第 3 章

现金流量与资金时间价值

学习要点

✍ 现金流量、资金时间价值概念
✍ 单利、复利如何计息
✍ 将来值、现值、年值的概念及计算
✍ 名义利率和有效利率的关系，年有效利率的计算
✍ 利用利息公式进行等值计算

3.1 现金流量的概念与估计

3.1.1 现金流量的概念

明确现金流量的概念,具体估算各投资方案形成的现金流入量、现金流出量和净现金流量,是正确计算投资方案评价指标的基础,同时也是进行科学的长期投资决策的基础。

投资决策的过程就是对各种方案的投资支出和投资收益进行比较分析,以选择投资效果最佳的方案。一个完整的投资过程是从花第一笔钱开始一直到寿命期末不再有收益为止。在投资决策的前期,我们总要事先估计一个投资周期,叫做计算期或研究期。计算期的长短取决于项目的性质,或根据产品的寿命周期,或根据主要生产设备的经济寿命,或根据合资合作年限,一般取上述因素中较短者,最长不超过20年。从整个时间长河来看,每个时间点都有现金支出(流出)和现金收入(流入),这种现金的流入和流出称为现金流量。这里的“现金”是广义的,指各种货币资金或非货币资产的变现价值。为了方便分析,我们人为地将整个计算期分为若干期,并假定现金的流入、流出是在期末发生的。通常以1年为一期,即把1年间产生的所有流入和流出累积到年末。这种收益和费用的归集,是出于习惯,也是为了计算方便,虽然显得不够精确,但在经济分析上,这样处理已经足够准确了。

现金流量包括现金流入量、现金流出量和净现金流量3个具体概念。

1. 现金流入量

指在整个计算期内所发生的实际的现金流入,如销售收入、固定资产报废时的残值收入,以及项目结束时回收的流动资金。

2. 现金流出量

指在整个计算期内所发生的实际现金支出,如企业投入的自有资金、销售税金及附加、总成本费用中以现金支付的部分、所得税、借款本金支付等。

3. 净现金流量

指现金流入量和现金流出量之差。流入量大于流出量时,其值为正,反之为负。

对投资方案每年能产生的净现金流量的估计,涉及对许多变量的估计,需要企业各个部门的参与和合作。例如,销售部门负责预测销售收入;产品研发部门负责估计投资方案的资本支出,包括研制费用、厂房建筑、设备购置等;生产采购部门负责预测产品成本;财务部门则负责为各有关部门的预测建立共同的基本假设条件,如物价水平、折现率等。

3.1.2 现金流量图

一个工业项目的实施,往往要延续一段时间。在项目寿命期内,各种现金流入和现金流出的数额和发生的时间都不尽相同,为了便于分析,通常采用表格和图的形式表示特定系统在一段时间内发生的现金流量。关于现金流量表的形式和内容的阐述详见本书第5章,本节着重介绍现金流量图。

现金流量图如图 3-1 所示。图中的横轴是时间轴,向右延伸表示时间的延续。轴线等分成若干间隔,每一间隔代表一个时间单位,通常是“年”(在特殊情况下也可以是季或半年等)。时间轴上的点称为时点,该年的年末,同时也是下一年的年初。零时点即为第一年开始的时点。整个横轴又可看成我们所考察的“系统”。

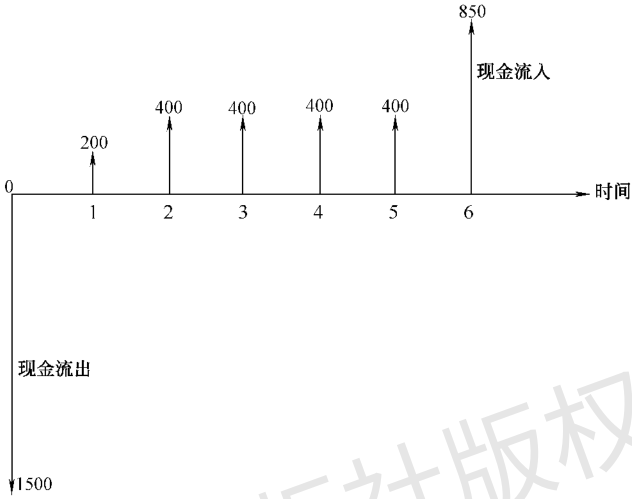

图 3-1　现金流量图

与横轴相连的垂直线,代表流入或流出这个“系统”的现金流量。垂直线的长度根据现金流量的大小按比例画出。箭头向下表示现金流出;箭头向上表示现金流入。现金流入和现金流出亦可分别称为正现金流量和负现金流量。现金流量图上还要注明每一笔现金流量的金额。

3.1.3　正确估计现金流量

正确估计与投资方案相关的现金流量,须注意以下 4 个问题:

① 与投资方案相关的现金流量是增量现金流量,即接受或拒绝某个投资方案后总现金流量的增减变动。只有那些由于采纳该项目引起的现金支出的增加额,才是该项目的现金流出;只有那些由于采纳该项目引起的现金收入的增加额,才是该项目的现金流入。

② 现金流量不是会计账面数字,而是当期实际发生的现金流。会计损益表上的税后利润是按照“权责发生制”原则确定的,而净现金流量是按照“收付实现制”原则确定的,不仅包括税后利润,还包括非现金支出的费用——折旧费和摊销费。

③ 排除沉没成本,计入机会成本。沉没成本是指那些在投资决策前已发生的支出,这部分支出不会影响投资方案的选择,现在的决策不为过去的决策承担责任,因此分析时不应包括在现金流量中。机会成本是指选择了一个投资方案,将会失去投资于其他途径的机会,其他投资机会可能取得的最大收益是实行本方案的一种代价,应计入现金流量中。

④ “有无对比”而不是“前后对比”。采用“有无对比法”,将有这个项目和没有这个项目时的现金流量情况进行对比,以便弄清两者之间的差别中有哪些效益和费用确属于这个项目。

3.2 资金的时间价值

3.2.1 资金的时间价值概念

进行投资决策分析时,主要着眼于方案在整个计算期内的现金流量。在计算投资方案的经济效果时,我们能不能将不同时期发生的现金流量直接加总(求代数和)?先看下面一个例子。

【例3-1】 某公司面临两种投资方案A和B,寿命期都是4年,初始投资相同,均为10 000元。实现收益的总数相同,但每年数值不同,见表3-1。

表3-1 A,B两种方案的每年现金流量 单位:元

方案 \ 年末	0	1	2	3	4
A	−10 000	6 000	5 000	4 000	2 000
B	−10 000	2 000	4 000	5 000	6 000

如果其他条件相同,我们应该选用哪个方案呢?根据直觉和常识,我们会觉得方案A优于方案B。方案A的得益比方案B早,这就是说,现金收入与支出的经济效益不仅与资金量的大小有关,而且与发生的时间有关。这里隐含着资金具有时间价值的观念。

资金时间价值在银行的利息中可以得到体现。如果年利率为9%,那么今年到手的1元存入银行,到明年这个时候可以拿到1.09元,就是说,今年的1元等值于明年的1.09元,明年的1元相当于今年的1/1.09=0.917 4(元)。对于资金的时间价值,可以从两个方面理解。

首先,资金随着时间的推移,其价值会增加,这种现象叫做资金增值。增值的原因是由于资金的投资和再投资。1元钱今年到手和明年到手是不一样的,先到手的资金可以用来投资而产生新的价值,因此今年的1元钱比明年的1元钱更值钱。从投资者的角度来看,资金的增值特性使资金具有时间价值。

其次,资金一旦用于投资,就不能用于现期消费。牺牲现期消费是为了能在将来得到更多的消费,个人储蓄的动机和国家积累的目的都是如此。从消费者的角度来看,资金的时间价值体现为对放弃现期消费的损失所应做的必要补偿。

但资金时间价值与利息概念不同,影响利息大小的主要因素有:

① 投资收益率,即单位投资所能取得的收益。

② 通货膨胀因素,即对货币贬值造成的损失所应做的补偿。

③ 风险因素,即对风险的存在可能带来的损失所应做的补偿。

资金的时间价值是指经过一定时间的增值,在没有风险和通货膨胀条件下的社会平均资金利润率。在技术经济分析中,对资金时间价值的计算方法与银行利息的计算方法相同。实际上,银行利息也是一种资金时间价值的表现方式。

