分为磁性物质与非磁性物质)及电离气体。

光纤是一种介质光波导,因此,光波在其中的传播规律与特性应服从于介质中的电磁场理论。本章目的即建立光纤介质波导中光线光学与波动光学两种分析方法共同的电磁理论基础。

1.1 麦克斯韦方程组与物质方程组

光波是一种电磁波,光波的波动性质被包含在描述变化电磁场的麦克斯韦方程组以及表征物质电磁性质的物质方程组中。两者将电场强度 \mathbf{E} 和磁感应强度 \mathbf{B} 之间的空间与时间变化联系起来。

1.1.1 麦克斯韦方程组

麦克斯韦方程组有其积分形式和微分形式,通常采用如下微分形式的麦克斯韦方程组,求解介质中任一给定点电磁场矢量与时间变化的对应关系。

在非各向同性、非均匀、非线性介质的一般条件下,微分形式麦克斯韦方程组的表述形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

上述一级线性耦合微分方程组中的(1.1)式、(1.2)式为基本方程,分别表示变化的磁场产生电场,以及由传导电流(\mathbf{J})和位移电流(\mathbf{D})形成的总电流所产生的磁场;对上两式取散度并利用电荷不灭定律,即 $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$,则可以得到(1.3)式与(1.4)式。因而后两式并非独立方程。

通常称(1.1)式~(1.4)式为麦克斯韦方程组。式中, \mathbf{D} 为电通量密度矢量, \mathbf{J} 为电流密度矢量, \mathbf{B} 为磁感应强度(或磁通量密度)矢量, ρ 表示介质中给定点的自由电荷密度。

应该指出,利用上述方程组还不能求解出介质中给定点确定的 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} ,这是因为尚不知道 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 与 \mathbf{D} 、 \mathbf{B} 之间的具体关系,其具体关系是随所在的物质而异的。为此,必须研究并确定物质方程组。

1.1.2 物质方程组

电磁场的存在与变化总是依赖于介质的,介质的具体情况决定了各有关矢量之间的关系。我们称反映矢量 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} (电磁场的两个基本物理量)与 \mathbf{D} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{J} (引进的辅助场量)之间关系的关联方程为“物质方程组”。物质方程组的具体函数形式取决于如下所述各种介质的具体类型。为区分不同类型介质,需首先给出如下的各相关定义。

① 各向同性与各向异性:对介质中的任意给定点,若其各方向的物理性质均相同,则为各向同性;否则,为各向异性,表征其特性的系数则以张量形式表示。一般地,晶体为各向异性。

② 均匀与非均匀:一种介质若其物理特性不随空间位置而逐点变化,则为均匀;否则,为非均匀,其特性系数可表为位置矢量 \mathbf{r} 的函数形式。

③ 线性与非线性:若 $\mathbf{D}(\mathbf{J})$ 、 \mathbf{H} 只与 \mathbf{E} 、 \mathbf{B} 的一次项有关,即 ϵ 、 σ 、 μ 均是与 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 无关的常数,则为线性;若 \mathbf{D} 不仅与 \mathbf{E} 的一次项有关,且与 \mathbf{E} 的高次项有关,以 $\mathbf{D} \sim \mathbf{E}$ 函数关系为例,即可表为如下形式:

$$D_i = \underbrace{\sum_j \epsilon_{ij} E_j}_{\text{一次项}} + \underbrace{\sum_{j,k} \epsilon_{ijk} E_j E_k + \sum_{j,k,l} \epsilon_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots}_{\text{非线性项}} \quad (1.5)$$

则为非线性关系。一些介质在强场作用下呈现非线性特性,这种介质即称为非线性介质。

④ 透明:即指 $\sigma=0$,因而 $\mathbf{J}=0$,无吸收损耗。透明介质是指光进入其中而其强度不发生可察觉减弱的物质(如空气、玻璃),它们在电学上必为非导体。

