实验 3　DFT/FFT 频谱分析

实验目的：本实验包括 3 个实验子项目，通过 MATLAB 编程仿真，掌握 DFT/FFT 频谱分析方法，包括以下内容。

1. 掌握 DFT 的基本原理、性质及其频谱分析方法。
2. 理解循环卷积及循环卷积定理。
3. 理解 FFT 算法的编程思想。
4. 熟练掌握利用 FFT 对信号进行频谱分析，包括正确地进行参数选择、画频谱及读频谱图。
5. 熟悉 DFT/FFT 频谱分析的应用实例。

3.1　离散傅里叶变换（DFT）

一、实验原理

1．离散傅里叶变换（DFT）

设序列为 $x(n)$，长度为 M，则 $x(n)$的 N 点 DFT 为

$$X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{kn}\qquad（k=0,1,\cdots,N-1）$$

式中，$W_N=\dfrac{2\pi}{N}$ 是旋转因子；N 是 DFT 的变换区间（$N>M$）；$X(k)$是 $x(n)$的 N 点 DFT，即 $x(n)$的频谱。离散傅里叶反变换为

$$x(n)=\mathrm{IDFT}[X(k)]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(k)W_N^{-kn}\qquad（n=0,1,\cdots,N-1）$$

可用矩阵方式计算 DFT/IDFT，DFT 的矩阵公式为

$$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{W}_N^{kn}\cdot\boldsymbol{x}$$

式中，$\boldsymbol{X}=[X(0)\ X(1)\ X(2)\ \cdots\ X(N-1)]^{\mathrm{T}}$，是 $\boldsymbol{X}(k)$矩阵；$\boldsymbol{x}=[x(0)\ x(1)\ x(2)\ \cdots\ x(N-1)]^{\mathrm{T}}$，是 $\boldsymbol{x}(n)$矩阵；$\boldsymbol{k}=[k(0)\ k(1)\ k(2)\ \cdots\ k(N-1)]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{n}=[n(0)\ n(1)\ n(2)\ \cdots\ n(N-1)]$ 。

IDFT 的矩阵公式为

$$\boldsymbol{x}=\frac{1}{N}(\boldsymbol{W}_N^{kn})^{*}\cdot\boldsymbol{X}$$

式中，*表示共轭。

2．DFT 的基本性质

（1）DFT 隐含周期性

$$X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]=X(k+mN)，x(n)=\mathrm{IDFT}[X(k)]=x(n+mN)$$

式中，N 是 DFT 的变换区间。

（2）实数信号 DFT 的对称性

设 $x(n)$为实数信号，则在一个周期内，其幅频谱关于 $N/2$ 偶对称，相频谱关于 $N/2$ 奇对称，即

$$|X(k)|=|X(N-k)|,\quad \varphi(k)=-\varphi(N-k)$$

式中，$|X(k)|$是 $x(n)$的幅频谱，$|\varphi(k)|$是 $x(n)$的相频谱。

（3）离散帕斯瓦尔定理

$$\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$$

3．循环卷积及循环卷积定理

（1）循环卷积

设有两个序列 $x(n)$（长度为 N）和 $h(n)$（长度为 M），则 $h(n)$与 $x(n)$的 L 点循环卷积 $y_c(n)$为

$$y_c(n)=x(n)\,\textcircled{L}\,h(n)=[\sum_{m=0}^{L-1}h(m)x(n-m)_L]R_L(n)$$

式中，L>max[N,M]，是进行循环卷积的点数。

循环卷积的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} y_c(0)\\ y_c(1)\\ y_c(2)\\ \vdots\\ y_c(L-1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x(0) & x(L-1) & x(L-2) & \dots & x(1)\\ x(1) & x(0) & x(L-1) & \dots & x(2)\\ x(2) & x(1) & x(0) & \dots & x(3)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ x(L-1) & x(L-2) & x(L-3) & \dots & x(0)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} h(0)\\ h(1)\\ h(2)\\ \vdots\\ h(L-1)\end{bmatrix}$$

若 $x(n)$或 $h(n)$的长度小于 L，则需在 $x(n)$或 $h(n)$的末尾补 0，使其长度等于 L。

（2）时域循环卷积定理

设 $y_c(n)=x(n)\,\textcircled{L}\,h(n)$，则 $Y_c(k)=\mathrm{DFT}[y_c(n)]_L=H(k)X(k)$。其中，$X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]_L$，$H(k)=\mathrm{DFT}[h(n)]_L$。

二、实验环境

1. 计算机 1 台。
2. Windows 7 或以上版本操作系统。
3. MATLAB 7.0 或以上版本软件。

三、实验参考和实验内容

1．离散傅里叶变换（DFT）

根据 DFT/IDFT 的矩阵形式设计程序，计算序列 $x(n)$的 N 点 DFT $X(k)$与 $X(k)$的 N 点 IDFT。

实验参考程序：

```
% DFT/IDFT 程序：DFTIDFT.m
 clc
 clear
```

```
xn=input('x(n)= ');                 %输入序列 x(n)
M=length(xn);                       %x(n)的长度 M
N=input('变换区间 N=');             %变换区间 N
xn=[xn zeros(1,N-M)];               %补 0,使 xn 的长度为 N
xn=xn';
n=0:N-1;k=0:N-1;
kn=k'*n;
wn=exp(-j*2*pi/N);                  %旋转因子 wn
wnK=wn.^kn;
xk=wnK*xn;                          %x(n)的 DFT:xk
x1=1/N*conj(wnK)*xk                 %xk 的 IDFT:x1
subplot(211);stem(k,abs(xk),'.');grid on;     %画 xk 的幅频谱（离散曲线）
subplot(212);plot(k,abs(xk));grid on;         %显示 xk 的幅频谱（连续曲线）
```