在经济活动中,资金的时间价值非常重要。例如,若每年投入1万元购买开放式基金,则计算出的若干年后的资金价值见表3-2。

表 3-2　资金的时间价值列表　　单位:万元

时　间	10 年	20 年	30 年	40 年	50 年	100 年
5%	13.2	34.7	69.8	126.8	219.8	2 740.5
10%	17.5	63.0	180.9	486.9	1 280.3	151 575.7
15%	23.3	117.8	499.9	2 046.0	8 300.4	9 003 062.1

注意,在利率为 15%时相比利率为 5%,10%时拥有的财富多了很多,它显示了资金时间价值的威力。资金时间价值的重要意义在于,它明确了资金存在的时间价值,树立起使用资金是有偿的观念,有助于资源的合理配置。每个企业在投资时至少能取得社会平均利润率,否则不如投资于其他项目。

3.2.2　利息的计算

1. 利息计算的种类

如果一个人到银行存款或借款,到期会收到或支付利息。人们在生活当中所接触到的利息概念指通过银行借贷资金所付或得到的比本金多的那部分增值额;工程经济中借用利息概念来代表资金时间价值,指投资的增值部分,因此它比通常的利息概念更广义。

利息的计算取决于本金、计息期数和利率。用公式表示为

$$I = f(P, N, i) \tag{3-1}$$

式中,I 为总利息;P 为本金;N 为计息期数,即有多少个计息周期;i 为利率,即单位本金经过一个计息周期后的增值额。

计息周期是表示利息的时间单位,如年、半年、季度、月、日等,一般用年表示。利息的计算有两种:单利和复利,以下分别说明。

(1) 单利

所谓单利是指每期均按原始本金计算利息。在以单利计息的情况下,一旦利率确定,利息与时间便呈线性关系,利息与本金呈正比关系。不论计息期数为多大,每期均只有本金计息,而利息不计利息,每期计算的利息都相等。整个计算期内总利息的计算公式为

$$I = P \cdot N \cdot i \tag{3-2}$$

计息期末获得的本金和利息之和(简称本利和) 为

$$F = P + I = P + P \cdot N \cdot i = P \cdot (1 + N \cdot i)$$

式中,F 是将来值,指 N 年末的本利和。

【例 3-2】　以单利方式借入一笔借款 1 000 元,利率为 6%,求利息和本利和。

解:2 年后应付利息为

$$I = 1\ 000 \times 2 \times 0.06 = 120(\text{元})$$

2 年后的本利和为

$$F = 1\ 000 \times (1 + 2 \times 0.06) = 1\ 120(\text{元})$$

(2) 复利

复利计息是将这期利息转为下期的本金,下期将按本利和的总额计息。在这种计息方式下,不仅本金计算利息,利息也再计利息。假设有一笔借款 P,按复利计息,则各期计算的利息及 N 期末的本利和如表 3-3 所示。

表 3-3　按复利计息的各期利息及 N 期末的本利和

年　　份	年初欠款	年末应付利息	年末欠款
1	P	$P \cdot i$	$P \cdot (1+i)$
2	$P \cdot (1+i)$	$P \cdot (1+i) \cdot i$	$P \cdot (1+i)^2$
3	$P \cdot (1+i)^2$	$P \cdot (1+i)^2 \cdot i$	$P \cdot (1+i)^3$
4	$P \cdot (1+i)^3$	$P \cdot (1+i)^3 \cdot i$	$P \cdot (1+i)^4$
⋮	⋮	⋮	⋮
N	$P \cdot (1+i)^{N-1}$	$P \cdot (1+i)^{N-1} \cdot i$	$P \cdot (1+i)^N$

根据表 3-3 可得到以下公式：

$$\begin{aligned} F &= P \cdot (1+i)^N \\ I &= P \cdot (1+i)^N - P \end{aligned} \tag{3-3}$$

【例 3-3】　资料同例 3-2，按复利计息，求 2 年后的利息和本利和。

解：2 年后的本利和为

$$F = 1\ 000 \times (1+0.06)^2 = 1\ 123.6(\text{元})$$

2 年应付利息为

$$I = 1\ 000 \times (1+0.06)^2 - 1\ 000 = 123.6(\text{元})$$

从上面两个例子中可以看出，同一笔借款，在利率相同的情况下，用复利计算出的利息金额比用单利计算出的利息金额大，当所借本金越大、利率越高、年数越多时，两者差距就越大。

(3) 单利和复利的选择

一笔存款 10 000 元，若定期存 1 年，则所得金额为 10 000 + 1.98% × 10 000 = 10 198(元)；若定期存 2 年，则所得金额为 10 000 ×(1 + 2.25% × 2) = 10 450(元)，该笔存款是按单利还是按复利计息？

人们可能认为这是按单利计息，实际上这是一个误解。注意，2 年的利率与 1 年的利率不同，央行在确定各期利率时，考虑了复利的因素。

一笔 1 000 元的借款，借期 2 年，年利率为 10%，利息按年支付，支付的总利息为 200 元，与按单利率计算是一样的。那么是按单利计息吗？

这同样是一个误解。由于利息按年支付，上面的计算没有涉及 1 年后支付的利息 100 元在第二年的作用。若 100 元进行再投资，并按 10% 利率计息，将产生 100 × 10% = 10(元)的利息。第二年末在银行拿到的总金额是 210 元，本金与利息总和为 1 210 元，这正是按复利计算 2 年后应付的本利和。

按复利计息比较符合资金运作的实际情况，因为资金时时刻刻在运行，利息也在投资再投资当中增值，所以如果没有特别说明，均按复利计息。

2. 名义利率和有效利率

利率通常是按年计息的，但有时也把每年分几次按复利计息，例如按月、按季或按半年等，当利率的时间单位与计息期不一致时，就出现了名义利率与有效利率的概念。通常

所说的年利率是名义利率。

有效利率是指资金在计息期所发生的实际利率。一个计息期的有效利率 i 与一年内计息次数的乘积是年名义利率。例如，月利率 $i=1\%$，一年计息 12 次，1% 为有效利率，$1\%\times 12=12\%$ 为年名义利率。名义利率之间不能直接进行比较，除非它们在一年中的计息次数相同；否则，必须转化为以共同计息期间为基准的利率水平，然后再进行比较。通常以 1 年为比较基准年限，即比较年有效利率。例如，两家银行提供贷款，一家报价利率为 6%，按半年计息；另一家报价利率为 5.85%，但按月计息，请问你选择哪家银行?此时 6% 和 5.85% 都是名义利率，显然不能简单地把它们直接进行比较，需将其转化为年有效利率。

（1）年有效利率

如果名义利率为 r，一年中计息 N 次，则每次计算利息的利率为 r/N，根据一次支付复利公式，年末本利和为

$$F=P\cdot\left(1+\frac{r}{N}\right)^{N} \tag{3-4}$$

而其中利息，即本利和与本金之差为

$$P\cdot\left(1+\frac{r}{N}\right)^{N}-P$$

按定义，利息与本金之比为利率，则年有效利率 i_e 为

$$i_e=\frac{P\cdot\left(1+\frac{r}{N}\right)^{N}-P}{P}=\left(1+\frac{r}{N}\right)^{N}-1 \tag{3-5}$$

例如，名义利率 $r=12\%$，一年计息 12 次，则 $i_e=(1+1\%)^{12}-1=12.68\%$。

解决向哪一家银行借钱的问题，就是看哪一家银行具有更低的年有效利率。请看下面的两个例子。

6% 的名义利率，按半年计息，$r=0.06$，$N=2$，年有效利率为

$$i_e=\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{2}-1=0.060\,9=6.09\%$$

5.85% 的名义利率，按月计息，$r=0.058\,5$，$N=12$，年有效利率为

$$i_e=\left(1+\frac{0.058\,5}{12}\right)^{12}-1=0.060\,1=6.01\%$$

可见应向报价年利率为 5.85% 且按月计息的银行借款。

（2）离散复利与连续复利

一年中计息次数是有限的，称为离散复利。例如，按季度、月、日等计息的方法都是离散复利。一年中计息次数是无限的，称为连续复利。在连续复利下，年有效利率为

$$i_e=\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{r}{N}\right)^{N}-1$$

由于

$$\left(1+\frac{r}{N}\right)^N=\left[\left(1+\frac{r}{N}\right)^{\frac{N}{r}}\right]^r$$

而

$$\lim_{N\to\infty}\left(1+\frac{r}{N}\right)^{\frac{N}{r}}=\mathrm{e}$$

因而

$$i_{\mathrm{e}}=\lim_{N\to\infty}\left[\left(1+\frac{r}{N}\right)^{\frac{N}{r}}\right]^r-1=\mathrm{e}^r-1 \tag{3-6}$$

