第 3 章

现金流量与资金等值计算

本章学习目标

掌握现金流量的概念和构成，掌握资金等值的相关概念，熟练应用资金等值计算公式。

3.1 现金流量

3.1.1 现金流量概述

每个个人或企业都有其现金进款——收入和其他收益（现金流入）及现金支出款项——花费和成本（现金流出）。这些收入和支出即各个时间点上实际发生的资金流入或资金流出称为现金流量。流出系统的资金称为现金流出，流入系统的资金称为现金流入。现金流量发生在特定的时间段内，如 1 个月、1 个季度或 1 年。

对于一项经济活动，由于考察的主体所研究系统的范围不同及考察现金流量的角度不同，因此会得到不同的分析结果。例如，税金对于企业来说是现金流出，对于国家来说只是资金分配权与使用权的一种转移，从整个国民经济的角度看税金既不是现金流出又不是现金流入。所以，在工程经济分析中，必须在明确考察角度和系统范围的前提下分析现金流入与现金流出。

在所有工程经济学研究方法（见图 1-1）的要素中，现金流量的估计可能是最困难和最不精确的。它就好像是在对一个不确定的未来进行估计。对方案的现金流入和流出的估计精度决定着经济分析及其结论的质量。

现金流入，或进款，按计划的活动和所包括的业务类型分，可能包含以下几种：收益（通常是一项方案的增值结果）；财产挽回值；贷款本金收入；股票和债券销售收入；合作资本基金的补贴或返还等。

现金流出，或出账，按计划的活动和所包括的业务类型分，可能包含以下几种：资产的初始成本；工程设计成本；运营成本（年金和增值部分）；阶段性维护和重建费用；贷款利息和本金支付；重大的预期/未预期花费增加；所得税；合作资本基金的支出款项等。

进行评估的背景资料可以从以下部门得到，包括会计、财务、市场、销售、工程、设计、制造、生产、区域服务和计算机服务等。评估的精确度在很大程度上取决于评估人员在相似情形下进行评估的经验。通常使用点估计，即对方案的每个经济要素产生单值估计。如果对经济要素应用统计方法，也可以产生区间估计或分布估计。由于计算机的大量应用，当估计值的预期在较宽范围内变化时应用统计研究可以提供更完美的结果。在本书中，始终使用点估计。

一旦产生现金流入和现金流出的估计值，就可以确定净现金流量。

$$净现金流量=收入-支出=现金流入-现金流出 \tag{3-1}$$

现金流量图是一种在经济分析中非常重要的工具，特别是当现金流量系列比较复杂时。它将现金流量用图示方法画在一个时间刻度尺上（见图 3-1）。图中包含现金流量的已知量、待评估量和需要量。即，当现金流量图完成时，其他人应该能够通过看图来了解项目的现金流量情况，并根据图中所提供的信息进行项目的经济分析。

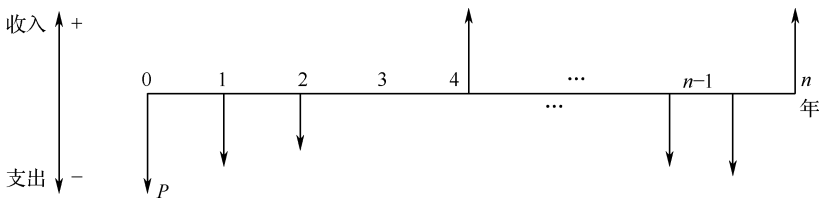


图 3-1　现金流量图

在现金流量图中，横坐标表示时间，用带箭头的垂直于时间轴的线段表示现金的流量，指向上的垂直箭头线代表正的现金流量。相反地，指向下的箭头线表示负的现金流量。由于现金流量通常发生在一个利率期内不同的时间点，因此，做如下期末约定假设。

期末约定，意味着假设所有现金流量都发生在一个利率期末。当若干收入和支出发生在一个给定的利率期内时，假设其净现金流量发生在此利率期末。

期末泛指交易发生日起的一个时间段。期末日期不必都是 12 月 31 日。

现金流量图中，时间 t=0 表示现在，t=1 表示第一个时间周期末。一般假设时间轴上的时间表示年。由于年末约定把现金流量放在这些年的年终，因此，1 表示第一年的年末。

在现金流量图上不必用精确的刻度，但箭线长度最好成比例。

由于现金流的观察角度不同，现金流量图的画法不是唯一的。例如，如果为了用现金购买一辆 25 000 元的二手汽车而借了 30 000 元，并且使用剩下的 5 000 元做了新的喷漆，这将会产生若干不同的未来现金流量，可能的观察角度、现金流量如表 3-1 所示。