实验内容：

（1）运行此程序，在命令窗口输入 x=[1 1 1 1]和 N=4，得到矩形信号 $x(n)=R_4(n)$的 4 点 DFT，画出其幅频谱的离散曲线和连续曲线。在命令窗口中读取 $X(k)$的 N 点 IDFT x1，x1 是否与原信号一致？

（2）修改 N=16、64、256，重新运行程序，画出各自的幅频谱曲线，可得出什么结论？

（3）修改此程序，分别计算下列输入信号的 N 点 DFT，列出程序清单，画出幅频谱波形。

① $x(n)=1$（N=256）；

② $x(n)=\delta(n)$（N=256）；

③ $x(n)=\cos(\omega_0 n)u(n)$（$\omega_0=\pi/4$，$N$=256）。

（4）观察（3）中的波形，回答：

① 常数 1 的 DFT 是什么？

② $\delta(n)$的 DFT 是什么？

③ $\cos(\omega_0 n)u(n)$的 DFT 中，峰值对应的横坐标 k_1 和 k_2 是多少？它们分别对应的数字频率 ω_1 和 ω_2 是多少？其中 ω_2 与 ω_1 之间有何联系？

2．DFT 的基本性质

1）DFT 隐含的周期性与实数信号 DFT 的对称性

设序列为 $x(n)=a^n u(n)$（a=0.9），求 $x(n)$的 N 点 DFT $X(k)$，画出其幅频谱$|X(k)|$和相频谱 $\varphi(k)$。为了观察 DFT 隐含的周期性，设 DFT 点数 N=64，$k=-2N\sim 2N$。

实验参考程序：

```
%ch3prog1.m  (主程序)
clear
clc
a=0.9;
n=0:63;
x=a.^n;                 %序列 x(n)
N=64;                   %做 DFT 的点数 N
X=DFT1(x,N);            %调用 DFT1 子函数，对 x(n)做 N 点 DFT,k=-2N～2N-1
k=0:4*N-1;
```

```
subplot(221); stem(k,abs(X),'.');grid on;   %画 x(n)的幅频谱
title('x(n)的幅频谱|X(k)|');xlabel('k');ylabel('|X(k)|');
subplot(222);stem(k,angle(X),'.');grid on;  %画 x(n)的相频谱
title('x(n)的相频谱φ(k)');xlabel('k');ylabel('φ(k)');
%子函数:DFT1.m
function X=DFT1(x,M)
N=length(x);                                %N 为 x 的长度
n=0:N-1;
%%%%
for k=-2*M:2*M-1                            %对 x 做 M 点 DFT,k=-2M:2M-1
    X(k+1+2*M)=sum(x.*exp(-j*2*pi/N*k*n));
end
```