式中，e 为自然对数的底，其数值为 2.718 28。连续复利为 6% 的年有效利率为

$$i_{\mathrm{e}}=\mathrm{e}^r-1=(2.718\ 28)^{0.06}-1=6.183\ 7\%$$

一年中计算复利的次数越频繁，则年有效利率就越比名义利率高。表 3-4 表示了名义利率为 12% 分别按年、半年、季、月、日连续计算复利得到的相应的有效利率。

表 3-4　不同复利计算方式的有效利率

计　息　期	一年中的计息期数	各期的有效利率	年有效利率
年	1	12.000 0%	12.000%
半年	2	6.000 0%	12.360%
季度	4	3.000 0%	12.551%
月	12	1.000 0%	12.683%
周	52	0.230 8%	12.736%
日	365	0.032 9%	12.748%
连续	∞	0.000 0%	12.750%

就整个社会而言，资金确实在不停地运动，每时每刻都通过生产和流通在增值。从理论上讲，应采用连续复利，但实践中，利息多是按离散复利计息的，这主要是出于习惯，而且分期计息也便于理解。

3.3　资金等值计算

3.3.1　资金等值的概念

由于存在资金的时间价值，故发生在不同时点上的资金不能直接比较。即使金额相等，由于发生的时间不同，其价值并不一定相等；反之，不同时间上发生的不等金额，其资金的价值却可能相等。

资金等值是考虑了资金的时间价值的等值。将不同时点的几笔资金金额按同一收益率标准换算到同一时点，如果其数值相等，则称这几笔资金等值。

资金的等值包括 3 个因素：金额、金额发生的时间和利率。例如，在年利率为 10% 的情况下，现在的 100 元与 1 年后的 110 元等值，又与 2 年后的 121 元等值。这 3 个等值的现金流量如图 3-2 所示。

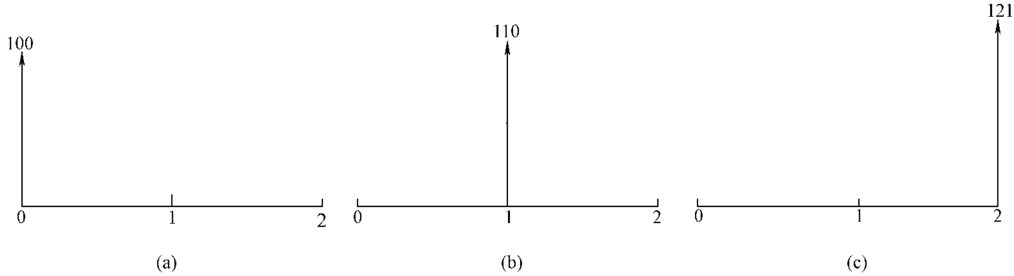

图 3-2　同一利率下不同时间的资金等值

3 个现金流量的现值在年利率 10% 的情况下均为 100 元，因此是等值的。不仅如此，如果两个现金流量是等值的，那么它们发生在任何时间的值都相等。

利用等值的概念，可以把在一个时点发生的资金金额换算成另一时点的等值金额，这一过程叫做资金等值计算，一般是计算一系列现金流量的现值、将来值和等额年值。现值计算是把将来某一时点的资金金额或一系列的资金金额换算成较早时间的等值金额，称为“折现”或“贴现”。将来时点上的资金折现后的资金金额称为“现值”。将来值计算是将任何时间发生的资金金额换算成其后某一时点的等值金额，将来某时点的资金金额称为“将来值”。等额年值计算是将任何时间发生的资金金额转换成与其等值的每期期末相等的金额。本章将采用的符号约定如下：i 为利率；N 为计息期数；P 为现值；F 为将来值；A 为等额支付系列的一次支付值。

3.3.2　现金流量的五种类型

现金流量一般可划分成五种类型：一次支付、等额支付系列、线性梯度系列、几何梯度系列、不规则系列。为了简化各种利息公式的描述，我们将采用如下符号。

(1) 一次支付。该类现金流量型式最简单，仅包括一次支付的现值和将来值的等值关系。因此，单一现金流量公式只处理两个金额：一次支付的现值 P 和将来值 F（图 3-3(a)）。

(2) 等额支付系列。等额支付系列是最常见的类型，表现为定期支付一系列等额的资金，如图 3-3(b) 所示。例如，常见的分期偿还贷款合同的现金流量就属于这种类型，贷款偿还安排定期支付相等的金额（A）。等额支付系列公式解决的是 P、F 和 A 之间的等值关系。

(3) 线性梯度系列。线性梯度系列中每笔现金流量按固定的金额增加或减少（图 3-3(c)）。例如一项五年贷款偿还计划，其一系列年金支付按照每年 500 元增长，就具有这一特征，它的现金流量图呈直线上升或下降。除了 P、F 和 A，公式还引入了常数 G 作为每笔现金流量的变化量。

(4) 几何梯度系列。几何梯度系列表现为，现金流量不是按固定的金额（如 500 美元）变化，而是按一定的百分比率变化。例如，某项目的五年财务计划中，一种原材料的花费预计每年增长 5%。在有关这种系列的公式中，变化率用 g 来表示。

(5) 不规则系列。不规则系列的现金流量是不规则的，没有呈现出规律性的总体型式（图 3-3(e)）。

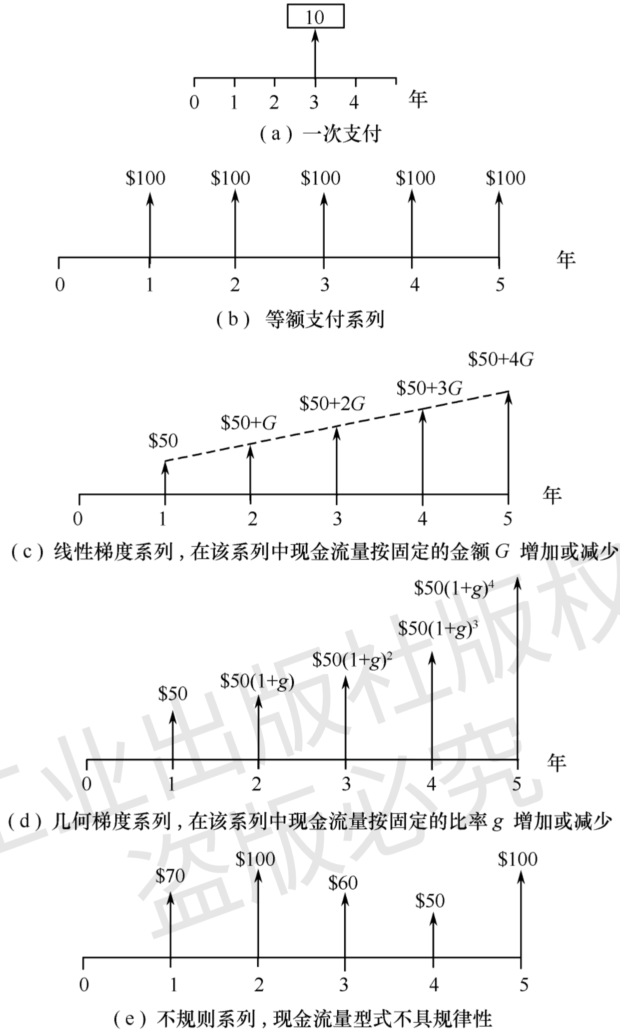

图 3-3 五种现金流量类型

3.3.3 资金等值的计算公式

根据现金的不同支付方式,下面介绍 8 个主要的资金等值计算公式。

1. 一次支付复利公式

一次支付复利公式是计算现在时点发生的一笔资金的将来值。例如,如果有一笔资金 P 按年利率 i 进行投资,N 年后本利和应为多少?这项活动可用现金流量图(见图 3-3) 表示,N 年末的将来值计算公式为

$$F = P \cdot (1+i)^N \tag{3-7}$$

式中,$(1+i)^N$ 称为一次支付复利系数,记为$(F/P\ i,N)$,这样式(3-7) 可以写成

$$F = P \cdot (F/P\ i,N)$$

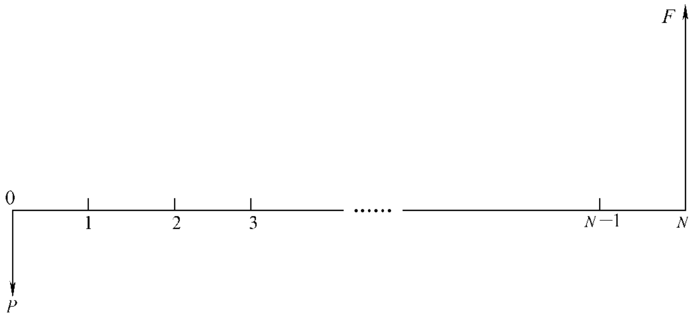

图 3-4　一次支付复利现金流量图

为了计算方便,我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出 $(1+i)^N$ 的值,列成一个系数表(见书后附录中的附表 1)。

【例 3-4】　某企业投资 1 000 万元,年利率为 10%,4 年后可得本利共多少?