表 3-1　不同的观察角度对应的现金流量　　单位：元

观察角度	现金流量
贷方	−30 000
你作为借方	+30 000

续表

观 察 角 度	现 金 流 量
你作为购买者	−25 000
及喷漆的顾客	−5 000
二手车卖主	+25 000
喷漆店主	+5 000

注：“+”表示现金流入；“−”表示现金流出。

3.1.2　现金流量的构成与计算

工程项目所涉及的各种经济要素在工程经济评价中大都转化为货币的表现形式，并以现金流量图的形式表现出来。这些经济要素大致可分为投入、产出、使用寿命与折旧等几个方面。如第 2 章所述，这些相关数据要由评价者自己去预测和估计（在进行方案论证时，数据是未知的）。一般的工程项目寿命周期内的现金流量图如图 3-2 所示，图中的箭线表示的是周期末的净现金流量。

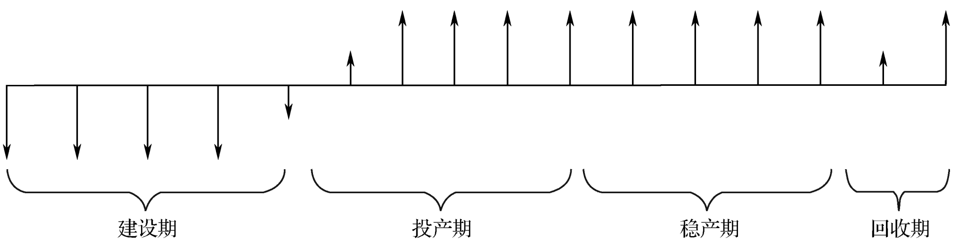


图 3-2　一般工程项目寿命周期内的现金流量图

投入方面的经济要素主要是基本建设投资、原料和劳动力等。产出方面的经济要素主要是产品、服务、生活的改善、时间的节省和自然环境的改善等。这些要素的状况取决于两个方面：一是项目将来所处的环境；二是项目本身的技术方案。依赖未来环境的经济要素，如产品产量、价格和需求量等，要由正确的预测来得到量化的数据。依赖方案本身的经济要素，如投资、寿命、成本和折旧等，也要进行正确的估计，这样才能保证技术经济分析结果的可靠性、科学性，才能为正确的决策提供有力的支持。

经济要素的预测与估计在本书的第 2 章已经详细介绍，这里不再赘述。要注意的是，虽然在会计中折旧费与摊销费被计入费用和成本，但在进行现金流量分析时，折旧费与摊销费既不属于现金流出也不属于现金流入。

3.2　资金时间价值及其等值计算

3.2.1　资金时间价值

在分析投资方案的经济效果时，能否将不同时期发生的现金流量直接相加（求代数和）呢？先看下面的例子。

例 3-1 设有 A 和 B 两种投资方案，寿命期相同，均为 5 年，初始投资相同，均为 10 000 元，实现收益的总额相同，但每年数值不同，如表 3-2 所示。

表 3-2 A 和 B 两种投资方案的现金流量

方 案	年 末					
	0	1	2	3	4	5
A	−10 000	5 000	4 000	3 000	2 000	1 000
B	−10 000	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000

如果其他条件相同，那么应该选择哪个方案呢？凭直觉和经验，人们会选择方案 A。因为方案 A 获取收益比方案 B 早，先到手的资金可以用来再投资从而产生新的价值。即，资金的价值不仅与资金量的大小有关，而且与发生的时间有关。这里隐含着资金具有时间价值的观念。

资金在使用过程中由于时间的因素而产生的差额价值称为资金的时间价值。资金增值的原因在于资金的投资和再投资。

资金时间价值也体现在银行的利息中。例如，今天存入 100 元，按年利率 10%计算，一年后本利和为 110 元。其中的 10 元利息就是在不考虑通货膨胀和风险价值情况下，100 元资金在一年时间内产生的“时间价值”。

3.2.2 利息的概念

利息是金钱的时间价值的表现，是使用资金的代价。从计算上来说，利息是金钱在期末与期初的差额部分。如果这部分差额为零或负的，那就没有利息。一般对于一笔利息有两种观点——应付利息和挣得利息。当个人或企业借钱（获得一笔贷款）和偿还贷款时，就需要支付利息。就像下面公式显示的那样，利息的两种叫法在计算上和数字所表示的价值本质上是一样的，只是在解释上有些不同。偿付所借款项（贷款）的利息由下面的关系式确定：

$$\text{利息}=\text{当期所欠的金额}-\text{初始金额} \tag{3-2}$$

当在一个特定的时间单位内将所偿付的利息以占初始金额的百分比的形式来表示时，利息在这里称为利率。

$$\text{利率（\%）}=\text{每个时间单位内所增加的利息}/\text{初始金额}\times 100\% \tag{3-3}$$

利率的时间单位称为利息周期。到目前为止，用来表示利率的利息周期一般为一年。有时也用一些较短的周期，如每月利率 1%。因此，利率的利息周期应该包括进来。如果仅仅是表示出利率如 8.5%，一般都假定利息周期为一年。

