

第 1 章 电路分析基础

电路理论根据电路模型探讨各种电路的分析（计算）方法和设计方法，并在此基础上，研究电路的电气特性。电路理论包括两方面的内容：一是电路分析；二是电路综合设计。

电路分析是电气信息类专业的一门基础学科。它的任务是在给定电路模型的情况下计算电路中各部分的电流 i 和（或）电压 u 。电路模型包括电路的拓扑结构、无源元件电阻 R 、储能元件电容 C 及电感 L 的大小、激励源（电流源或电压源）的大小及变化形式，如直流、单一频率的正弦波、周期性交流等。电路分析分为稳态分析和暂态分析两大部分。电路模型的状态始终不变（在 $-\infty < t < \infty$ 的范围内）时的电路分析谓之稳态分析；如果在某一瞬时（如 $t=0$ ）电路模型的状态突然改变，例如激励源的突然接通或切断等，这时的电路分析谓之暂态分析。本章首先介绍电路分析的一些基本概念，包括电路及电路模型、电路分析中涉及的一些基本物理量、组成电路的几种理想元件、分析电路的基本定律即基尔霍夫定律等内容；然后介绍电路分析中常用的一些分析方法，包括支路电流法、网孔电流法和节点电压法；最后介绍电路分析中常用的一些定理，我们可以通过应用这些定理来分析电路、简化电路，从而求得电路响应。本章着重以直流电路为例讨论电路分析的一般方法和定理的应用，这些分析方法和定理不仅适用于直流电路的求解，也适用于交流电路稳定响应的求解。第 2 章介绍动态电路的基本概念，换路定则及动态电路初始值的求解，着重介绍一阶动态电路的暂态响应。第 3 章介绍正弦信号与相量，电阻、电容和电感的相量模型，着重介绍应用相量法分析正弦稳态电路的稳态响应。第 1 章以直流电路为例来分析电路的响应，介绍的一些基本分析方法、定理也可以应用于第 3 章交流电路的分析。这两章的内容属于电路的稳态分析；第 2 章动态电路部分属于电路的暂态分析。

电路综合设计是在给定电路系统的输入（激励）与输出（响应）之间的规律（或技术指标）基础上，研究如何设计电路的形式并计算电路元件的参数，从而确定电路的结构。

1.1 电路基本概念

1.1.1 电路及电路模型

电路是为了某种需要由若干电路器件按照一定方式连接组成的总体。简单地说，电路是电流的通路或电流所流过的路径。电路器件指电源、电阻器、电容器、电感器、变压器、开关、晶体管等。在我们日常生活中，可以看到一个个实际的电路，如电力系统、话筒、计算机等。

电路的作用是多种多样的，一个重要作用是实现能量的传输和转换。电力系统是典型的例子：发电厂的发电机将各种形式的非电能（如燃料的化学能、流水的动能和势能等）转换为电能，通过输配电系统，将电能输送到分布在各地的用电部门。各种各样的用电器，又将电能转换成声、光、热、机械能等各种其他形式的非电能。

电路的另一种作用是信号处理。在某些电路中，电压、电流都携带着一定的信息，如话



筒。话筒的驻极体将声音转换成电信号，通过放大电路放大后，驱动扬声器发声。计算机控制系统中，将采集到的现场情况信号进行处理、运算，产生新的输出信号以进行实时控制。

概括地说，电路由 4 部分组成：电源、开关、连接导线和用电器。电源是提供电能的设备。电源的功能是把非电能转变成电能。例如，电池是把化学能转变成电能；发电机是把机械能转变成电能。由于非电能的种类很多，转变成电能的方式也很多。电源分为电压源与电流源两种。在电路中使用电能的各种设备统称为负载。负载的功能是把电能转变为其他形式能。例如，电炉把电能转变为热能；电动机把电能转变为机械能。通常使用的照明器具、家用电器、机床等都可称为负载。连接导线用来把电源、负载和其他辅助设备连接成一个闭合回路，起着传输电能的作用。

实际电路都是根据人们的需要将实际的电路元件或器件搭接起来，以完成人们的预想要求。为了便于用数学方法分析电路，一般要将实际电路模型化，用足以反映其电磁性质的理想电路元件或组合来模拟实际电路中的器件，从而构成与实际电路相对应的电路模型。理想电路元件是指在一定条件下，突出其主要电磁性，忽略次要因素，将实际电路元件理想化。由理想电路元件所组成的电路，就是实际电路的电路模型。同一个实际电器件可用不同的模型来表示，比如电阻器在低频应用时，可用一电阻元件作为其模型；在高频应用时，必须考