解:在上述问题中 $P=1\ 000$,$i=10\%$,$N=4$,通过复利公式求解

$$F=1\ 000\times(1+10\%)^4=1\ 464.1(\text{万元})$$

也可利用书后附录中的附表 1 解出,查阅利率为 10%、期数为 4 的系数值,得到 $(F/P\ i,N)=1.464\ 1$,有

$$F=1\ 000\times(F/P\ 10,4)=1\ 000\times1.464\ 1=1\ 464.1(\text{万元})$$

通过上述公式可以得到后面的 7 个公式。

2. 一次支付现值公式

一次支付现值公式是计算将来某一时点发生的资金的现值。如果以利率 i 进行投资,N 年后收益达到 F,则需投资多少?同样可以用图 3-3 表示这项活动,此时所求的值是 P。可将式(3-7) 变换成由将来值求现值的公式,得到一次支付现值公式

$$P=F\cdot\left[\frac{1}{(1+i)^N}\right]\tag{3-8}$$

式中,$1/(1+i)^N$ 称为一次支付现值系数,记为$(P/F\ i,N)$,这样式(3-8) 可表示为

$$P=F\cdot(P/F\ i,N)$$

为了计算方便,我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出 $1/(1+i)^N$ 的值,列成一个系数表(见书后附录中的附表 2)。

【例 3-5】　某企业对投资收益率为 10% 的项目进行投资,欲 4 年后得到 1 464.1 万元,现在应投资多少?

解:代入式(3-8),得

$$P=1\ 464.1\times\left[\frac{1}{(1+0.10)^4}\right]=1\ 000(\text{万元})$$

或查书后附录中的附表 2,求得

$$P=1\ 464.1\times(P/F\ 10,4)=1\ 464.1\times0.683\ 0=1\ 000(\text{万元})$$

3. 等额支付系列复利公式

等额支付系列复利公式用来计算一系列期末等额资金金额的将来值,其现金流量图如图 3-4 所示。如果把每次的等额支付看成是一次支付,则利用一次支付复利公式可得

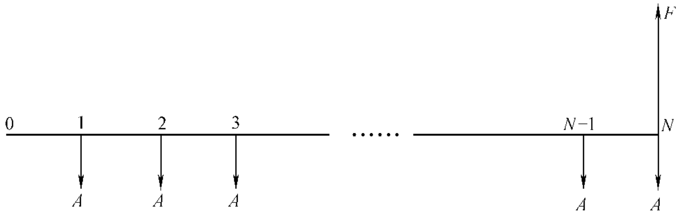

图 3-5　等额支付系列复利现金流量图

$$F = A + A \cdot (1+i) + \cdots + A \cdot (1+i)^{N-2} + A \cdot (1+i)^{N-1} \tag{3-9}$$

等式两边同时乘以$(1+i)$,可得

$$F \cdot (1+i) = A \cdot (1+i) + A \cdot (1+i)^2 + \cdots + A \cdot (1+i)^{N-1} + A \cdot (1+i)^N \tag{3-10}$$

用式(3-10) 减去式(3-9)

$$F \cdot (1+i) - F = -A + A \cdot (1+i)^N$$

得

$$F = A \cdot \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right] \tag{3-11}$$

式中,$[(1+i)^N - 1]/i$ 称为等额支付系列复利系数,记为$(F/Ai, N)$,这样式(3-11) 可表示为

$$F = A \cdot (F/Ai, N)$$

为了计算方便,我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出$[(1+i)^N - 1]/i$ 的值,列成一个系数表(见书后附录中的附表 3)。

【例 3-6】　某人每年将 1 000 元存入银行,若年利率为 10%,那么 5 年后有多少资金可用?

解:代入公式(3-11),求得

$$F = 1\,000 \times \frac{(1+0.10)^5 - 1}{0.10} = 6\,105.1(\text{元})$$

或查书后附录中的附表 3 得

$$F = 1\,000 \times (F/A10, 5) = 1\,000 \times 6.105\,1 = 6\,105.1(\text{元})$$

4. 等额支付系列积累基金公式

与式(3-11) 相反,等额支付系列积累基金公式是计算将来值的等额年值。例如,为了在 N 年末能筹集到一笔钱 F,按年利率 i,从现在起连续几年每年年末必须存储多少?

将公式(3-11) 变换可得

$$A = F \cdot \left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right] \tag{3-12}$$

式中,$i/[(1+i)^N - 1]$ 为等额支付系列积累基金系数,记为$(A/Fi, N)$,这样式(3-12) 可

表示为

$$A = F \cdot (A/Fi, N)$$

为了计算方便，我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出 $i/[(1+i)^N - 1]$ 的值，列成一个系数表(见书后附录中的附表 4)。

【例 3-7】　某企业 5 年后需一次性支付 200 万元的借款，存款利率为 10% ，从现在起企业每年需等额存入银行多少钱?

解：代入公式(3-12)，得

$$A = 200 \times \left[\frac{0.1}{(1+0.1)^5 - 1}\right] = 32.75(\text{万元})$$

或查书后附录中的附表 4，求得

$$A = 200 \times (A/F\ 10,5) = 200 \times 0.163\ 8 = 32.75(\text{万元})$$

5. 等额支付系列现值公式

等额支付系列现值公式用来计算一系列期末等额支付金额的现值。例如，为了能在今后几年中每年年末提取相等金额 A，现在必须投资多少?这项活动可用图 3-5 表示。

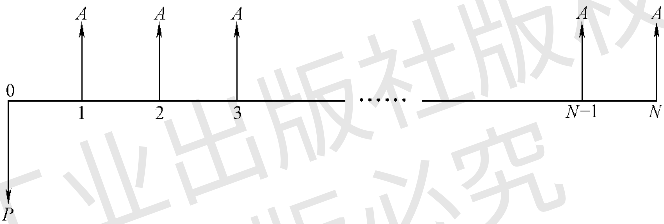

图 3-6　等额支付系列现值现金流量图

将式(3-7) 代入式(3-11)，得

$$P \cdot (1+i)^N = A \cdot \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right]$$

两边都除以 $(1+i)^N$，得

$$P = A\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i \cdot (1+i)^N}\right] \tag{3-13}$$

式中，$[(1+i)^N - 1]/[i \cdot (1+i)^N]$ 称为等额支付系列现值系数，记为 $(P/Ai, N)$。为了计算方便，我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出 $[(1+i)^N - 1]/[i \cdot (1+i)^N]$ 的值，列成一个系数表(见书后附录中的附表 5)。

【例 3-8】　某工程项目每年获净收益 100 万元，利率为 10% ，项目可用每年所获的净收益在 6 年内回收初始投资，问初始投资为多少?

解：代入公式(3-13)，得

$$P = 100 \times \left[\frac{(1+0.1)^6 - 1}{0.1 \times (1+0.1)^6}\right] = 435.53(\text{万元})$$

或查书后附录中的附表 5，求得

$$P = 100 \times (P/A\ 10,6) = 100 \times 4.355\ 3 = 435.53(\text{万元})$$

6. 等额支付系列资金恢复公式

等额支付系列资金恢复公式用来计算现在时点发生的资金金额的期末等额年值。例如,某人以年利率 i 存入一项资金 P,他希望在今后 N 年内把本利和在每年年末以等额资金 A 的方式取出。将式(3-13)转换成

$$A = P \cdot \left[\frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1}\right] \tag{3-14}$$

式中,$[i \cdot (1+i)^N]/[(1+i)^N - 1]$ 为等额支付系列资金恢复系数,记为$(A/Pi,N)$。为了计算方便,我们可以按照不同的利率 i 和计息期数 N 计算出$[i \cdot (1+i)^N]/[(1+i)^N - 1]$的值,列成一个系数表(见书后附录中的附表6)。

【例3-9】 某工程初期总投资为1 000万元,利率为5%,问在10年内要将总投资连本带息收回,每年净收益应为多少?