从一个储户、贷方或投资者的角度来看，挣得利息是最终的金额减去初始金额或者资本，即：

$$\text{利息}=\text{当期总金额}-\text{初始金额} \tag{3-4}$$

当在一个特定时期内将应付的利息以占初始金额的百分比的形式表示时，应付的利息称为收益率。

$$\text{收益率（\%）}=\text{每个单位时间内所增加的利息}/\text{初始金额}\times 100\% \tag{3-5}$$

和从借款者的角度来看待利息一样，收益率的时间单位称为利息周期。同样，最常用的周期为一年。

术语“投资回报率”和“投资收益率”在不同的工业和设置中是同等使用的，特别是大批

资金投入有关工程项目时。

利息、利息周期和利率这些术语在计算现金在过去的一个计息周期或将来的一个计息周期的等价数量时是十分有用的。然而，当涉及的问题超过一个计息周期时，单利和复利的术语就变得十分重要。

1．单利

单利是在计算的过程中只有原始资本计算利息，而利息不再计算利息。在几个利息周期中单利的计算如下：

$$\text{利息}=\text{资本}\times\text{周期数}\times\text{利率} \tag{3-6}$$

在这里，利率以小数的形式表示。

例 3-2 一个工程师向一个信用卡联盟借贷了一笔资金用于购买汽车无线控制模型。这笔贷款为 1 000 元，时间 3 年，年利率为 5%，单利计息。那么在第 3 年的年末，这个工程师将要偿还多少现金?

解： 3 年中每年的利息为：　　1 000×0.05=50（元）

3 年的总利息为：　　1 000×3×0.05=150（元）

3 年后到期的总资金为：　　1 000+150=1 150（元）

第一年增加的 50 元利息与第二年增加的 50 元利息没有产生利息。每年应得的利息仅仅是在 1 000 元本金的基础上进行计算的。

从还贷人的角度，这笔贷款偿还的具体细节如表 3-3 所示。其中，“0”年代表现在，也就是贷款的时候。直到第 3 年年末才偿还所有的欠款。因为单利的计算都只是在贷款本金基础上进行的，所以每年增加的欠款数一律为 50 元。

表 3-3　单利计算　　单位：元

年　末	贷　款　额	利　息	年末欠款额	到期还款额
0	1 000			
1	—	50	1 050	0
2	—	50	1 100	0
3	—	50	1 150	1 150

2．复利

对于复利计算，每个利息周期增加的利息是在本金加所有以前累计的利息的基础上进行计算的。因此，复利意味着利息的最大化。复利反映了资金的时间价值，同时也包括利息的时间价值。复利每个周期的利息计算如下：

$$\text{利息}=(\text{本金}+\text{所有增值的利息})\times\text{利率} \tag{3-7}$$

例 3-3 如果一个工程师从一家借贷联盟公司借了 1 000 元，按年利率 5%复利计息，计算在 3 年后到期时所应偿还的总金额。画图并比较复利和单利的结果。

解： 每年应偿还的利息和总利息为：

第 1 年利息=1 000×0.05=50.00（元）

1 年后偿还的总金额=1 000+50.00=1 050.00（元）

第 2 年利息=1 050×0.05=52.50（元）

2 年后偿还的总金额=1 050+52.50=1 102.50（元）

第 3 年利息=1 102.50×0.05=55.13（元）

3 年后偿还的总金额=1 102.50+55.13=1 157.63（元）

所有具体细节都显示在表 3-4 中。这个偿还计划像在单利计算中一样，在第 3 年的年末将所有的本金加上利息一并偿还。

表 3-4　复利计算　　单位：元

年　末	贷　款　额	利　　息	年末欠款额	到期还款额
0	1 000			
1	—	50.00	1 050.00	0
2	—	52.50	1 102.50	0
3	—	55.13	1 157.63	1 157.63

不同之处是由复利计算中对资金的时间价值计算的不同引起的。在 3 年期间，与单利相比，在按复利计算时需要支付一笔额外利息 1 157.63−1 150=7.63（元）。

单利和复利的不同在于每年计算利息方式的不同。如果计算的时间跨度包括多年，如 10 年，那么两种计息的差距将达到 128.90 元；在 20 年后，复利将会比单利多出 653.30 元。

7.63 元相对于初始本金 1 000 元在 3 年的时间里看起来似乎并不是一个明显的差异。但是如果将同样的计算建立在初始本金为 100 000 元或 1 000 000 元的基础上，那么将确确实实地感受到差额的显著。这些表明复利计算在基础经济的分析中起着相当重要的作用。

在例 3-3 中，另外一种简便的计算总金额的方法是合并计算，而不是将它们在每年的基础上算出来。每年到期的总金额如下。

第 1 年：　$1\,000\times(1.05)^1=1\,050.00$（元）

第 2 年：　$1\,000\times(1.05)^2=1\,102.50$（元）

第 3 年：　$1\,000\times(1.05)^3=1\,157.63$（元）

这 3 年的总金额可以直接计算出来，而不需要前一年的总金额。总的计算公式形式为：

在 n 年后到期的总金额=本金×（1+利率）^{n}　　（3-8）

结合利率、单利、复利和等价的概念可以证明不同的偿还计划是等价的，但是在年与年之间货币的数量实际上是不同的。这表明可以有很多方法来解释资金的时间价值。下面的这个例子就是 5 种不同的偿还计划的等价。