DFT 隐含的周期性及对称性如图 3.1 所示。

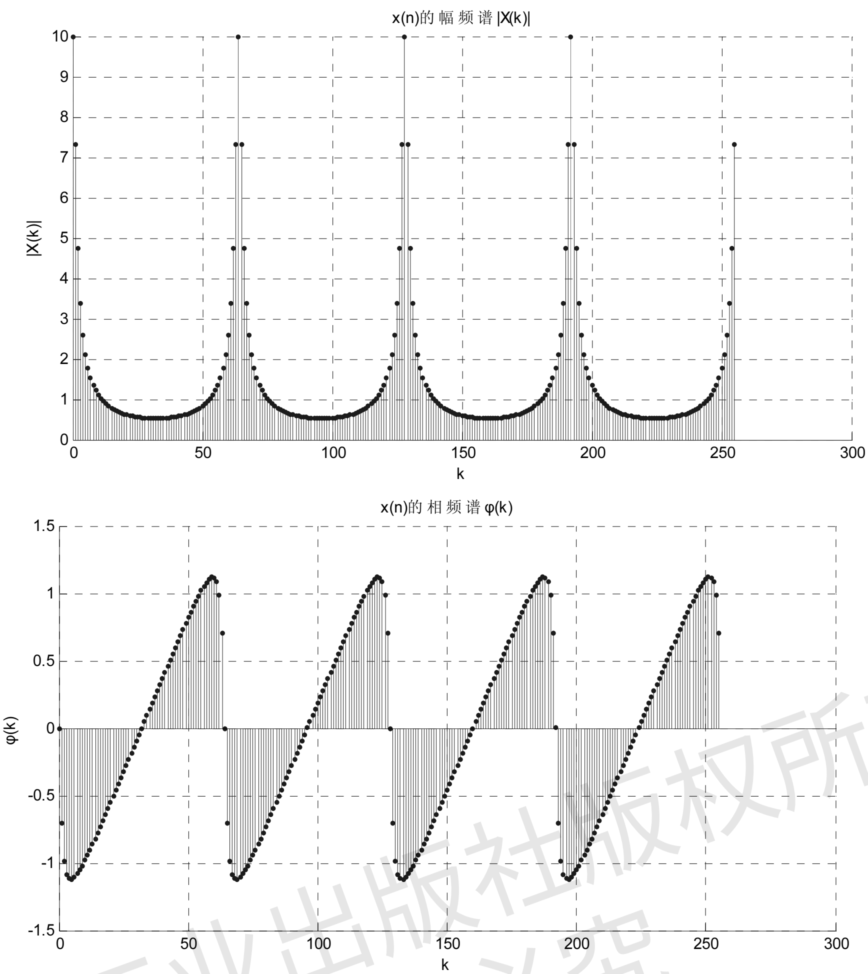

图 3.1　DFT 隐含的周期性及对称性

实验内容：

（1）运行此程序，画出序列 $x(n)$的 N 点 DFT 的幅频谱$|X(k)|$和相频谱 $\varphi(k)$。

（2）观察幅频谱和相频谱，问：波形周期是多少？在一个周期内，幅频谱关于对称中心____（偶/奇）对称，相频谱关于对称中心____（偶/奇）对称。

2）离散帕斯瓦尔定理

设序列 $x(n)$={1,2,3,4,3,2,1}，$X(k)$=DFT[$x(n)$]，求 $\sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2$ 与 $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(k)|^2$ 。

实验参考程序：

```
%ch3prog2.m
clear
clc
xn=[1 2 3 4 3 2 1];              %_____________
M=length(xn);                    %_____________
N=64;                            %_____________
xn=[xn zeros(1,N-M)];
Ex=sum(abs(xn).*abs(xn))        %信号在时域中的总能量 Ex
n=0:N-1;k=0:N-1;
xn=xn';
kn=k'*n;
wn=exp(-j*2*pi/N);
wnK=wn.^kn;
xk=wnK*xn;                       %_____________
Ek=sum(abs(xk).*abs(xk))/N       %_____________
```

实验内容：

（1）在%后的横线上填入注释，补充程序中的绘图语句，画 xn 及其幅频谱。

（2）运行此程序，在命令窗口下读取 Ex 与 Ek 的值，问信号在时域中的总能量 Ex 是否等于其在频域中的总能量 Ek？

3．循环卷积及循环卷积定理

1）循环卷积

设序列 $h(n)$={1,1,1,0}，$x(n)$={1,4,3,2}，求 $h(n)$与 $x(n)$的 N 点循环卷积。

实验参考程序：

```
%ch3prog3.m 循环卷积 (主程序)
clear
clc
x=[1,4,3,2];          %序列 x(n)
Nx=length(x);
h=[1,1,1,0];          %序列 h(n)
Nh=length(h);
N=4;                  %循环卷积的点数
y=circonvt(x,h,N)     %调用 circonvt 函数计算 x 与 h 的 N 点循环卷积
subplot(221);stem(0:Nx-1,x);grid on;title('x(n)');%画 x(n)
```

```
subplot(222);stem(0:Nh-1,h);grid on;title('h(n)');%画 h(n)
subplot(212);stem(0:N-1,y);grid on;
title('x(n)与 h(n)的 N 点循环卷积 y(n)');        %画 y(n)

function y=circonvt(x1,x2,N)                     %循环卷积(子函数 1)
x1=[x1 zeros(1,N-length(x1))];                   %将序列 x1 补零，使其长度为 N
x2=[x2 zeros(1,N-length(x2))];                   %将序列 x2 补零，使其长度为 N
m=0:N-1;
x2=x2(mod(-m,N)+1);                              %计算 x2((-m))N
H=zeros(N,N);                                    %循环卷积矩阵初始化
for n=1:N
   H(n,:)=cirshft(x2,n-1,N);
%调用循环移位子函数计算循环卷积矩阵的第 n 行,即计算 x2((n-m))N
end
y=x1*H';                                         %计算 x1 与 x2 的循环卷积

function y=cirshft(x,m,N)                        %循环移位(子函数 2)
x=[x zeros(1,N-length(x))];                      %将序列 x 补零，使其长度为 N
n=0:N-1;
n=mod(n-m,N);
y=x(n+1);                                        %计算 x 的 N 点循环移位 y=x((n-m))N
```

序列的循环卷积如图 3.2 所示。

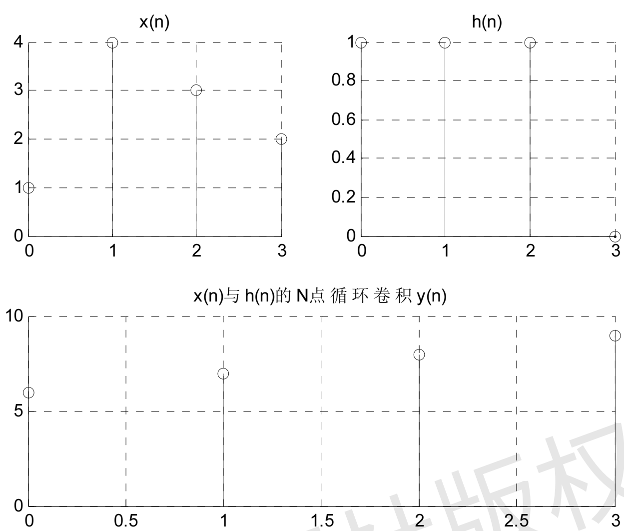

图 3.2　序列的循环卷积

实验内容：

（1）运行此程序，画出 $x(n)$、$h(n)$及其 4 点循环卷积 $y(n)$的波形，问 $y(n)$是多少？

（2）修改 N，在命令窗口观察 $y(n)$值的变化，问当 N 大于或等于多少时，$y(n)$的值不再改变，只是多了一些零点？此时 $y(n)$是多少？

2）循环卷积定理

设序列 $h(n)$={1,1,1,0,0,0}，$x(n)$={1,2,3,2,0,0}，N=6，在频域使用 DFT 计算 $h(n)$与 $x(n)$的 N 点循环卷积 $y(n)$。