解:代入公式(3-14),得

$$A = 1\ 000 \times \left[\frac{0.05 \times (1+0.05)^{10}}{(1+0.05)^{10} - 1}\right] = 129.5(\text{万元})$$

或查书后附录中的附表6,求得

$$A = 1\ 000 \times (A/P\ 5,10) = 1\ 000 \times 0.129\ 5 = 129.5(\text{万元})$$

7. 均匀梯度系列公式

均匀梯度系列的梯度系列将来值现金流量图如图3-6所示。

第一年年末支付 A_1,第二年年末支付 A_1+G,以后每年都比上一年增加一笔支付 G,第 N 年年末支付 $A_1+(N-1)\cdot G$。梯度系列的将来值 F_2 计算如下:

$$\begin{aligned}
F_2 &= G \cdot (F/Ai,N-1) + G \cdot (F/Ai,N-2) + \cdots + G \cdot (F/Ai,2) + G \cdot (F/Ai,1) \\
&= G \cdot \left[\frac{(1+i)^{N-1} - 1}{i}\right] + G \cdot \left[\frac{(1+i)^{N-2} - 1}{i}\right] + \cdots + G \cdot \left[\frac{(1+i)^2 - 1}{i}\right] \\
&\quad + G \cdot \left[\frac{(1+i)^1 - 1}{i}\right] \\
&= \frac{G}{i}\left[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i) + (N-1)\cdot(-1)\right] \\
&= \frac{G}{i}\left[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i) + 1\right] - \frac{N \cdot G}{i}
\end{aligned}$$

方括号中的表达式是等额支付系列复利系数,所以

$$F_2 = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right] - \frac{N \cdot G}{i}$$

而与 F_2 等值的等额年值 A_2 为

$$\begin{aligned}
A_2 &= F_2 \cdot \left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right] \\
&= \left\{\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^N - 1}{i}\right] - \frac{N \cdot G}{i}\right\} \cdot \left[\frac{i}{(1+i)^N - 1}\right]
\end{aligned}$$

$$= \frac{G}{i} - \frac{N \cdot G}{i}(A/Fi, N)$$

$$= G \cdot \left[\frac{1}{i} - \frac{N}{i}(A/Fi, N)\right]$$

则梯度系列的等额年值

$$A = A_1 + G\left[\frac{1}{i} - \frac{N}{i}(A/Fi, N)\right] \tag{3-15}$$

式中，$(1/i) - [N \cdot (A/Fi, N)/i]$ 叫做梯度系数，用符号 $(A/Gi, N)$ 表示。可以通过 $(1/i) - (N/i) \cdot i/[(1+i)^N - 1]$ 计算求得，也可查书后附录中的附表 7 求得。

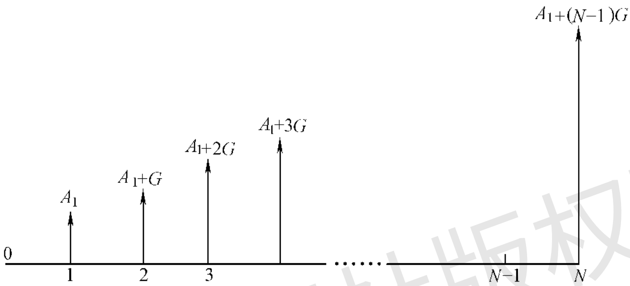

图 3-7　均匀梯度系列现金流量图

【例 3-10】　若某人第 1 年支付一笔 10 000 元的保险金，之后 9 年内每年少支付 1 000 元，若 10 年内采用等额支付的形式，则等额支付款为多少时等价于原保险计划(年利率为 8%)?

解：查书后附录中的附表 7，求得

$$\begin{aligned} A &= 10\ 000 - 1\ 000 \times (A/G8, 10) \\ &= 10\ 000 - 1\ 000 \times 3.871\ 3 \\ &= 6\ 128.7(\text{元}) \end{aligned}$$

8. 几何梯度系列

很多工程经济相关问题，常常要涉及现金流量随时间以固定的比率增加或下降，而不是以常量(均匀梯度) 变化的情况。这种现金流量模式称为几何梯度。设相邻两个周期之间支付变化的百分比为 g，第 N 次支付 A_n 与首次支付 A_1 有如下关系：

$$A_n = A_1(l+g)^{n-1} \qquad (n = 1, 2, \cdots, N) \tag{3-16}$$

变量 g 可以取正，也可以取负，这取决于现金流量的类型。如果 $g > 0$，系列递增，其现金流量图如图 3-8 所示。

图 3-8 的几何梯度支付系列的现值是

$$P = \sum_{n=1}^{N} A_1(1+g)^{n-1}(1+i)^{-n}$$

将常数项 $A_1(1+g)^{-1}$ 从累加求和公式中提到式外：

$$P = \frac{A_1}{(1+g)} \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{1+g}{1+i}\right]^n$$

设 $Z = \dfrac{1+i}{1+g}$，则

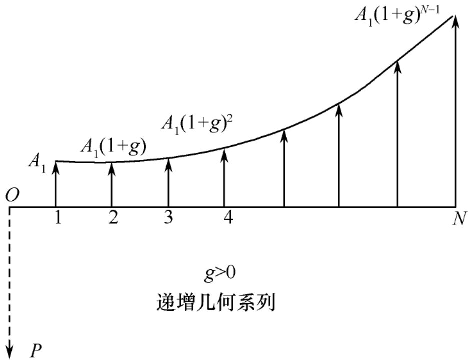

图 3-8　以固定比例 g 呈几何级数递增的梯度系列

$$P=\frac{A_1}{1+g}(Z^{-1}+Z^{-2}+\cdots+Z^{-N})$$
$$=\frac{A_1}{1+g}\left[\frac{Z^N-1}{Z^N(Z-1)}\right]$$

将 Z 的表达式代入上式,得

$$P=\begin{cases}\dfrac{A_1}{i-g}\left[1-\left(\dfrac{1+g}{1+i}\right)^N\right] & (i\neq g)\\ \dfrac{NA_1}{1+i} & (i=g)\end{cases} \tag{3-17}$$

或

$$P=\begin{cases}\dfrac{A_1[1-(P/F,i,N)(F/P,g,N)]}{i-g} & (g\neq i)\\ A_1N(P/F,i,1) & (g=i)\end{cases} \tag{3-18}$$

$\dfrac{1-(1+g)^N(1+i)^{-1}}{i-g}$ 称为几何梯度系列现值系数,记为$(P/A_1,g,\ i,\ N)$。特殊情况下,当 $i=g$ 时,式(3-17) 变为 $P=[NA_1/(1+i)]$。

【例 3-5】　求解图 3-11 给出的几何支付系列现金流量的现值 P、年度等值 A 和将来值 F。从第 2 年开始年增长率为 20%,年利率为 25%。

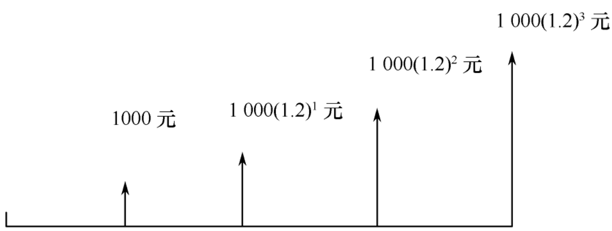

图 3-11　例 3-5 的现金流量图

解:

$$P=\frac{1\,000[1-(P/F,25\%,4)(F/P,20\%,4)]}{0.25-0.20}$$

$$= \frac{1\,000}{0.05}(1-0.4096\times 2.0736)$$

$$= 20\,000\times 0.15065$$

$$= 3\,013(\text{元})$$

$$A = 3\,013(A/P,25\%,4) = 1\,275.70(\text{元})$$

$$F = 3\,013(F/P,25\%,4) = 7\,355.94(\text{元})$$

8 个利息公式汇总表如表 3-5 所示。

表 3-5　利息公式

名　　称	所求值	已知值	符　　号	系　　数
一次支付复利公式	F	P	$(F/Pi,N)$	$(1+i)^N$
一次支付现值公式	P	F	$(P/Fi,N)$	$\frac{1}{(1+i)^N}$
等额支付系列复利公式	F	A	$(F/Ai,N)$	$\frac{(1+i)^N-1}{i}$
等额支付系列积累基金公式	A	F	$(A/Fi,N)$	$\frac{i}{(1+i)^N-1}$
等额支付系列现值公式	P	A	$(P/Ai,N)$	$\frac{(1+i)^N-1}{i(1+i)^N}$
等额支付系列资金恢复公式	A	P	$(A/P\,i,N)$	$\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N-1}$
线性梯度系列等额支付转换公式	A	G	$(A/Gi,N)$	$\left\{\frac{1}{i}-\frac{N}{i}\left[\frac{i}{(1+i)^N-1}\right]\right\}$
几何梯度系列现值公式	P	A_1	$(P/A_1,g,i,N)$	$P=\begin{cases}\frac{A_1}{i-g}\left[1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^N\right]\\ \frac{NA_1}{1+i}\end{cases}$