例 3-4　（1）使用 5 种不同偿还计划按照如下的表述来证明等价的概念。每个方案都要在 5 年内按照年利率 8%偿还一笔金额为 5 000 元的贷款。

方案 1：单利计息，期末偿还。在期末偿还所有的本金和利息。每年利息的累计仅在本金的基础上进行。

方案 2：复利计息，期末偿还。在期末偿还所有的本金和利息。每年利息的累计在本金和所增加的利息的和的基础上进行。

方案 3：每年支付单利利息，期末偿还本金。每年偿还增加的利息，在第 5 年年末偿还本金。

方案 4：每年偿还复利和本金的一部分。每年偿还增加的利息和本金的 1/5（即 1 000 元）。由于未偿还的贷款余额每年递减，所以利息也逐年减少。

方案 5：每年偿还相等的复利和本金。每年偿还一部分本金和应付利息，偿还的数量是相同的。由于方案 5 年末还款额相同，贷款余额的下降速度就比方案 4 慢，利息也逐年递减，但是速率较慢。

（2）以 8%的单利或复利对每个方案的相同之处进行适当的解释。

解：

（1）表 3-5 显示了年末的利息、每年年末欠款额和 5 年中的总支出。

利息是按以下的计算方法确定的。

方案 1：单利=初始本金×0.08。

方案 2：复利=前一年的总欠款额×0.08。

方案 3：单利=初始本金×0.08。

方案 4：复利=前一年的总欠款额×0.08。

方案 5：复利=前一年的总欠款额×0.08。

注意到对于每个还款计划，每年支付的本金和利息是不同的，总还款额也是不同的，尽管每个还款方案都需要 5 年。总还款额的不同可由以下因素来解释：①资金的时间价值；②单利还是复利；③第 5 年前偿还的本金。

表 3-5　以 8%的复利偿还 5 000 元的不同的还款计划　　单位：元

方　案	年　末	利　息	年末欠款额	年末还款额	还款后的总负债
1. 单利，全部在年末支付	0				5 000.00
	1	400.00	5 400.00	—	5 400.00
	2	400.00	5 800.00	—	5 800.00
	3	400.00	6 200.00	—	6 200.00
	4	400.00	6 600.00	—	6 600.00
	5	400.00	7 000.00	7 000.00	
	全部	7 000.00			
2. 复利，全部在年末支付	0				5 000.00
	1	400.00	5 400.00	—	5 400.00
	2	432.00	5 832.00	—	5 832.00
	3	466.56	6 298.56	—	6 298.56
	4	503.88	6 802.44	—	6 802.44
	5	544.20	7 346.64	7 346.64	
	全部	7 346.64			
3. 每年支付单利利息，最后偿还本金	0				5 000.00
	1	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
	2	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
	3	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
	4	400.00	5 400.00	400.00	5 000.00
	5	400.00	5 400.00	5 400.00	
	全部	7 000.00			

续表

方　案	年　末	利　息	年末欠款额	年末还款额	还款后的总负债
4. 复利，每年偿还部分本金	0				5 000.00
	1	400.00	5 400.00	1 400.00	4 000.00
	2	320.00	4 320.00	1 320.00	3 000.00
	3	240.00	3 240.00	1 240.00	2 000.00
	4	160.00	2 160.00	1 160.00	1 000.00
	5	80.00	1 080.00	1 080.00	
	全部	6 200.00			
5. 每年偿还相等的复利和本金	0				5 000.00
	1	400.00	5 400.00	1 252.28	4 147.72
	2	331.82	4 479.54	1 252.28	3 227.25
	3	258.18	3 485.43	1 252.28	2 233.15
	4	178.65	2 411.80	1 252.28	1 159.52
	5	92.76	1 252.28	1 252.28	
	全部	6 261.41			

（2）表 3-5 表示在 0 时刻，5 000 元对以下方案是相等的。

方案 1：以 8%的单利在第 5 年年末共还款 7 000 元。

方案 2：以 8%的复利在第 5 年年末共还款 7 346.64 元。

方案 3：以 8%的单利 4 年中每年还 400 元，第 5 年年末还款 5 400 元。

方案 4：以 8%的复利每年支付的利息和本金从第 1 年的 1 400 元到第 5 年的 1 080 元逐渐递减。

方案 5：以 8%的复利，5 年中每年支付 1 252.28 元$\left[5\,000\times\dfrac{0.08\times(1+0.08)^5}{(1+0.08)^5-1}\right]$。