⑤ 无源:即自由电荷密度 $\rho=0$ 。

根据上述定义,可给出如下三种主要类型介质的物质方程组形式。

① 物质为各向异性、非均匀、线性,则其物质方程组可表为

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1.7)$$

式中, $\boldsymbol{\epsilon}$ 、 $\boldsymbol{\mu}$ 分别表示介质的张量介电系数和张量磁导率,并以矩阵形式表示(以 $\boldsymbol{\epsilon}$ 为例):

$$\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

式中, $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(\mathbf{r})$, \mathbf{r} 为介质中不同空间点的位置矢量。因而(1.6)式可表为

$$\begin{cases} D_x = \epsilon_{11} E_x + \epsilon_{12} E_y + \epsilon_{13} E_z \\ D_y = \epsilon_{21} E_x + \epsilon_{22} E_y + \epsilon_{23} E_z \\ D_z = \epsilon_{31} E_x + \epsilon_{32} E_y + \epsilon_{33} E_z \end{cases} \quad (1.9)$$

也可表示为矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

或将 $\mathbf{D} \sim \mathbf{E}$ 之间的线性关系表示为一般式:

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} \cdot E_j \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.11)$$

类似地, (1.7)式亦可表为上述形式。这种类型介质一般针对晶体介质的情况。

② 物质各向同性、线性, 但非均匀, 即 $\epsilon(\mathbf{r})$ 、 $\mu(\mathbf{r})$ 为因地而异的标量, 则物质方程组的形式可表为

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1.13)$$

这种类型一般针对渐变折射率(梯度折射率)等非均匀介质的情况。

③ 物质各向同性、线性、均匀, 即 ϵ 、 μ 均为常标量, 则物质方程组的形式可表为

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} \quad (1.14)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (1.15)$$

作为光波导的光纤为无源的非导体介质($\rho=0$, $\mathbf{J}=0$; 电导率 $\sigma=0$), 即符合上述规律。

决定电磁场运动形式的麦克斯韦方程组与上述物质方程组相结合, 则确定了介质中电磁场的具体分布形式。

1.1.3 各向同性、均匀、透明介质中的麦克斯韦方程组与物质方程组

折射率分布为阶跃型的光纤即均匀波导, 是最常用的一种重要光波导类型。由于介质中无电荷与电流分布, 即 $\rho=0$, $\mathbf{J}=0$, 因而其麦克斯韦方程组的形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.18)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.19)$$

其物质方程组的形式则如(1.14)式和(1.15)式, 分别为 $\mathbf{D}=\epsilon\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}$ 。

上述麦克斯韦方程组各式为一阶偏微分方程, 虽然表示形式简单, 但方程中的电场量与磁场量是相互耦合交连在一起的, 在解边值问题时难以应用, 因而不便于求解。为此, 必须导出由麦克斯韦方程组转化而来的波动方程, 并利用边界条件, 才能得到介质中电磁场的确定解。

1.2 波动方程

波动方程系指将物质方程组代入麦克斯韦方程组的两个基本方程后, 所得到的两个变量分离形式的二阶微分方程组, 它便于利用边值条件求解。波动方程的解描述了在所确定介质中的光传播规律。以下推导建立各种条件下各向同性介质的波动方程。

1.2.1 各向同性、非均匀(与 r 有关)、有源介质中的波动方程

为导出波动方程, 首先从一般情况出发对(1.1)式做旋度运算, 即

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mu\mathbf{H})$$

上式左端的二重矢积运算结果为

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla \cdot (\nabla \mathbf{E}) = \nabla \left(\frac{\rho}{\epsilon} - \frac{\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E}}{\epsilon} \right) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

其右端的运算最终结果为

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mu \mathbf{H}) = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \frac{\nabla \mu}{\mu} \times (\nabla \times \mathbf{E})$$

将两端结果代入上式整理得到电场矢量 \mathbf{E} 的波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\frac{\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E}}{\epsilon} \right) - \nabla \left(\frac{\rho}{\epsilon} \right) + \frac{\nabla \mu}{\mu} \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (1.20)$$

类似地,对(1.2)式做旋度运算并整理,可得到如下磁场矢量 \mathbf{H} 的波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \nabla \left(\frac{\nabla \cdot \mu \mathbf{H}}{\mu} \right) + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times \mathbf{J} - \nabla \times \mathbf{J} \quad (1.21)$$

显然,通过上述运算变换获得了电场矢量(\mathbf{E})与磁场矢量(\mathbf{H})相分离的两个波动微分方程。

1.2.2 各向同性、非均匀、无源介质中的波动方程

对一般光波导材料(属非磁性材料),其磁导率与真空中磁导率一致,因而有 $\nabla \mu = \mu - \mu_0 = 0$;所研究的介质区域无源, $\rho = 0$,且电导率 $\sigma = 0$,因而 $\mathbf{J} = 0$;但介质为非均匀介质,即 ϵ 与 \mathbf{r} 有关,因而介电常数的梯度 $\nabla \epsilon \neq 0$ 。