各系数之间存在以下关系：

(1) 倒数关系

$$(P/Fi,N) = 1/(F/Pi,N)$$

$$(P/Ai,N) = 1/(A/Pi,N)$$

$$(F/Ai,N) = 1/(A/Fi,N)$$

(2) 乘积关系

$$(F/Pi,N)\cdot(P/Ai,N) = (F/Ai,N)$$

$$(F/Ai,N)\cdot(A/Pi,N) = (F/Pi,N)$$

$$(A/Fi,N)\cdot(F/Pi,N) = (A/Pi,N)$$

(3) 特殊关系

$$(A/Fi,N)+i = (A/Pi,N)$$

9. 运用上述公式要注意的问题

① 方案的初始投资,假设发生在寿命期初。

② 寿命期内各项收入或支出,均假设发生在各期的期末。

③ 本期的期末即下一期的期初。

④ P 在计算期的期初发生。

⑤ 寿命期期末发生的本利和 F 记在第 N 期期末。

⑥ 等额支付系列 A 发生在每一期的期末。

⑦ 当问题包括 P,A 时,P 在第一期期初,A 在第一期期末发生。

⑧ 当问题包括 F,A 时,F 和 A 同时在最后一期期末发生。

⑨ 在均匀梯度系列中,第一个 G 发生在第二期期末。

⑩ i 为计息期的有效利率。

*3.3.4　连续复利的资金等值计算

有两种连续计算复利的形式:一种是对间断的现金流量应用连续复利,另一种是对连续的现金流量应用连续复利。以上涉及的现金流量都是间断的,而企业的收支是随时频繁发生的,有时需要假设现金流量发生在无限短的时间间隔里,即按连续现金流量处理。

1. 间断现金流量的连续复利计算

将 $i_r = e^r - 1$ 代入公式,结果如表 3-6 所示。

表 3-6　连续复利和间断支付的利息公式

利息公式名称	所求值	已知值	符号	系数
一次支付复利公式	F	P	$(F/Pr,N)$	e^{rN}
一次支付现值公式	P	F	$(P/Fr,N)$	e^{-rN}
等额支付系列复利公式	F	A	$(F/Ar,N)$	$\frac{e^{rN-1}}{e^r-1}$
等额支付系列积累基金公式	A	F	$(A/Fr,N)$	$\frac{e^r-1}{e^{rN}-1}$
等额支付系列现值公式	P	A	$(P/Ar,N)$	$\frac{e^{rN}-1}{e^{rN}(e^r-1)}$
等额支付系列资金恢复公式	A	P	$(A/Pr,N)$	$\frac{e^{rN}(e^r-1)}{e^{rN}-1}$
均匀梯度系列公式	A	G	$(A/Gr,N)$	$\frac{1}{e^r-1}-\frac{N}{e^{rN}-1}$

【例 3-11】　每年存入 1 766 元,名义利率为 6%,按连续复利计息,5 年后在账户中存有多少钱?

解:

$$F = A \cdot \frac{e^{rN}-1}{e^r-1} = 1\ 766 \times \frac{e^{0.06\times5}-1}{e^{0.06}-1} = 9\ 999(\text{元})$$

2. 连续现金流量的连续复利计算

设 $\overline{A}$ 表示连续支付中一个周期内各次等额支付的总量，这一连续支付持续 N 个时期，每期利率为 r，则 N 期期末的将来值为

$$F = \overline{A} \cdot \int_0^N e^{rt}\,dt = \overline{A} \cdot \left[\frac{e^{rN}-1}{r}\right] \tag{3-16}$$

式中，$(e^{rN}-1)/r$ 称为连续支付复利系数，记为 $(F/\overline{A}r, N)$。在终值、现值和年值三种符号上加横线，即 $\overline{F}$，$\overline{P}$，$\overline{A}$ 表示在其相应的区间中所有均匀微量支付的累计总值。如图 3-7 所示，$\overline{F}$ 表示在第 N 年内连续等额微量支付的累计值，$\overline{P}$ 表示在第 1 年内连续等额微量支付的累计值。

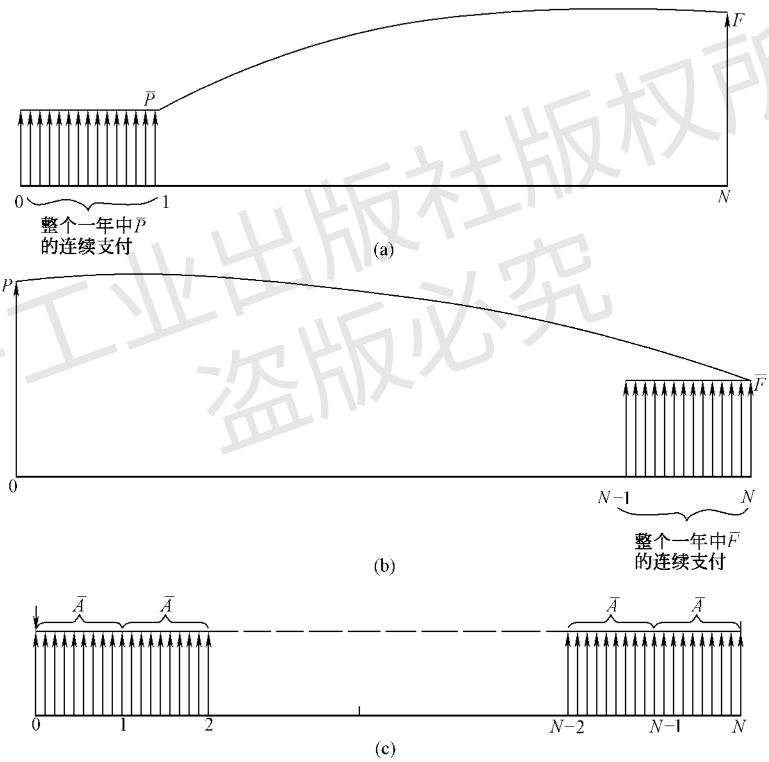

图 3-7　$\overline{F}$，$\overline{P}$，$\overline{A}$ 的含义

求一个周期内连续支付的将来值公式可推导如下：

$$F = \overline{P} \cdot (F/\overline{A}r, 1) \cdot (F/Pr, N-1)$$

$$= \overline{P} \cdot \left(\frac{e^r - 1}{r}\right) \cdot \left[e^{r(N-1)}\right]$$

$$= \overline{P} \cdot \left[\frac{e^{rN} \cdot (e^r - 1)}{r \cdot e^r}\right]$$

表 3-7 给出了连续现金流量的 6 个连续复利计算公式。

表 3-7　连续现金流量的连续复利计算公式

公式名称	所求值	已知值	符号	系数
连续支付复利公式	F	$\overline{P}$	$(F/\overline{P}r, N)$	$\frac{e^{rN} \cdot (e^r - 1)}{r \cdot e^r}$
连续支付现值公式	P	$\overline{F}$	$(P/\overline{F}r, N)$	$\frac{e^r - 1}{r \cdot e^{rN}}$
连续等额支付系列复利公式	F	$\overline{A}$	$(F/\overline{A}r, N)$	$\frac{e^{rN} - 1}{r}$
连续等额支付系列积累基金公式	$\overline{A}$	F	$(\overline{A}/Fr, N)$	$\frac{r}{e^{rN} - 1}$
连续等额支付系列现值公式	P	$\overline{A}$	$(P/\overline{A}r, N)$	$\frac{e^{rN} - 1}{r \cdot e^{rN}}$
连续等额支付系列资金恢复公式	$\overline{A}$	P	$(\overline{A}/Pr, N)$	$\frac{r \cdot e^{rN}}{e^{rN} - 1}$

【例 3-12】　一个公司的养老金计划,允许某职员以 10% 的连续复利,每年连续等额存入其工资 10 000 元,问 10 年后该职员的养老金账户有多少钱?