工程经济学中一般使用方案 5，复利计算，每个时期的还款额相同。需要偿还的欠款包括应支付的利息和部分需要偿还的本金。

3.2.3　资金等值计算

1．现值、将来值（终值）和折现的概念

现值一般指发生或折算为投资系统初期的资金价值，但不一定是今天的价值。将来值（终值）一般指发生或折算为投资系统末期的资金价值。现值与将来值（终值）的概念相对，广义的现值概念是相对于将来值（终值）的任何较早时间的价值，广义的将来值（终值）概念是相对于现值的任何以后时间的价值。

折现又称贴现，指把终值折算成与之等价的现值的计算过程。

例如，以定期一年的方式存入 100 元，按年利率 10%计算，一年后本利和为 110 元。这 100 元就是现值，110 元就是一年后的终值。终值和现值可以等价换算，把一年后的 110 元换算成现在的 100 元的折算过程为：

$$\frac{110}{1+10\%}=100$$

2．资金等值的概念

等值是工程经济分析中的基本概念。这个概念可以帮助我们更好地了解利息结构。例 3-4 给出了 5 个方案来偿还借款，这 5 个方案都要在 5 年内按照年利率 8%偿还一笔金额为 5 000 元的贷款。从等值的角度去分析，这 5 个方案的还款总金额虽然不同，但价值是相同的，都是 5 000 元的现值。由此可知，由于资金具有时间价值，两笔数额相同的资金，即使年利率相同，若投入的时间不同，其经济价值也不一定相等。一般地，早投资早获益。反之，发生在不同时间点的数额不同的两笔资金，由于利率和时间的关系，其经济价值却有可能相等。等值性技术是我们在进行方案比较和选择时的关键技术。例如，在两个可比方案之间做选择时，如果能在某个时点或某些时点上用数学方法确定 A 方案的等值和 B 方案的可比等值，那么就能够判断这两个方案的相对吸引力，而不是简单地根据它们的现金流出量来判断。

在不同时间点上，不同数额的资金可能具有相同的价值，称为资金等值。资金等值实质上是一种等价折算，资金是否等值受资金金额、资金发生的时间和利率 3 个因素的影响。如果两个现金流量等值，那么它们折算到任一时点的价值必相等。

3．复利等值的计算公式

工程经济学中的公式所采用的基本符号规定如下。

P 表示在一个指定时间点如当前或时间点 0 处的货币价值或数量。P 也指现在价值（Present Worth, PW）、现值（Present Value, PV）、净现值（Net Present Value, NPV）、按现值计算的现金流量（Discounted Cash Flow, DCF）和资本化费用（Capitalized Cost, CC）。

F 表示未来某个时间的货币价值或总数。同样，F 也被称作将来值（Future Worth, FW）或未来财产（Future Value, FV）。

A 表示一系列连续的、等额的、相同时间间隔末的现金流量。另外，A 也指年值（Annual Worth, AW）、年金和月金。

n 表示每期的利息额，周期可以是年、月、天等。

i 表示每期的利息率和返还率，可以用年百分比、月百分比等表示。

t 表示时间，常用周期数表示，可以是年、月、天等。

符号 P 和 F 代表一次支付事件，A 代表连续利息周期中一个固定的总数（如每期的相同总数）。利率被假定为复利，除非特定的定期的单利。利率 i 在每个利息周期中用百分比表示，如每年 12%。除非定期的，否则假定利率在整个 n 年或利息周期中使用。

所有的工程经济学问题都同时间要素 t 相关。对于其他的 5 个符号，每个计算模型将至少涉及其中的 4 个符号，P、F、A、n 和 i 中至少 3 个被估计或知道。

根据资金的不同支付方式，下面介绍几个主要的资金等值计算公式。

（1）一次支付终值公式。一次支付终值公式用来计算现在时点发生的一笔资金 P 的将来值 F。其现金流量图如图 3-3 所示。

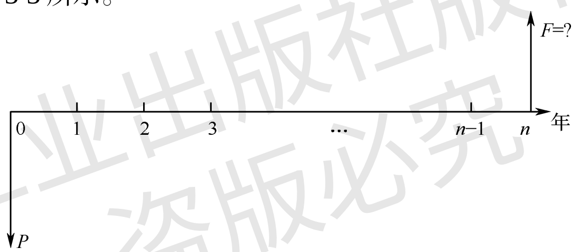


图 3-3　一次支付终值现金流量图

设年利率为 i，其计算公式为：

$$F = P(1+i)^n \tag{3-9}$$

式中，$(1+i)^n$ 表示一次支付终值系数，记为：

$$(1+i)^n = (F/P, i, n) \tag{3-10}$$

为了计算方便，可以根据不同的利率 i 和计息期数 n 计算出 $(1+i)^n$ 的值，列成便于查询的表格。

例 3-5 一名大学毕业生获得波音公司的一份工作。她打算借 10 000 美元来买车，并计划 5 年后偿还所有的本金外加每年 8%的利息。求 5 年产生的总欠款额。