在上述分析的条件下,(1.20)式、(1.21)式将转化为如下的非齐次波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\frac{\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E}}{\epsilon} \right) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.22)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1.23)$$

上述两式的形式已简化,但仍很复杂,求解困难,为此需做数学近似处理。

1.2.3 各向同性、渐变折射率光纤中的波动方程

对渐变折射率光纤, $\epsilon(\mathbf{r})$ 变化缓慢,即事实上 $\nabla \epsilon \neq 0$ 。但分析表明,只要在一个光波长的距离上 ϵ 的变化是微小的,即当满足 $\left| \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \right| \ll 1$ 时,则可取近似 $\nabla \epsilon \approx 0$ 。由此数学近似处理对方程解导致的误差影响是可以忽略的。在上述近似条件下,可得到如下近似的齐次波动方程。显然,方程解亦应为近似的。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.24)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu_0 \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.25)$$

1.2.4 各向同性、阶跃型折射率光纤中的波动方程

光纤中纤芯介质折射率均匀即为阶跃型光纤,亦为均匀光波导。

由于折射率均匀, ϵ 为常标量, $\nabla \epsilon = 0$,因而(1.24)式、(1.25)式可演变为如下精确的齐次波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.26)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.27)$$

应指出(1.26)式、(1.27)式与(1.24)式、(1.25)式的形式相同,然而意义却有差别。

若引入电磁波的传播速度 v ,且以 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}}$ 表示电磁波在介质空间给定点处的传播速度,则可将上两式表为以速度形式表示的矢量形式波动微分方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.28)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.29)$$

上述方程表示,电场与磁场耦合在一起,以波动形式在介质中以速度 v 传播。

若场矢量以三个直角坐标分量来表示,则(1.26)式所表示的矢量波动微分方程可以表示为如下标量形式的波动微分方程组:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 E_x - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} &= 0 & \text{①} \\ \nabla^2 E_y - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} &= 0 & \text{②} \\ \nabla^2 E_z - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} &= 0 & \text{③} \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

若以符号形式 V 表示其中的任意分量,则可表为如下形式的标量波动方程:

$$\nabla^2 V - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad (1.31)$$

同样引入传播速度 v ,则上式亦可表为

$$\nabla^2 V - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad (1.32)$$

或将拉普拉斯算符展开,亦可表为

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad (1.33)$$

1.3 亥姆霍兹方程(正弦稳态波动方程)

为进一步简化波动方程的求解,需要讨论亥姆霍兹(helmholtz)方程。在电磁波的讨论中,通常是将表示电场与磁场的矢量 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{H} 、 \mathbf{B} 考虑为具有单一角频率 ω 的正弦波(即以一定频率做正弦振荡的单色波),这是因为正弦波可以作为基元波,其产生与测量均较方便,因而具有特别重要的意义。

为运算分析的简便,采用指数函数来描述这种正弦波函数。这是因为,用指数函数表示光波函数便于将位相的空间因子与时间因子分开。例如,电场矢量可以表示为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot e^{j\omega t}$ 。当不需考虑光波随时间的变化时,可以用复振幅表示光波。

复振幅是振幅与空间位相因子的乘积。以电场矢量为例,其复振幅可以表示为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{-j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$ 。通常以 $t=0$ 时的复振幅 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 代表电场矢量,并称之为“复矢量”,或称其为“相

量”。它既是一个矢量(由 \mathbf{E}_0 决定其空间方向),同时又是一个复数,因 $e^{-j(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})} = e^{-j\theta}$, θ 为相位,是随时间而变化的,表示波的传播。

由于指数函数所具有的微分运算特性,即每进行一次微分运算后均保持函数的原形不变,从而可使计算大为简化。因而若有波函数 $z = A \cdot e^{j\omega t}$, 则有 $\frac{dz}{dt} = (j\omega)z$, $\frac{d^2z}{dt^2} = (j\omega)^2 z = (-\omega^2)z$ 。因此,上述方程中所有对时间的(偏)微商 $\frac{\partial}{\partial t}$ 、 $\frac{d}{dt}$, 均可以用 $j\omega$ 取代; $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ 、 $\frac{d^2}{dt^2}$ 则以 $(-\omega^2)$ 取代。将上述 $\frac{d}{dt}$ 、 $\frac{d^2}{dt^2}$ 代入(1.22)式、(1.23)式,则对各向同性、非均匀、无源介质应有