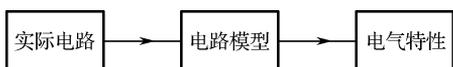


图 1.1.1 研究电路电气特性的建模过程

考虑电阻器引线电感和寄生电容的影响。理想电路元件主要有电源元件、电阻元件、电感元件和电容元件等。本书主要根据已建立的电路模型，研究电路的电压、电流和电功率等电气特性，如图 1.1.1 所示。

1.1.2 集中参数假设

根据实际电路的几何尺寸 l 与其工作信号波长 λ 之间的关系，可以将电路分为两大类：集中参数电路和分布参数电路。满足 $\lambda \gg l$ （如 $\lambda \geq 100l$ ）条件的电路称为集中参数电路，而不满足 $\lambda \gg l$ 条件的电路则称为分布参数电路。本书只讨论集中参数电路。

例 1.1.1 GSM900/1800 双频手机的工作信号频率为 900MHz 和 1800MHz，试判别该手机电路是否满足集中参数假设。

解 因为

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

所以

$$\lambda(900) = 0.33\text{m}, \lambda(1800) = 0.17\text{m}$$

在集成电路中，元器件的尺寸一般在微米级别。因而当手机电路采用大规模集成电路时，满足集中参数假设的要求。

1.1.3 电路的基本变量和关联参考方向

电路的特性是由电流、电压和电功率等物理量来描述的。电路分析的基本任务是计算电路中的电流、电压和电功率。

当电路中电流的方向不随时间发生变化时，称电路为直流电路；当电路中电流的方向随时间发生变化时，称电路为交流电路。依照国家标准，直流量用大写字母表示，例如，直流



电压、电流、电功率分别表示为 U 、 I 、 P 。交流量用小写字母表示，例如，交流电压、电流、电功率分别表示为 u 、 i 、 p 。

1. 电流和电流的参考方向

带电粒子（电子、离子）定向移动形成电流，其定义为：电流大小为单位时间内通过导体横截面的自由电子电荷量，电流方向为自由电子运动方向的反方向。其数学表达式为：

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.1.1)$$

电荷的单位为库仑（C），电流的基本单位为安培（A）， $1\text{A}=1\text{C/s}$ 。实用中，电流的单位还有 kA 、 mA 、 μA ：

$$1\text{A} = 10^{-3}\text{kA} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$$

大小和方向均不随时间变化的电流，称为恒定电流，简称为直流（dc 或 DC）；大小和方向随时间变化的电流，称为时变电流，工程上把大小和方向周期性变化且平均值为零的时变电流称为交流（ac 或 AC）。

在分析电路时，往往不能事先确定电流的实际方向。而且时变电流或者交流电流的实际方向又随时间不断变化，不能够在电路图上标出适合于任何时刻的电流实际方向。为了电路分析和计算的需要，我们任意假定一个电流参考方向，用箭头标在电路图上。若电流实际方向与参考方向相同，则电流取正值；若电流实际方向与参考方向相反，则电流取负值。例如，在分析电路如图 1.1.2 所示之前，我们事先在电路图上假设电流的参考方向，电流参考方向如图 1.1.2 所示，可以任意假设。

假设电路经过计算得到 $I_1 = 5\text{A}$ ，则表示电流的实际方向与参考方向一致，电流从 a 流向 b；若电路经过计算得到 $I_1 = -5\text{A}$ ，则表示电流的实际方向与参考方向相反，电流从 b 流向 a。

电流的参考方向可以用两种方式表示：①用箭头标在电路图上，如图 1.1.2 所示；②采用双下标表示电流参考方向，如 I_{ab} 。

例 1.1.2 图 1.1.3 所示元件 N，当 $t \leq 6\text{s}$ 时，其上电流大小为 1.2A ，方向为从 a 流向 b；当 $t > 6\text{s}$ 时，电流大小为 3.0A ，方向为从 b 流向 a。根据图示参考方向，写出电流 i 的数学表达式。