实验参考程序：

```
%ch3prog4.m
clear
clc
h=[1,1,1,0,0,0];
x=[1,2,3,2,0,0];
N=6;
X=DFT(x,N);          %____________________
H=DFT(h,N);          %____________________
Y=X.*H;              %____________________
y=IDFT(Y,N)          %____________________
%%%%%
y1=circonvt(h,x,N)  %____________________
subplot(221);stem(0:N-1,x);grid on;title('x(n)');
subplot(222);stem(0:N-1,h);grid on;title('h(n)');
subplot(223);stem(0:N-1,abs(Y));grid on;title('|Y(k)|');
subplot(224);stem(0:N-1,y);grid on;title('循环卷积 y(n)=IDFT[X(k)H(k)]');
%DFT.m (子函数 1)
function X=DFT(x,N)
n=0:N-1;
for k=0:N-1              %对 x 做 N 点 DFT
   X(k+1)=sum(x.*exp(-j*2*pi/N*k*n));
end
%IDFT.m (子函数 2)
function x1=IDFT(X,N)
k=0:N-1;
for n=0:N-1              %对 X 做 N 点 IDFT
   x1(n+1)=sum(X.*exp(j*2*pi/N*k*n));
end
x1=x1/N;
```

实验内容：

（1）运行此程序，画出 $x(n)$、$h(n)$、$y(n)$及幅频谱$|Y(k)|$的波形，问 $y(n)$=IDFT[$X(k)H(k)$]是多少?

（2）直接调用循环卷积函数 circonvt，计算 $x(n)$与 $h(n)$的循环卷积 $y_1(n)$，$y_1(n)$是多少？

（3）比较 $y(n)$及 $y_1(n)$的值，验证循环卷积定理。

四、实验要求

1. 简述实验目的。
2. 预习实验原理。

3. 实验结果及分析。包括注明程序注释、画出实验运行结果波形、回答实验中提出的问题，如果有程序设计要求，那么请列出程序清单并简要叙述程序调试过程。

3.2　快速傅里叶变换（FFT）

一、实验原理

1．快速傅里叶变换（FFT）

快速傅里叶变换（FFT）是 DFT 的一种快速算法，其中，基 2 时域抽取 FFT 算法（DIT-FFT）的基本思想是：将原来的 N（$N=2^E$，E 为整数）点序列按奇偶分解为两个有 $N/2$ 项的离散信号，依次分解下去，最终以两点为一组序列，并将这些序列的 DFT 通过蝶形运算组合起来，得到原序列的 DFT，如图 3.3 所示。N 点 FFT 仅需 $\dfrac{N}{2}\log_2 N$ 次复数乘法和 $N\log_2 N$ 次复数加法，使 DFT 的运算速度大幅提升。

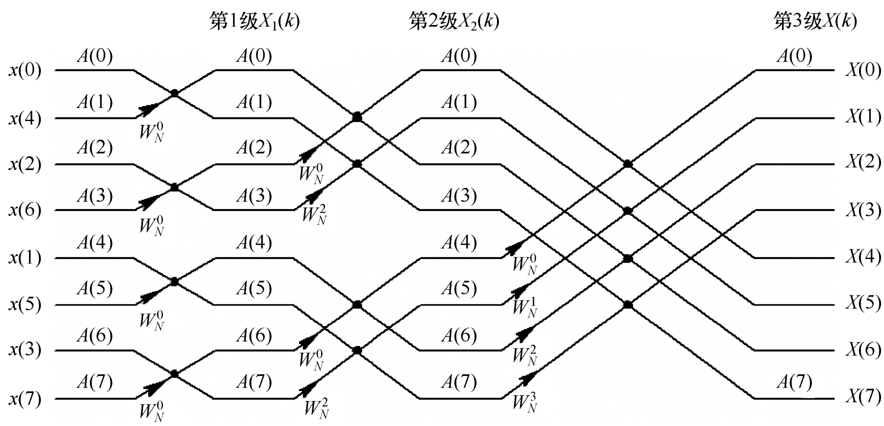

图 3.3　FFT 蝶形运算流图（N=8）

2．FFT 频谱分析的参数选择

（1）设信号 $x(t)$的最高频率为 f_c，对其进行采样得 $x(n)$，根据采样定理，采样频率 f_s 必须满足 $f_s \geqslant 2f_c$。

（2）设谱分辨率为 F，则最小记录时间 $t_{pmin}=1/F$。采样点数 $N \geqslant 2f_c/F$，为使用快速傅里叶变换（FFT）进行谱分析，N 还须满足 $N=2^E$（E 为整数）。