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E} \right) = -\omega^2 \mu_0 \epsilon \cdot \mathbf{E} \quad (1.34)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}) = -\omega^2 \mu_0 \epsilon \cdot \mathbf{H} \quad (1.35)$$

对渐变折射率的光波导,为简化计算分析,可取近似 $\nabla \epsilon \approx 0$; 同时引入

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon = (\omega^2 \mu_0 \epsilon_0) \cdot \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) = k_0^2 \cdot \epsilon_r = k_0^2 \cdot n^2 \quad (1.36)$$

因而有

$$k = n \cdot k_0 \quad (1.37)$$

(1.36)式中, $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ 为相对介电系数; $n = \sqrt{\epsilon_r}$ 为介质折射率; $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c}$ 为自由空间波数。定义

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad (1.38)$$

k 为介质中的波数或传播系数,它是一个数量。由上述关系变化可得到

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}} \quad (1.39)$$

将上述关系及渐变折射率介质条件下 $\nabla \epsilon \approx 0$ 代入(1.34)式、(1.35)式,并整理即获得如下矢量形式的亥姆霍兹方程,亦即正弦稳态方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.40)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.41)$$

上两式即为一定频率(ω)下渐变折射率介质中电磁波的基本方程,方程的解 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ 即代表电磁波场强在空间中的分布情况,每一种可能存在的分布形式即为一种模式。由于上式是在取 $\nabla \epsilon \approx 0$ 近似条件下得到的,因而对渐变折射率介质,方程及其解均为近似的。事实上,方程的 k 为 \mathbf{r} 的函数,即

$$k(\mathbf{r}) = k_0 \cdot n(\mathbf{r}) = k_0 \cdot \sqrt{\epsilon(\mathbf{r})} \quad (1.42)$$

应该指出,对介质折射率为常数($n = \sqrt{\epsilon} = ct$)的均匀波导,即 $\nabla \epsilon = 0$, (1.40)式、(1.41)式及其解亦成立,且均为严格的。

由于矢量形式的亥姆霍兹方程不便求解,因而需转化为相应的标量形式亥姆霍兹方程。由于 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 在直角坐标系中的 x 、 y 、 z 各分量均满足上述方程,因而可以用符号 V 形式地表示,即有

$$\nabla^2 V + k^2 V = 0 \quad (1.43)$$

上式即为标量形式的亥姆霍兹方程,为一椭圆形偏微分方程。将拉普拉斯算符展开,(1.43)式亦可表为

$$\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right) + k^2 V = 0 \quad (1.44)$$

运用上述电磁场基本理论,并利用亥姆霍兹方程及相关的边界条件即可求解介质中电磁场的分布。

1.4 各向同性、均匀介质圆柱光波导(阶跃光纤)中光波的传播

芯与包层折射率均匀分布的阶跃光纤,即各向同性、均匀介质的圆柱光波导,是一种最重要、最常用的光纤类型,研究光波在其中的传播规律与机理具有典型性与重要意义。

上节导出的亥姆霍兹方程的解 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r})$,应随激励与传播条件的不同而不同。其中,一种最基本的解就是存在于全空间中的平面波。在均匀介质中,平面波是基波,任意形式的电磁波均可分解为等相面与等幅面一致的一些均匀平面波;而在非均匀介质中,可以近似地认为,在到达光频时,存在的是波前极小的平面波,可称之为“本地平面波”,其法线即为射线。因而,在非均匀介质中本地平面波即为基波。

1.4.1 均匀介质圆柱光波导(阶跃光纤)芯中的光波传播

在均匀介质中传输的均匀平面波,在每个波阵面上 $\mathbf{E}(\mathbf{H})$ 的振幅相同,位相亦相同。在均匀介质中各点的场矢量在略去时间位相因子的条件下,可以如下的复振幅形式表示

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \cdot e^{-j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1.45)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \cdot e^{-j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1.46)$$

式中, \mathbf{E}_0 、 \mathbf{H}_0 为代表波振幅的常矢量; \mathbf{r} 为代表介质中点的位置的矢量; \mathbf{k} 为波矢量或称传播矢量。分析计算表明, \mathbf{k} 的方向应与坡印廷矢量 \mathbf{S} 的方向一致,即代表波的传播方向,其数量 k 可由平面波表达式计算得到如下表达式(在无损耗的介质中,应有 $\mu = \mu_0$):

$$|\mathbf{k}|^2 = k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (1.47)$$