解： 未来总量 F 是未知数。

$$F = P(1+i)^n = 10\,000(F/P, 8\%, 5) = 14\,690 \text{（美元）}$$

（2）一次支付现值公式。一次支付现值公式用来计算将来某时点发生的一笔资金 F 的现在值 P。其现金流量图如图 3-4 所示。

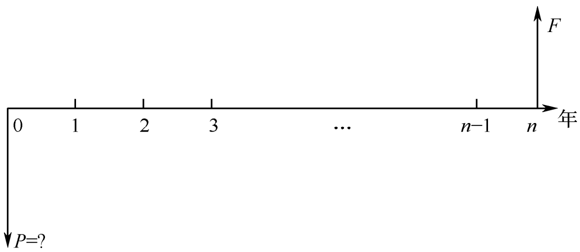


图 3-4　一次支付现值现金流量图

设年利率为 i，其计算公式为一次支付终值公式（3-9）的逆运算，即：

$$P = F(1+i)^{-n} \tag{3-11}$$

式中，$(1+i)^{-n}$ 表示一次支付现值系数，记为：

$$(1+i)^{-n} = (P/F, i, n) \tag{3-12}$$

例 3-6 去年 Jane 的祖母把足够的钱放到一个储存账户中，打算在今年能有 10 000 元来帮助 Jane 支付学校的学费。如果年利率是 6%，为了现在能够得到 10 000 元的本利和，计算一年前要存储的资金总数。

解：

$$P = F(1+i)^{-n} = 10\,000(P/F, 6\%, 1) = 9\,434 \text{（美元）}$$

（3）等额支付系列终值公式。等额支付系列终值公式用来计算一系列期末等额现金流量 A 的将来值 F。其现金流量图如图 3-5 所示。

图 3-5　等额支付系列终值现金流量图

设年利率为 i，如果把每次的等额支付看作一次支付，则利用一次支付终值公式有：

$$F = A + A(1+i) + A(1+i)^2 + \cdots + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-1} \qquad (3\text{-}13)$$

等式两边同乘以 $(1+i)$，有：

$$F(1+i) = A(1+i) + A(1+i)^2 + \cdots + A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^n \qquad (3\text{-}14)$$

式（3-14）减式（3-13）有：

$$F(1+i) - F = -A + A(1+i)^n \qquad (3\text{-}15)$$

整理得：

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] \qquad (3\text{-}16)$$

式中，$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$表示等额支付系列终值系数，记为：

$$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = (F/A, i, n) \qquad (3\text{-}17)$$

例 3-7　你打算从今年开始每年年底将 1 000 元存款放到一个每年有 6%收益的投资账户中，存入 5 年的时间，则在第 5 年年末，你的账户中共有多少资金？

解：

$$F = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = 1\,000(F/A, 6\%, 5) = 5\,637 \text{（元）}$$

（4）等额支付系列偿债基金公式。等额支付系列偿债基金公式用来计算将来值 F 的等额年值 A。其现金流量图如图 3-6 所示。

图 3-6　等额支付系列偿债基金现金流量图

设年利率为 i，其计算公式与等额支付系列终值公式是逆运算。

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad (3\text{-}18)$$

式中，$\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right]$表示等额支付系列偿债基金系数，记为：

$$\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] = (A/F, i, n) \qquad (3\text{-}19)$$

例 3-8　假定 10 年后你要还给银行 10 000 美元，设年利率为 7%，则从今年年底开始你每年应等额地存入银行多少钱，10 年后刚好还清借款？

解：

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] = 10\,000(A/F, 7\%, 10) = 724\ （美元）$$

（5）等额支付系列资金回收公式。等额支付系列资金回收公式用来计算现值 P 的一系列期末等额支付的金额 A。其现金流量图如图 3-7 所示。

图 3-7　等额支付系列资金回收现金流量图

设年利率为 i，由式（3-9）与式（3-18）知：

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] = P(1+i)^n\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{3-20}$$

整理后有：

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] \tag{3-21}$$

式中，$\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right]$表示等额支付系列现值系数，记为：

$$\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] = (A/P, i, n) \tag{3-22}$$

例 3-9　假定你以 7%的利率借了 2 000 美元，10 年期，并且必须每年偿还等额的贷款，求每年偿还的贷款数额。

解：

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\right] = 2\,000(A/P, 7\%, 10) = 284.8\ （美元）$$