3．读频谱图

频谱图中的任意频率点 k 对应的实际频率为 $f_k = kf_s/N$，其中，f_s 是采样频率，N 是做 FFT 的点数。

4．DFT/FFT 谱分析引起的误差

在对离散信号 $x(n)$进行 DFT/FFT 时，由于对 $x(n)$进行了截断，即 $y(n)=x(n)R_N(n)$，其中，

N 是矩形信号的长度，且截取的不是 $x(n)$整数周期的倍数，因此引起的误差及其解决方法如下。

1）截断效应。

（1）频谱泄漏：序列$x(n)$经截断后，原谱线向附近展宽，使频谱模糊，谱分辨率降低。可增大 N（采样点数），以增大谱分辨率 F。

（2）谱间干扰：序列$x(n)$经截断后，其频谱在主谱线周围形成旁瓣，使得不同频谱分量间产生干扰，强旁瓣会掩盖弱信号的主瓣。

2）截断效应的改善方式：加窗处理 $x_1(n)=y(n)w(n)$，其中，$w(n)$是窗函数（如汉宁窗、哈明窗等）。加窗处理可减小谱间干扰（旁瓣），但同时也会使主瓣展宽。

5. 本实验涉及的 MATLAB 函数

（1）对信号 $x(n)$做 N 点 FFT，得频谱 $X(k)$（k=0～N−1）。

MATLAB 语句：Y=fft(x,N)，其中，x 是 $x(n)$，Y 是 $X(k)$。

（2）幅频谱$|X(k)|$，若 $x(n)$为实信号，则在一个周期内，$|X(k)|$关于 N/2 偶对称。

MATLAB 语句：abs(Y)。

相频谱 $\varphi(k)$，若 $x(n)$为实信号，则在一个周期内，$\varphi(k)$关于 N/2 奇对称。

MATLAB 语句：angle(Y)。

（3）功率谱：$\mathrm{PSD}(k)=|X(k)|^2/N=X(k)X^*(k)/N$。

MATLAB 语句：PSD=Y.*conj(Y)/N，其中，conj(Y)是 $X^*(k)$（$X(k)$的共轭）。

二、实验环境

1. 计算机 1 台。
2. Windows 7 或以上版本操作系统。
3. MATLAB 7.0 或以上版本软件。

三、实验参考和实验内容

1. DIT-FFT 算法

实验参考程序：

```
%程序 DIT.m
clear
clc
x=input('x= ');                          %__________________
N=input('N= ');                          %__________________
x(length(x)+1:N)=zeros(1,N-length(x)); %对 x(n)补零,使 x(n)的长度为 N
l=log2(N);
x1=zeros(1,N);                           %序列 x(n)的 N 点 FFT 存放于 x1,将 x1 初始化
for j1=1:N                               %x(n)倒序
   x1(j1)=x(bin2dec(fliplr(dec2bin(j1-1,l)))+1);
end
%%%%%%%%                                 %DIT-FFT 中的蝶形运算
```

```
M=2;                                     %本级蝶形运算时,一个群中信号的点数
while(M<=N)                              %当 M<=N 时,进行循环
   W=exp(-2*j*pi/M);                     %旋转因子 W
   V=1;                                  %V 是本级中的旋转因子,初始化为 1
   for k=0:1:M/2-1                       %本级蝶形运算
      for i=0:M:N-1                      %本级中对应旋转因子 V 的所有运算
         p=k+i;
         q=p+M/2;
         A=x1(p+1);
         B=x1(q+1)*V;
         x1(p+1)=A+B;
         x1(q+1)=A-B;
      end
V=V*W;                               %迭代：旋转因子 V=V*W
   end
M=2*M;                               %迭代：M=2*M
end
%%%%%%%
subplot(211);stem(x,'.');grid on;          %__________________
title('x(n)');                             %__________________
subplot(212);stem(abs(x1),'.');grid on;    %__________________
title('|X(k)|');                           %__________________
```

DIT-FFT 算法波形如图 3.4 所示。

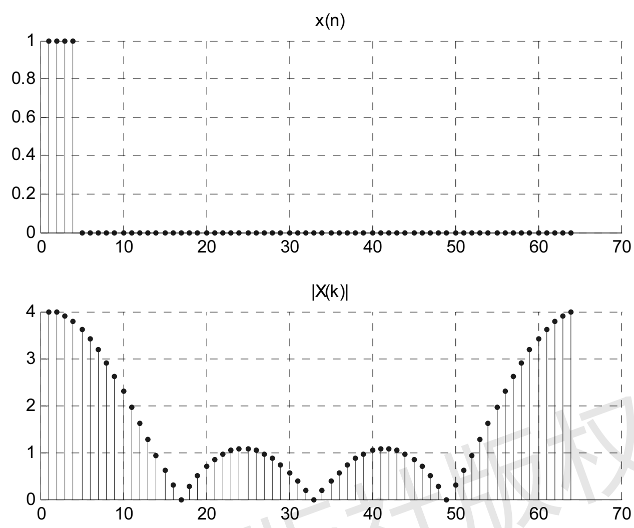

图 3.4　DIT-FFT 算法波形

实验内容：

（1）体会 DIT-FFT 算法的原理，在%后的横线上填入注释。

（2）运行此程序，输入矩形序列 x=[1 1 1 1]，分别取做 FFT 的点数为 N=4、16、64，绘出信号 $x(n)$及其幅频谱$|X(k)|$。

（3）修改此程序，编程实现：求 $x(n)=\cos(\pi n/4)u(n)$（n=0～127）的 N 点（N=128）FFT，画出信号 $x(n)$及其幅频谱$|X(k)|$，在 k=0～N/2−1 范围内，当 k 是多少时出现一根谱线？k 对应的数字频率 ω_k 是多少？$|X(k)|$在该点上的幅度是多少？该幅度与 N 有何关系？（可修改 N 的值验证你的结论。）