式中, ω 为电磁波振荡的角频率,它表明传播系数 k 值随 ω 而变,亦即不同频率电磁波有不同的位相速度,此即介质的色散机理。因而上式又称为平面波的色散方程。这也是用直角坐标系表示的均匀介质中电磁波传播状态的特征方程。由于 k_x 、 k_y 、 k_z 是 k 值的直角坐标系三个分量,因而上式表征一个球面,即表示各个方向的 k 值相等;若 k 取不同值则表征不同的球面。由此,可得出结论:在各向同性、均匀介质中的平面波,其向各方向的传输系数是相同的,即有

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \quad (1.48)$$

若引入光波在 μ_0 、 ϵ 介质中的位相速度 v ,则有前面的(1.38)式:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

表明传输系数 k 即为圆波数,在平面波的情况下, k 值即等于单位长度上可以容纳的波长数的 2π 倍。

以上所述表明,在均匀介质的圆柱光波导中,阶跃光纤芯中的光波是以平面波向前传播的;然而,在芯与包层的界面处,应有怎样的光波传输机理呢?为此,需分析均匀介质光波导界面处的表面波现象。

1.4.2 均匀光波导界面处全反射条件下的波场分析——表面波

本节的分析表明,在由两种各向同性、均匀、透明介质(芯与包层)构成的均匀波导(阶跃光纤)中,均匀平面波在芯与包层界面处将有部分发生折射和反射,这部分的光能量最终将逸出、消耗掉;还有一部分满足全反射条件的光波能量,将发生全反射。其中的折射光波将在波导界面外侧的薄层中形成表面波。为此,要研究在这种边界条件下的电磁波解,并研究这种表面波的特性。

若平面波由 n_1 介质(芯)经界面射向 n_2 介质(包层),芯与包层介质的折射率满足 $n_1 > n_2$;当入射光波在界面处满足全反射条件,即入射角 $\theta > \theta_c$ 时,这时不能定义实数的折射角,因而在界面处将出现不同于一般反射、折射的物理现象,即界面处不仅存在反射光波,而且存在被称之为“表面波”的折射光波。

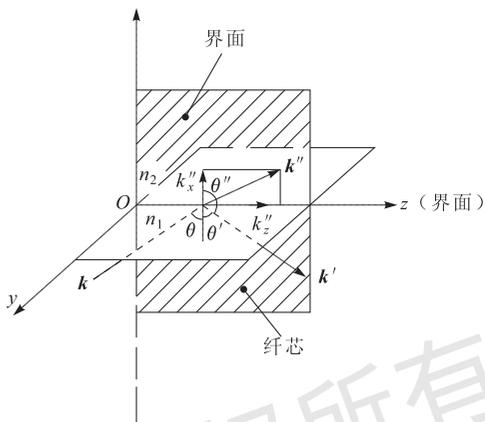


图 1.1 全反射条件下界面折射光波的分析

如图 1.1 所示,设平面波在界面处的入射、反射和折射光波的电场强度矢量分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \cdot e^{j(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} & \text{①} \\ \mathbf{E}' &= \mathbf{E}'_0 \cdot e^{j(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} - \omega t)} & \text{②} \\ \mathbf{E}'' &= \mathbf{E}''_0 \cdot e^{j(\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r} - \omega t)} & \text{③} \end{aligned} \right\} \quad (1.49)$$

式中, \mathbf{k} 、 \mathbf{k}' 、 \mathbf{k}'' 分别代表入射、反射和折射光波传输系数的波矢量。其中,反映折射光波特性的折射光波传输系数、波矢量 \mathbf{k}'' 应予重点研究。

考察子午面内界面处发生的折、反射情况。折射光波的位相因子应由 $\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r}$ 决定,而

$$\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r} = k''_x \cdot x + k''_z \cdot z \quad (1.50)$$