解:

$$\begin{aligned} F &= \overline{A} \cdot (F/\overline{A}10, 10) \\ &= 10\ 000 \times 17.182\ 8 \\ &= 171\ 828(\text{元}) \end{aligned}$$

3.4　等值计算实例

进行资金等值计算需要应用上述各计算公式。在套用公式时,应注意“死套活用”。所谓“死套”是指要严格按照公式中 F, P, A, i, N 的含义、相互关系、利息公式应用的条件进行套用。A 是各期期末的支付,F 发生在 A 的最后一期,P 则发生在 A 的前一期,i 是计息期的有效利率,N 是计息期数。计息期与支付期相同时,才能直接套用公式。所谓“活用”是指灵活应用公式,不能直接采用公式时,修改相关条件,使之符合利息公式。此外,应把现值、将来值看成相对的概念,“现值”并非专指一笔资金“现在”的价值,它是一个相对的概念。将$t+k$ 个时点上发生的资金折现到第t 个时点,所得的等值金额就是第 $t+k$ 个时点上资金金额的现值。同样的道理,将第 t 个时点上发生的资金折现到第 $t+k$ 个时点,所得的等值金额就是第 t 个时点上资金金额的将来值。当计息期与支付期不符时,灵活进行转化,使计息期与支付期一致,从而求得资金的等值。此刻最简便清晰的做法是求支付期的有效利率,公式中的 n 为支付期数,然后套相关公式。

3.4.1 计息期与支付期一致的计算

【例 3-13】 要使目前的 1 000 元与 10 年后的 2 000 元等值，年利率应为多少？

解：

$$2\,000 = 1\,000 \times (F/Pi, 10)$$

$$(F/Pi, 10) = 2$$

查书后附录中的附表 1，当 $N = 10$ 时，2 落于 7% ～ 8% 之间。

当 $i = 7\%$ 时，$(F/P7, 10) = 1.967\,2$。

当 $i = 8\%$ 时，$(F/P8, 10) = 2.158\,9$。

用直线内插法可得

$$i = 0.07 + 0.01 \times \frac{2.000\,0 - 1.967\,2}{2.158\,9 - 1.967\,2} = 0.07 + 0.001\,7 = 7.17\%$$

【例 3-14】 某人要购买一处新居，一家银行提供 20 年期年利率为 6% 的贷款 30 万元，该人每年要支付多少？

解：$A = P \cdot (A/Pi, N) = 30 \times (A/P6, 20) = 30 \times 0.087\,2 = 2.46$（万元）

【例 3-15】 分期付款购车，每年年初付 2 万元，6 年付清。设年利率为 10%，相当于一次现金支付的购价为多少？

解：$P = A + A \cdot (P/Ai, N) = 2 + 2 \times (P/A10, 5) = 2 + 2 \times 3.791 = 9.582$（万元）

【例 3-16】 拟建立一项永久性的奖学金，每年计划颁发 10 000 元，若年利率为 10%，则现在应存入多少钱？

解：
$$P = A \cdot \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i \cdot (1+i)^N}\right] = A \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-N}}{i}\right]$$

当 $N \to \infty$ 时，$(1+i)^{-N} \to 0$，所以上式可变为

$$P = \frac{A}{i}$$

将数据代入上式得

$$P = \frac{10\,000}{10\%} = 100\,000\ (\text{元})$$

【例 3-17】 第 4 年到第 7 年每年年末有 100 元的收入，年利率为 10%，现金流量如图 3-8 所示，求与其等值的第 0 年的现值为多大？

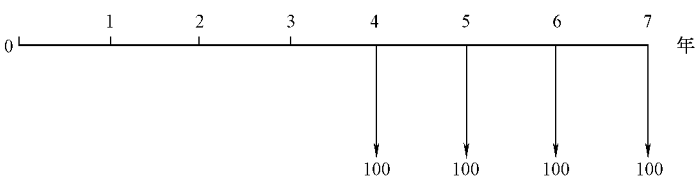

图 3-8 现金流量图

解：$P_3 = A \cdot (P/Ai, N) = 100 \times (P/A10, 4) = 100 \times 3.17 = 317$（元）

$$P_0 = P_3 \cdot (P/F10,3) = 317 \times 0.7513 = 238.16(\text{元})$$

【例3-18】 年利率为8%,每季度计息一次,每季度末借款1 400元,连续借16年,求与其等值的第16年年末的将来值为多少?

解:$F = A \cdot (F/Ai,N) = 1\,400 \times (F/A2,64) = 178\,604.53$ (元)

3.4.2 计息期短于支付期的计算

【例3-19】 年利率为12%,每季度计息一次,每年年末支付500元,连续支付6年,求其第0年的现值为多少?

解:其现金流量如图3-9所示。

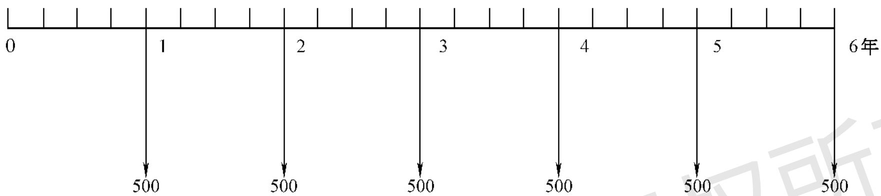

图3-9 现金流量图

每年向银行借一次,支付期为1年,计息期为一个季度,属于计息期短于支付期。由于利息按季度计算,而支付在年底,这样,计息期末不一定有支付,所以例题不能直接采用利息公式,需要进行修改,使之符合计息公式,方法是先求出支付期的有效利率,本例支付期为一年,然后以一年为基础进行计算。

$$i = \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^4 - 1 = 12.55\%$$

$$P = 500 \times (P/A12.55,6) = 2.024(\text{元})$$

3.4.3 计息期长于支付期的计算

当计息期长于支付期时,有两个完全不同的假设决定了如何计算利息。一种假设为现金流量一旦发生则开始计息;另一种假设为计息期间发生的现金流量不计息,只有到计息期末才开始计息。选用哪种假设取决于所涉及的具体交易以及金融机构。一般对项目进行的工程经济分析将计息期间的现金流量视为在那段周期期末发生,这就是说,在计息期间存入的款项在该计息期不计算利息,要到下一个计息期才计算利息;在计息期间的借款或贷款,在该计息期计算利息。因此.在对现金流量进行合并时,计息期间的存款应放在期末,而在计息期间的取款、借款或贷款应放在期初。

【例3-20】 已知某项目的现金流量图如图3-10所示,计息期为季度,年利率为12%,求1年末的金额。将图3-10(a)中的现金流量整理成图3-10(b)中的现金流量。

$$F = (300 - 600) \times (F/P3,4) + (600 - 400) \times (F/P3,3) +$$
$$(200 - 300) \times (F/P3,2) + (250 - 150) \times (F/P3,1) - 180 = -302.2(\text{元})$$

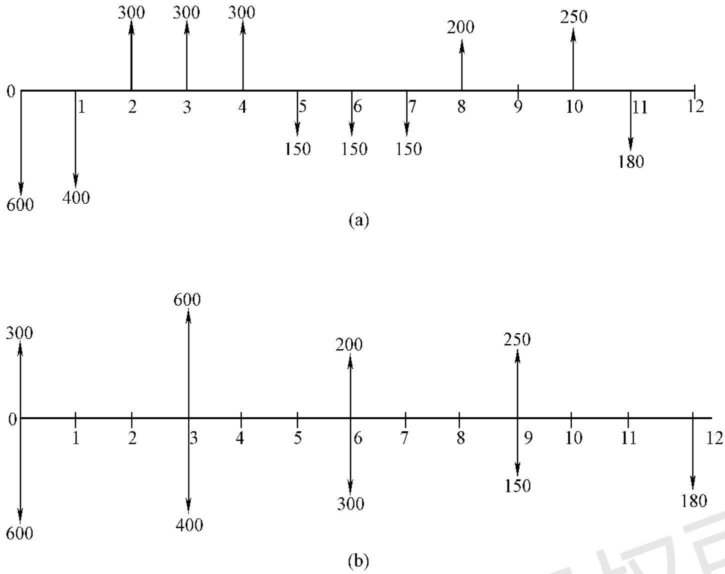

图 3-10　现金流量图

本章小结

本章所需遵循的工程经济分析的基本原则有现金流量、资金时间价值、增量分析、机会成本和有无对比等。

估计现金流量是进行工程经济分析的第一步,必须注意估计的正确性。

资金时间价值对于工程经济分析是至关重要的。遵循时间价值原则,今年的 1 元钱比明年的 1 元钱更值钱,因此发生在不同时间的现金流量不能直接相加减。

利息计算有单利和复利两种方式,但资金时间价值的计算必须采用复利方式。

有效利率和名义利率是不同的,必须将名义利率转化为有效利率进行计算。

资金等值计算是计算一系列现金流量的现值、将来值和年度等值,7 个资金等值公式是各种计算的基础,必须熟练掌握。

本章还介绍了在连续复利或连续支付下的资金等值计算。

习题 3

1. 何谓货币的时间价值?试用单利公式和复利公式表示货币的时间价值。

2. 什么是名义利率和有效利率?两者有何关系?