2．FFT 频谱分析

设信号为 $x(t)=\sin(2\pi f_1 t)+\sin(2\pi f_2)t+$随机噪声，$f_1=50\text{Hz}$，$f_2=120\text{Hz}$，以采样频率 $f_s=1\text{kHz}$ 对 $x(t)$进行采样，样本长度 t_p=0.25s，对 $x(t)$进行采样得 $x(n)$。对 $x(n)$做 256 点 FFT 得频谱 $X(k)$，画原信号 $x(n)$、幅频谱$|X(k)|$及功率谱 PSD(k)，对信号进行 FFT 频谱分析。

实验参考程序：

```
%ch3prog5.m
clear
clc
fs=1000;
t=0:1/fs:0.25;                          %________________
N=256;                                  %________________
f1=50;f2=120;                           %________________
s=sin(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t);        %________________
x=s+randn(size(t));                     %信号+噪声 x(n)
Y=fft(x,N);                             %________________
PSD=Y.*conj(Y)/N;                       %________________
f=fs/N*(0:N/2-1);                       %________________
subplot(311);plot(x);                   %________________
subplot(312);plot(f,abs(Y(1:N/2)));     %________________
subplot(313);plot(f,PSD(1:N/2));        %________________
```

FFT 频谱分析如图 3.5 所示。

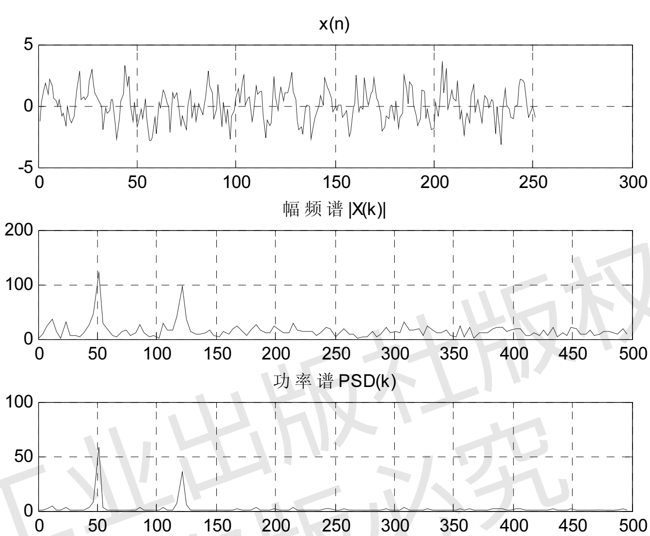

图 3.5　FFT 频谱分析

实验内容：

（1）运行此程序，画出图形窗口显示的图形，并在程序中添加语句，用以标明每个图形的标题。

（2）回答下列问题。

① 观察幅频谱图可以发现，信号 $x(n)$含有的两个频率分量分别是_____Hz 和____Hz。

② 在该程序中的“f=fs/N*(0:N/2-1);”下添加“k=0:N/2-1;”，将“plot(f,abs(Y(1:N/2)));”改为“plot(k,abs(Y(1:N/2)));”，重新运行该程序并观察幅频谱图，图中两峰值对应的下标分别是_____和_____，它们的含义为____________________。

③ 再将该程序中的 N 改为 512，重新运行该程序并观察幅频谱图，这时图中两峰值对应的下标分别是_____和_____。结果是否和上面相同？为什么？

④ 本例的谱分辨率 F 是______Hz，改变 f_2=60Hz，问在幅频谱中，能否分辨 f_1 和 f_2 对应的频率分量？为什么？

⑤ 改变 f_2=52Hz，在幅频谱中，能否分辨 f_1 和 f_2 对应的频率分量？为什么？

⑥ 改变 f_2=600Hz，在幅频谱中，f_2 对应的频率分量出现在_____ Hz。在 f_s=1000Hz 的情况下，能否正确检测 f_2 对应的频率分量？为什么？为了正确检测 f_2 对应的频率分量，f_s 至少应取多少？在该程序中改变 f_s，验证你的结论。

⑦ 比较幅频谱和功率谱，可以发现功率谱具有_______________的特性。

3．DFT/FFT 谱分析的误差及改善方法

1）截断效应

设信号 $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$，f_0=1kHz，采样频率 f_s=6kHz，采样点数 N 可在命令窗口中输入，采用 FFT 分析其频谱。

实验参考程序：

```
%ch3prog6.m
clear
clc
f0=1000;fs=6000;             %____________________
N=input('采样点数 N=');       %____________________
n=0:N-1;
x=cos(2*pi*f0/fs*n);         %____________________
X=fft(x,N);                  %____________________
f=fs/N*(0:N/2-1);            %____________________
subplot(221);stem(n,x,'.');title('x(n)'); grid on;
subplot(222);stem(0:N/2-1,abs(X(1:N/2)),'.');title('幅频谱|X(k)|');grid on;
subplot(223);stem(f,abs(X(1:N/2)),'.');title('幅频谱|X(f)|');grid on;
```

截断效应的波形如图 3.6 所示。

实验内容：

（1）在%后的横线上填入注释。

（2）运行此程序，在命令窗口中输入 N=6，画出 $x(n)$及其幅频谱$|X(k)|$和$|X(f)|$，问此时在幅频谱峰值的最大处，k 和 f 是多少？f 是否等于 f_0？

（3）运行此程序，在命令窗口中输入 N=9，画出 $x(n)$及其幅频谱$|X(k)|$和$|X(f)|$，问此时在幅频谱峰值的最大处，k 和 f 是多少？f 是否等于 f_0？此时频谱出现了什么现象？为什么？