（6）等额支付系列现值公式。等额支付系列现值公式用来计算一系列期末等额支付金额 A 的现值 P。其现金流量图如图 3-8 所示。

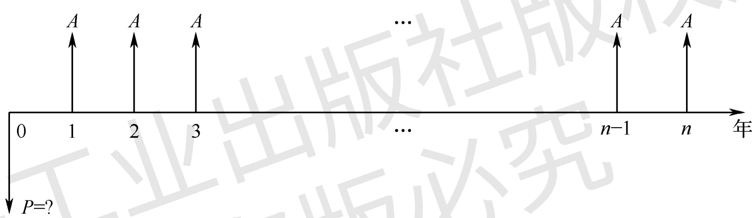


图 3-8　等额支付系列现值现金流量图

设年利率为 i，由式（3-21）知：

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] \tag{3-23}$$

式中，$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right]$表示等额支付系列资金回收系数，记为：

$$\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = (P/A,i,n) \tag{3-24}$$

例 3-10　某项目投资，要求连续 6 年内连本带利全部收回，且每年年末等额收回本利和为 100 万元，年利率 10%。问期初投资是多少？

（等差支付系列终值公式）

解：

$$P = A\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}\right] = 100(P/A,10\%,6) = 435.53\text{（万元）}$$

（7）等差支付系列终值公式。在经济管理工作中，常有某项费用属于逐年等差递增或等差递减一个相对稳定的常数的情况，形成一个等差支付系列，也称为均匀梯度系列。其现金流量图如图 3-9 所示。

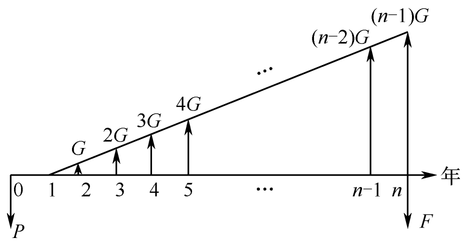


图 3-9　等差支付系列终值现金流量图

由现金流量图可以看出，我们可以把等差支付系列 $0,G,2G,\cdots,(n-1)G$ 分解成 $(n-1)$ 个年末支付值为 G 的等额支付系列，应用等额支付系列终值计算公式，逐一计算，累计求得该等差支付系列的终值。

$$\begin{aligned}
F &= G(F/A,i,n-1) + G(F/A,i,n-2) + \cdots + G(F/A,i,2) + G(F/A,i,1) \\
&= G\left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i}\right] + G\left[\frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i}\right] + \cdots + G\left[\frac{(1+i)^2 - 1}{i}\right] + G\left[\frac{(1+i)^1 - 1}{i}\right] \\
&= \frac{G}{i}\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i) + (n-1)(-1)\right] \qquad (3\text{-}25) \\
&= \frac{G}{i}\left[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \cdots + (1+i)^2 + (1+i) + 1\right] - \frac{nG}{i} \\
&= \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] - \frac{nG}{i}
\end{aligned}$$

即

$$F = \frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right] \tag{3-26}$$

式中，$\frac{1}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right]$表示等差支付系列（复利）本利和系数，记为：

$$\frac{1}{i}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n\right] = (F/G,i,n) \tag{3-27}$$

例 3-11　某人在 10 年内采用等额递增 300 美元的方式支付每年的保险金，若其第 1 年免

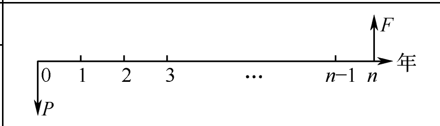
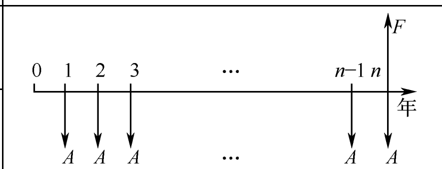
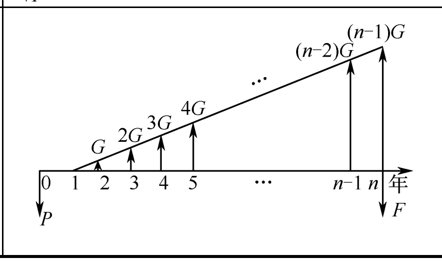
付保险金，i=15%，求到第 10 年年末时其支付的保险金的总数。

解：

$$F=\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}-n\right]=300(F/G,15\%,10)=20\,607.44\text{（美元）}$$

复利计算的基本公式汇总表如表 3-6 所示。

表 3-6　复利计算的基本公式汇总表

公 式 名 称	现金流量图	公　式
一次支付终值公式		$F=P(1+i)^n=P(F/P,i,n)$
一次支付现值公式		$P=F(1+i)^{-n}=F(P/F,i,n)$
等额支付系列终值公式		$F=A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]=A(F/A,i,n)$
等额支付系列偿债基金公式		$A=F\left[\frac{i}{(1+i)^n-1}\right]=F(A/F,i,n)$
等额支付系列资金回收公式		$A=P\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\right]=P(A/P,i,n)$
等额支付系列现值公式		$P=A\left[\frac{(1+i)^n-1}{i(1+i)^n}\right]=A(P/A,i,n)$
等差支付系列终值公式		$F=\frac{G}{i}\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}-n\right]=G(F/G,i,n)$