式中, k''_z 、 k''_x 分别代表折射光波沿 z 轴(光传播方向)和 x 轴(垂直于光传播方向)的分量,且分别有

$$k''_z = k'' \cdot \sin\theta'' = k'' \cdot \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\theta\right) = k \cdot \sin\theta = k_z \quad (1.51)$$

$$\begin{aligned} k''_x &= k'' \cdot \cos\theta'' = k'' \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \cdot \sin\theta\right)^2} \stackrel{\text{当 } \theta > \theta_c}{=} \pm j \left(k'' \cdot \frac{n_1}{n_2}\right) \sqrt{\sin^2\theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \\ &= \pm jk \sqrt{\sin^2\theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \end{aligned} \quad (1.52)$$

将(1.51)式、(1.52)式代入(1.50)式,应有

$$\mathbf{k}'' \cdot \mathbf{r} = \left[\pm jk \sqrt{\sin^2\theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \right] \cdot x + k_z \cdot z \quad (1.53)$$

将(1.53)式代入(1.49)式中③式应有

$$\mathbf{E}'' = \left[\mathbf{E}''_0 \cdot e^{\mp jk \sqrt{\sin^2\theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \cdot x} \right] e^{j(k \sin\theta \cdot z - \omega t)} \quad (1.54)$$

上式中位相因子项 $k_z'' \cdot z = k \sin \theta z = k_z \cdot z$ 代表折射光波在第二介质中沿 $+z$ 方向的相移;复振幅项则表示场强振幅沿 x 方向的变化规律,存在两种可能的解。然而分析表明,若复振幅中的位相因子项前取“+”号,则在 $x > 0$ 的半空间中,随着 x 的增大,其振幅将按指数规律迅速增大,在 $+\infty$ 处将为 ∞ ,这将违背场强在无穷远处应有界或为 0 的边界条件。为此,复振幅位相因子前应取“-”号作为方程解,“+”号应弃之。因而,最终解应为

$$\mathbf{E}'' = \left[\mathbf{E}_0'' e^{-k \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \cdot x} \right] e^{j(k \sin \theta z - \omega t)} \quad (1.55)$$

(1.55)式表明,在阶跃光纤(均匀光波导)芯与包层界面满足全反射的条件下,折射率为 n_2 的包层介质中,确实存在着沿 $+z$ 方向传播,而其场强振幅沿 $+x$ 方向按指数规律迅速衰减的折射光波。由于折射光波透过界面迅速衰减,因而它只存在于界面附近 n_2 介质的一薄层内。为分析此薄层的厚度,定义“穿透深度”为:当振幅衰减至界面处($x=0$)振幅的 $1/e$ 倍时沿 x 方向的深度 x_0 。若界面处振幅为 \mathbf{E}_0'' ,则由(1.55)式应有穿透深度 x_0 时的如下关系式:

$$\mathbf{E}_0'' e^{-k \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \cdot x_0} = \mathbf{E}_0'' \cdot \frac{1}{e} = \mathbf{E}_0'' \cdot e^{-1}$$

由上式可解出穿透深度:

$$x_0 = \frac{1}{k \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} = \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}} \quad (1.56)$$

(1.56)式表明,折射光波穿透 n_2 介质的薄层厚度与入射光波长 λ 具有相同数量级,且入射角 θ 与全反射临界角 θ_c 的差值越大,则 x_0 越小,即折射光波衰减越快。

由于折射光波按指数规律迅速衰减,迅即消逝,故称这种波为“倏逝波”(evanescent wave)。倏逝波的衰减规律在光频波段已由实验证实。由于倏逝波是紧贴着 n_1 、 n_2 两种不同介质之间界面沿 z 轴方向传播的一种电磁波,它没有离开界面沿 x 方向辐射的电磁波能量转换,因而又称其为“表面波”(surface wave)或“界面波”(boundary wave)。由于它满足场强在无穷远处为 0 的边界条件,因而它是“正常波”。

因此,对于由均匀介质 n_1 、 n_2 构成的阶跃光纤(均匀光波导)中存在电磁场形式的综合分析结论是:入射光波和反射光波形成的电磁场集中在纤芯(n_1 介质)内部,而折射光波形成的电磁场则集中在光波导界面外的 n_2 介质薄层中,即全部电磁场被限制在光波导中及其表面附近。这种波导机构所引导的由入射波、反射波、表面波叠加形成的传导波是一种特殊的波,它在此波导中及波导周围的薄层空间内传播,其示意图如图 1.2 所示。