（4）运行此程序，在命令窗口中输入 N=45，画出 $x(n)$及其幅频谱$|X(k)|$和$|X(f)|$，问此时在幅频谱峰值的最大处，k 和 f 是多少？N 增大时，频谱泄漏现象是否有所改善？

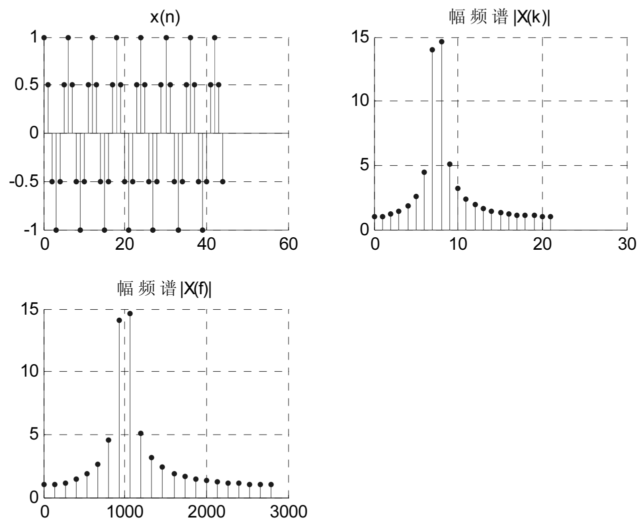

图 3.6 截断效应的波形

2）加窗处理

对 $x(n)$进行加窗处理，编程实现：设窗函数是汉宁窗，$w(n)=0.5-0.5\cos(2\pi n/N)$（$n$=0～$N$−1），$x_1(n)=x(n)w(n)$，画出 $x_1(n)$及其幅频谱$|X_1(k)|$和$|X_1(f)|$，问此时$|X_1(k)|$的旁瓣相比$|X(k)|$的旁瓣出现了什么变化？

四、实验要求

1. 简述实验目的。
2. 预习实验原理。
3. 实验结果及分析。包括注明程序注释、画出实验运行结果波形、回答实验中提出的问题，如果有程序设计要求，那么请列出程序清单并简要叙述程序调试过程。

3.3 DFT/FFT 频谱分析应用实例

一、实验原理

1. 用 FFT 实现快速的线性卷积运算

用 FFT 快速实现两个序列的线性卷积 $y(n)=x(n)*h(n)$的步骤如下。

（1）设 $x(n)$及 $h(n)$的长度分别为 N_1 和 N_2，为使循环卷积等于线性卷积，用补零的方法使 $x(n)$、$h(n)$的长度均为 N，则 N 须满足 $N \geqslant N_1+N_2-1$。为了可使用 FFT 计算 DFT，N 还须满足 $N=2^E$（E 为整数）。

（2）用 FFT 计算 $x(n)$及 $h(n)$的 N 点 DFT，即 $X(k)$=DFT[$x(n)$]、$H(k)$=DFT[$h(n)$]。

（3）由 DFT 的循环卷积定理可知，$Y(k)=X(k)H(k)$，$y(n)$=IDFT[$Y(k)$]=$x(n)*h(n)$。

2．利用 FFT 对音乐信号进行消噪

音乐信号通常会受到各种噪声（如啸叫噪声、随机噪声、工频干扰等）的干扰，使人无法听清音乐信号的旋律，采用 FFT 频谱分析方法可对音乐信号中的啸叫噪声进行消除。

（1）采用适当参数对信号 $x(n)$进行 FFT 频谱分析，得其频谱 $X(k)$，画幅频谱$|X(k)|$（或功率谱 PSD(k)），检测音乐信号和啸叫噪声的频带范围。

（2）利用置零法对频谱进行修正，去除噪声频段，得修正后的频谱 $Y(k)$。

（3）将修正后的频谱 $Y(k)$经傅里叶反变换，得到消噪后的音乐信号 $y(n)$=IDFT[$Y(k)$]。

3．利用 FFT 检测太阳黑子的周期性

太阳黑子是出现在太阳大气底层（光球层）上的巨大气流旋涡，是太阳活动最明显的标志之一。通过 FFT 频谱分析测量太阳黑子出现的周期，可为卫星通信及电力供应等部门预报黑子活动对电离层影响的程度，以便做好防护准备。

二、实验环境

1．计算机 1 台。
2．Windows 7 或以上版本操作系统。
3．MATLAB 7.0 或以上版本软件。

三、实验参考和实验内容

1. 用 FFT 实现快速的线性卷积运算

实验参考程序：

```
%ch3prog7.m
clear
clc
x1=input('x1=');x2=input('x2=');      %____________________
N1=length(x1);N2=length(x2);          %序列 x1(n),x2(n)的长度
E=ceil(log2(N1+N2-1));                %ceil 表示向∞方向取整
N=2^E;                                %____________________
x1=[x1,zeros(1,N-N1)];                %____________________
x2=[x2,zeros(1,N-N2)];
X1=fft(x1,N);                         %____________________
X2=fft(x2,N);
Y=X1.*X2;                             %____________________
y=ifft(Y,N)                           %____________________
```