4．名义利率和实际利率

以上讨论的是计息周期为 1 年、每年复利一次的复利计算公式。但在实践中，计息周期有时可能大于或小于 1 年，当计息周期与付息周期不一致时，就产生了名义利率和实际利率。

名义利率的计算与单利相同，公式为：

$$r=i_c m \tag{3-28}$$

式中，i_c 表示实际计息期利率；m 表示（1 年内的）计息期数。

实际利率为按复利计算 1 年内的利息额与原始本金的比值，即：

$$i=\frac{F-P}{P} \tag{3-29}$$

例 3-12　存款 100 元，每月计息一次，月利率为 1%。求 1 年后的本利和。

解：按名义利率计算，相当于单利计算，即：

$$r=i_c m=1\%\times12=12\%$$
$$F=P(1+r)=100\times(1+12\%)=112\text{（元）}$$

按实际利率计算，相当于计息且付息，复利计算，即：

$$F = P(1+i)^n = 100 \times (1+1\%)^{12} = 112.68\text{（元）}$$

本章小结

对每个方案都要估计现金流入（收益）和流出（费用），当现金从一个企业或个人转移到另一个企业或个人时就会产生现金流，现金流入（收益）和现金流出（费用）称为现金流量。现金流以现金收支形式体现了方案的经济影响。没有一定时期内的现金流量的估计就不可能进行项目的经济特性的研究。本章介绍了现金流量的概念和构成。借助现金流量图，人们可以方便地表达项目在各个时间点上的现金流量。由于不同时间点上发生的现金流量不具有可比性，因此，在项目评价中常需要将现金流量在不同时间点上进行换算，这就需要学生掌握资金等值的相关概念，并熟练应用资金等值的计算公式。

复习思考题

（1）一家贷款公司以每月 1.5%的复利利率提供贷款。求：

① 名义利率是多少？

② 年实际利率是多少？

（2）一家商店为你提供一种信用卡，每月 0.95%的复利利率，则这张信用卡的名义利率（年度百分率）是多少？年实际利率是多少？

（3）詹姆斯 • 霍根打算购买一辆 24 000 美元的汽车，在 24 个月内以每月 1 417.10 美元分期付款。这种资金筹集方式的月、年实际利率是多少？

（4）以下的当前投资在未来的累计总额是多少？

① 投资 4 638 美元，10 年中每半年 6%的复利利率。

② 投资 6 500 美元，每季度 8%的复利利率，共 15 年。

③ 投资 283 000 美元，在 7 年中每月 9%的复利利率。

（5）你打算为了退休后的生活开始一项存款计划。你可以考虑以下两个方案。

方案 1：在前 10 年内每季度存款 1 000 美元，然后不再存款，但是之后的 15 年内，你不能取钱。

方案 2：在前 10 年内什么都不做，然后在接下来的 15 年内每年年末存入 6 000 美元。

如果你的储蓄或投资有每季度 6%的复利利率，你会选择哪个方案？

（6）你已经收到了 A 和 B 两家银行的信用卡申请，未付余额的利息规定如下。

银行 A：每季度 15%的复利；银行 B：每天 14.8%的复利利率。下面哪个表述是不正确的？

① 银行 A 的实际利率是 15.865%。

② 银行 B 的名义利率是 14.8%。

③ 银行 B 的条款规定更好一些，因为你会为你的未付余额支付较少的利息。

④ 银行 A 的条款规定更好一些，因为你会为你的未付余额支付较少的利息。

（7）一笔汽车贷款为 15 000 美元，在 48 个月中以每月 9%的名义利率需要每月支付 373.28 美元。请问在前 6 次付款时，每月银行是怎样计算的。

（8）一个餐馆正在考虑购买旁边的土地从而为它的顾客提供足够的停车位。这家餐馆需要借 35 000 美元来获得这块地皮。餐馆向当地银行贷款，将以以下的形式分 5 年偿还贷款：在第 1、2、3、4、5 年年末分别偿还初始贷款的 10%、15%、20%、25%和 30%。

① 银行在这笔交易中获得的利率是多少？

② 在 5 年中餐馆共支付了多少利息？

（9）假设你要买一辆价值 18 000 美元的新车。你可以首付 1 800 美元，剩余的钱可以在 48 个月中每月等额偿还 421.85 美元。考虑以下情况：

① 你没有接受经销商的资金支持，首付 1 800 美元后，以每月 11.75%的复利利率取得贷款。4 年还清贷款每月需要偿还多少钱？

② 如果你接受了经销商的资金支持，经销商每月获得的实际利率是多少？

（10）假设你要在 4 年内按照年利率 10%偿还一笔金额为 8 000 元的贷款，有以下 4 个方案。

方案 1：每年年末等额偿还本金及当年到期的利息。

方案 2：每年年末只偿还到期的利息，不还本金，第 4 年年末偿还所有本金。

方案 3：每年年末偿还等额的本金及利息。

方案 4：第 4 年年末一次性偿还所有本金及利息。

请分别计算 4 个方案的还款总额。