倏逝波的波形特征如图 1.3 所示,图中当 $z=ct$,即相位为常数时,代表等相位面;当 $x=ct$,即 \mathbf{E}'' 的复振幅为常数时,代表等幅面。上述分析表明,表面波的等相位面与等幅面不一致,两者正交,因而称这种波为非均匀平面波;相应地,等相位面与等幅面重合的波称为均匀平面波。

对表面波做进一步的分析表明,代表其波面传播的 \mathbf{E}'' 的位相项应有如下关系:

$$k_z'' = k_z = k \cdot \sin \theta > k \sin \theta_c = k \cdot \frac{n_2}{n_1} = (n_1 k_0) \cdot \frac{n_2}{n_1} = k''$$

因而有

$$v_z'' = v_z = \frac{\omega}{k_z} < v'' = \frac{\omega}{k''}$$

式中, $k_z''(k_z)$ 为表面波的传输系数波矢量,而 k'' 为 n_2 介质中均匀平面波传输系数波矢量。由此可以得出结论:表面波的相速度 $v_z''(v_z)$ 通常小于波导周围介质中均匀平面波的速度 v'' ,因

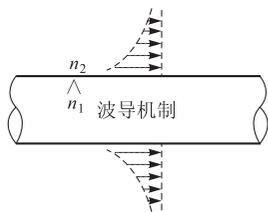


图 1.2 波导机制示意图

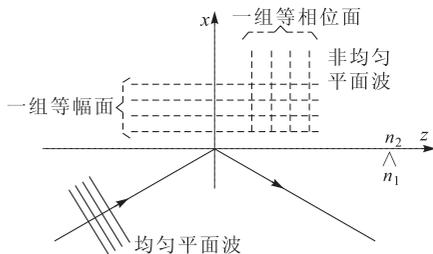


图 1.3 表面波特征分析

而又称表面波为“慢波”。

从能量角度考虑,在全反射条件下实际发生的物理过程是,入射光波以 $\theta > \theta_c$ 射至 n_1 与 n_2 的界面上,除一部分能量转换为反射光波能量反射回 n_1 介质外,另有一部分折射光波(表面波)的能量在半周内进入 n_2 介质,并在界面附近的薄层中储存起来,而在随后的半周内,这部分能量又释放出来,转换为反射波能量,从 n_2 介质返回 n_1 介质。总之,折射光波的能量是跨越界面做往复循环的,其最终结果是使穿过界面流到 n_2 介质中的平均能量为零(如图 1.4 所示),亦即使反射光波的平均能流密度在数值上与入射光波的平均能流密度相等,从而实现了入射光波能量全部被反射回 n_1 介质中,这就是全反射的实质物理过程。

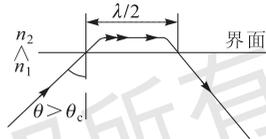


图 1.4 界面处表面波能流分析

正是由于阶跃光纤(均匀光波导)的这种表面波机理与全反射效应,才保证了满足全反射条件的入射光能量能在纤芯及包层界面连续发生无数次全反射向前传输,而能量损耗很小。

最后应该指出,进入阶跃光纤(均匀光波导)中的一部分光能量,当其不满足全反射条件,即 $\theta < \theta_c$ 时,入射光波将会发生部分反射、部分折射。其中,进入包层 n_2 介质中的折射光波将形成能量的向外辐射和损耗,这就是部分反射条件下的辐射波。

习题与概念思考题 1

1. 说明各向同性与各向异性以及各向异性与非均匀的概念及其数学符号表示形式的差异。
2. 写出 $\mathbf{D} \sim \mathbf{E}$ 非线性函数关系的数学表达式。
3. 写出并分析各向同性、线性、非均匀与各向同性、线性、均匀两种介质物质方程组的形式并说明概念差别。
4. 写出并分析各向同性、渐变折射率光纤与阶跃光纤中波动微分方程表示形式与概念的差别。
5. 写出介质中传输系数 k 的表达式及其物理意义。
6. 阶跃光纤(均匀光波导)纤芯中与芯包界面处传播的光波分别是何种形式的波? 试导出界面处表面波的数学表达式并分析其物理意义。表面波具有怎样的波导机制和特征? 阶跃光纤能实现远距离光传输的机理是什么?
7. 阶跃光纤芯包折射率分别为 $n_1 = 1.62, n_2 = 1.52$, 界面处若有光线以 $\theta = 80^\circ$ 入射, 光波长 $\lambda = 1.31 \mu\text{m}$, 试计算其表面波的穿透深度 x_0 。