实验内容：

（1）在%后的横线上填入注释，运行此程序。

（2）在 MATLAB 的命令窗口中输入 x1=[1 1 1]、x2=[1 2]，则用 FFT 计算线性卷积的结

果 y 是多少？

（3）在程序中添加直接计算 x1 与 x2 线性卷积的语句，设 y1=x1*x2，问 y1 与 y 是否一致？

2．利用 FFT 频谱分析观察太阳黑子的周期性

以 100 年中记录到的太阳黑子出现的次数为信号 $x(n)$，对 $x(n)$做功率谱，从中观察太阳黑子的周期性。

实验参考程序：

```
%ch3prog8.m
clear
clc
x=[101 82 66 35 31 7 20 92 154 125 85 68 38 23 10 24 83 ...
  132 131 118 90 67 60 47 41 21 16 6 4 7 14 34 45 43 48 ...
  42 28 10 8 2 0 1 5 12 14 35 46 41 30 24 16 7 4 2 8 ...
  17 36 50 62 67 71 48 28 8 13 57 122 138 103 86 63 37 24 ...
  11 15 40 62 98 124 96 66 64 54 39 21 7 4 23 55 94 96 ...
  77 59 44 47 30 16 7 37 74];% 100年中太阳黑子出现的次数
subplot(211);plot(x)                    %画x(n)
N=128;  fs=1;                           %fs=1Hz,N=128点
s=x-mean(x);                            %对x做零均值化处理（去除直流分量）
Y=________________;                     %对s做N点FFT
PSD=________________;                   %做功率谱PSD
f=________________;                     %将频率定标为实际频率f
subplot(212);________________;          %画功率谱（N/2点）
```

通过 FFT 频谱分析观察太阳黑子的周期性如图 3.7 所示。

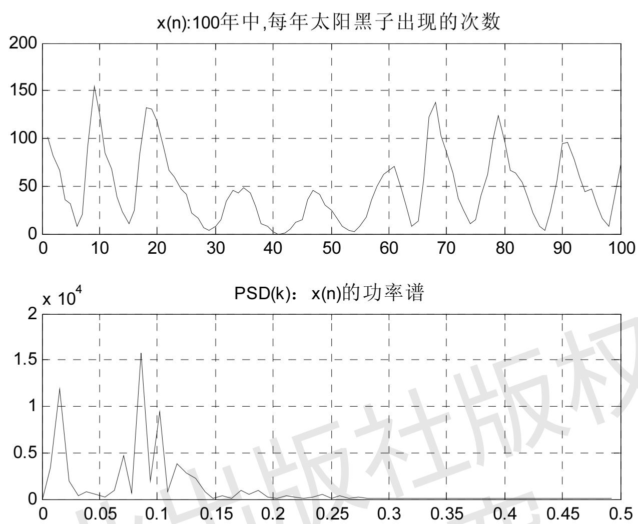

图 3.7　通过 FFT 频谱分析观察太阳黑子的周期性

实验内容：

（1）根据注释中的要求编写空格中的画图程序语句，并绘出结果图形。

（2）从 s 的功率谱中观察到，其幅度最高处对应的横坐标 f=______Hz，则太阳黑子约每隔______年出现一次最高峰。

（3）在对 s 做 FFT 时，为什么取 f_s=1Hz、N=128 点？

3．利用 FFT 对音乐信号进行消噪

文件“yinyue.wav”中的数据是含有啸叫噪声的音乐信号 $x(n)$，首先对其进行 FFT 频谱分析，得 $X(k)$=DFT[$x(n)$]，观察信号和噪声的频带范围，再通过置零法去除其中的噪声频段，将经过修正后的频谱 $Y(k)$进行反变换，得到消噪后的音乐信号 $y(n)$，将结果存入音乐文件“yinyuexiaozao.wav”，并用耳机监听消噪前后的音乐信号。

实验参考程序：

```
%ch3prog9.m
clear
clc
x=wavread('yinyue.wav');          %读入含噪音乐信号 x(n)
Nx=length(x);
fs=8192;
N=81920;                          %做 FFT 的点数
sound(x)                          %播放 x(n)的声音
pause(2)                          %暂停 2s
x=x*6;
X=fft(x,N);                       %____________________
PSD=X.*conj(X)/N;                 %____________________
f=fs/N*(0:N-1);                   %____________________
k=0:N-1;
%%%%置零法消除频段内的噪声%%%%%
X(38000:44000)=0;                 %____________________
y=ifft(X,N);                      %____________________
%%%绘图%%%
figure(1)
subplot(221);plot(x);grid on;
subplot(222);plot(f,PSD);axis([0 10000 0 500]);grid on;
subplot(223);plot(k,PSD);axis([0 100000 0 500]);grid on;
subplot(224);plot(real(y(1:Nx)));grid on;
sound(real(y),fs)                 %播放 y
```

实验内容：

（1）在%后的横线上填入注释，运行此程序，画出 $x(n)$、$x(n)$的功率谱 PSD(f)及 PSD(k)。

（2）问音乐信号及啸叫噪声频带各在什么频率范围内？其中，啸叫噪声频带对应的 k 在什么范围内？体会用置零法消除噪声的原理。

（3）画出经过 FFT 谱分析及置零法消噪后的音乐信号 $y(n)$的波形。

（4）监听消噪前后的音乐信号，啸叫噪声是否消除了？在 Windows Media 等音乐播放器中打开消噪前后的音乐信号文件，播放这两个音乐信号。

四、实验要求

1. 简述实验目的。

2. 预习实验原理。

3. 实验结果及分析。包括注明程序注释、画出实验运行结果波形、回答实验中提出的问题，如果有程序设计要求，那么请列出程序清单并简要叙述程序调试过程。