3. 资金等值的含义是什么?其三要素又是什么?

4. 下列现在借款的将来值为多少?

(1) 年利率为 8%,7 000 元借款,借期为 8 年。

(2) 年利率为 4%,每季度计息一次,5 000 元借款,借期为 20 年。

5. 下列将来支付的现值为多少?

(1) 年利率为7%,第9年年末为6 500元。

(2) 年利率为6%,每月计息一次,第14年年末为1 800元。

6. 下列等额支付的将来值为多少?

(1) 年利率为8%,每年年末借款500元,连续借18年。

(2) 年利率为8%,每季度计息一次,每季度末借款1 700元,连续借15年。

7. 下列将来支付的等额支付为多少?

(1) 年利率为11%,每年年末支付一次,连续支付6年,第8年年末积累金额1 600元。

(2) 年利率为10%,每月计息一次,每月末支付一次,连续支付12年,第12年年末积累金额为17 000元。

(3) 年利率为7%,每半年计息一次,每年年末支付一次,连续支付11年,第11年年末积累金额为14 000元。

8. 下列现在借款的等额支付为多少?

(1) 借款25 000元,得到借款后的第1年年末开始归还,连续5年分5次还清,利息按年利率6%计算。

(2) 借款56 000元,得到借款后的第1年年末开始归还,连续10年分10次还清,利息按年利率5%,每半年计息一次计算。

(3) 借款87 000元,得到借款后的第1个月月末开始归还,连续5年分60次还清,利息按年利率7%,每月计息一次计算。

9. 下列等额支付的现值为多少?

(1) 年利率为7%,每年年末支付6 500元,连续支付6年。

(2) 年利率为4%,每季度末支付1 620元,连续支付8年。

(3) 年利率为10%,每季度计息一次,每年年末支付13 000元,连续支付7年。

10. 下列梯度系列等值的年末等额支付为多少?

(1) 第1年年末借款3 000元,以后6年每年递增借款200元,按年利率5%计息。

(2) 第1年年末借款5 000元,以后9年每年递减借款200元,按年利率12%计息。

(3) 第2年年末借款2 000元,以后9年每年递增借款2000元,按年利率8%计息。

11. 图3-11是某企业经济活动的现金流量图,利用各种复利计算公式,用已知项表示未知项。

(1) 已知F_1,F_2,A,求P。

(2) 已知F_1,F_2,P,求A。

12. 年利率为12%,每季度计息一次,每年年末支付5 000元,连续支付6年,计算其等额支付的现值是多少?

13. 某公司生产某种小型农用机械,定价为1 000元/台,如果不愿意马上支付1 000元,可以采取下述4种方式之一购买,若年利率为10%,试排出各种方案的优先顺序。

(1) 立即支付400元,并且在10年内每年年末等额支付90元。

(2) 立即支付100元,并且在10年内每年年末等额支付140元。

(3) 10年内每年年末都支付145元。

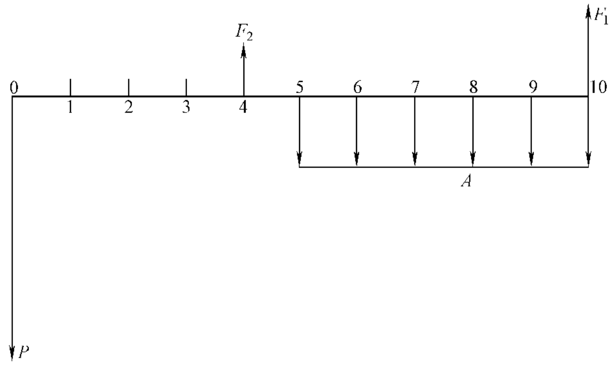

图 3-11　现金流量图

（4）10 年内每年年初都支付 140 元。

14. 某企业与外商合资，但因企业资金短缺，外商说可以从国外贷款 1 000 万美元，年利率为 7.5%，条件是 10 年内等额偿付本息，并告知，他们已算得每年要还本 100 万美元，还利息 75 万美元。因此，每年需要还本付息 175 万美元，若同意请立即签合同，假如年利率 7.5% 是可以接受的，此合同是否该签？为做出正确的决策，请帮助计算下面几个问题：

（1）10 年内期末等额偿付的实际数应为多少？

（2）若按每年年末偿付 175 万美元，年利率又确为 7.5%，可以反算出期初贷款为 1 000 万美元吗？

（3）按条件规定，年末偿付 175 万美元，则相当于支付的年利率为多少？

15. 一名学生向银行贷款上学，年利率为 5%，上学期限为 4 年，并承诺毕业后 6 年内还清全部贷款，预计每年偿还能力为 5 000 元，问该学生每年年初可从银行等额贷款多少？

16. 借款 500 万元，分 5 年等额还款（本金加利息），年利率为 12%，求每年的还本付息额、各年支付的利息和偿还的本金。

17. 某企业获得 80 万元的贷款，偿还期为 4 年，按 8% 的年利率计算，有 4 种还款方式：

（1）每年年末还 20 万元本金和所欠的利息。

（2）每年年末只付所欠利息，本金在第 4 年末一次还清。

（3）在 4 年中每年年末还相等的款额。

（4）在第 4 年年末一次还清全部本金和利息。

分别计算每年的利息、到期偿付、每年到期尚欠及 4 年总的付款额。

18. 有一人拟定了这样的储蓄计划：第 1 年年初存款 100 元，10 年中每年年末又存入 50 元，同时在第 4 年年末和第 8 年年初又再存入 100 元，在年利率 10% 的情况下，试求：

（1）到第 10 年年末的本利和。

（2）若到第 10 年年末不取出，年利率改为 15%，求到第 20 年年末的本利和。

19. 某企业一年中在银行存款和取款的情况如图 3-12 所示，单位为千元。假如利息按年利率 8% 计，每季度计息一次，复利计算，问年末企业一次取出存款额多少？

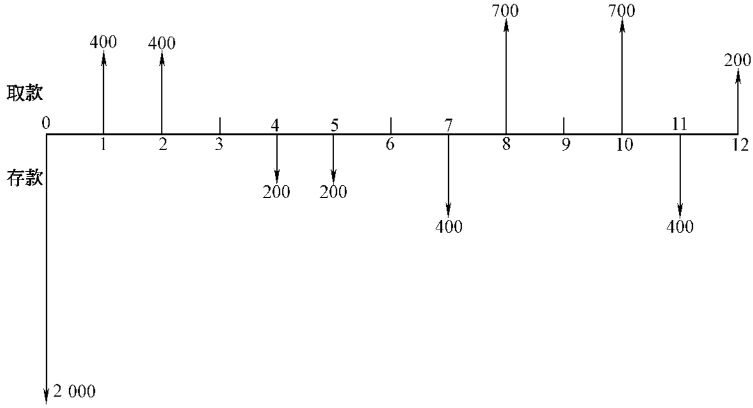

图 3-12 现金流量图

20. 求每半年向银行借款2 400元,连续借8年的等额支付的等值将来值,利息分别按如下3种情况计算:

(1) 年利率8%。

(2) 年利率8%,每半年计息一次。

(3) 年利率8%,每季度计息一次。

21. 某公司购买一台机器设备,估计能使用20年,每5年要大修理一次,每次的修理费用为3 000元,现存入银行多少钱才能够支付20年寿命期内的大修理费用?按年利率12%,每半年计息一次计算。

22. 企业一年内共借款3 000万元,支取时间在该年中均匀连续分布,利息按支取时间连续计息,年名义利率为12%,求年末的本利和。

23. 要使企业的利润在20年内翻两番,按等额递增率考虑,每年递增比率为多少?

24. 有一套商品房,首付30%,为15万元,其余分5年等额付清,每年付7万元,总计付50万元,今后年利率为8%,如允许一次付清,可以打多大折扣?