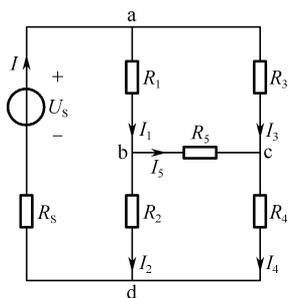


图 1.1.2 电流的参考方向



图 1.1.3 例 1.1.2 电路

解 $t \leq 6\text{s}$ 时， i 的数学表达式为

$$i = 1.2\text{A}$$



$t > 6s$ 时, i 的数学表达式为

$$i = -3.0A$$

负号表示电流的实际方向与图示参考方向相反。

2. 电压和电压的参考方向

电场力把单位正电荷从电路的一点移到另一点所做的功称为电路中两点间电压, 即

$$u(t) = \frac{dW(t)}{dq} \quad (1.1.2)$$

电压的基本单位为伏特 (V), $1V=1J/C$ 。实用中, 电压的单位还有 kV、mV、 μV :

$$1V=10^{-3}kV=10^3mV=10^6\mu V$$

大小和方向均不随时间变化的电压, 称为恒定电压或直流电压, 一般用符号 U 表示; 大小和方向随时间变化的电压, 称为时变电压, 一般用符号 u 表示。大小和方向周期性变化且平均值为零的时变电压, 称为交流电压。

物理中高电位通常用正极表示, 低电位通常用负极表示, 则习惯上电压的方向: “+” 表示正极, “-” 表示负极。电压的实际方向: 从高电位指向低电位。

与电流类似, 在分析电路时, 电路中各电压的实际方向或极性往往不能事先确定。所以, 在分析电路时, 必须规定电压的参考方向。假设在图 1.1.2 中, R_1 的电压为 U_1 , 其参考方向设定为上正下负, 如果计算出来的结果 $U_1=10V$, 则表示电压的实际方向与参考方向一致, a 点电位高于 b 点电位; 如果计算出来的结果 $U_1=-10V$, 则表示电压的实际方向与参考方向相反, b 点电位高于 a 点电位。

电压的参考方向可以用两种方式表示: ①用 “+” “-” 号在电路元件两端或者支路两端表示; ②采用双下标表示电压参考方向, 例如图 1.1.2 中电阻 R_1 的电压为 U_{ab} 。

电动势在数值上等于将单位电量正电荷从电源负极移到正极的过程中, 其他形式的能量转化成的电能的多少, 其正方向规定为电位升的方向; 而电压在数值上等于移动单位电量正电荷时电场力做的功, 就是将电能转化成的其他形式能量的多少, 其正方向规定为电压降的方向。

在图 1.1.2 中, 将电路中任一点作为参考点, 把 a 点到参考点的电压称为 a 的电位, 用符号 U_a 表示。如果电路中参考点变了, 则 U_a 就会随着变化。电路中 a 点到 b 点的电压, 就是 a

点电位与 b 点电位之差, 即 $U_{ab} = U_a - U_b$ 。

例 1.1.3 电路如图 1.1.4 所示, 已知 $U_{ab}=1.5V$, $U_{bc}=1.5V$ 。求

- (1) 以 a 点为参考点, 求 b、c 两点的电位及 U_{ac} ;
- (2) 以 b 点为参考点, 求 a、c 两点的电位及 U_{ac} 。

解 (1) 以 a 点为参考点, $U_a = 0$

$$U_{ab} = U_a - U_b \rightarrow U_b = U_a - U_{ab} = -1.5V$$

$$U_{bc} = U_b - U_c \rightarrow U_c = U_b - U_{bc} = -1.5 - 1.5 = -3V$$

$$U_{ac} = U_a - U_c = 0 - (-3) = 3V$$

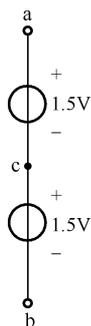


图 1.1.4 例 1.1.3 电路



(2) 以 b 点为参考点, $U_b = 0$

$$U_{ab} = U_a - U_b \rightarrow U_a = U_b + U_{ab} = 1.5\text{V}$$

$$U_{bc} = U_b - U_c \rightarrow U_c = U_b - U_{bc} = -1.5\text{V}$$

$$U_{ac} = U_a - U_c = 1.5 - (-1.5) = 3\text{V}$$

结论: 电路中电位参考点可任意选择。当选择不同的电位参考点时, 电路中各点电位将改变, 但任意两点间电压保持不变。

3. 关联参考方向

为了分析计算方便, 规范统一, 电流与电压往往采用关联参考方向。电压和电流的关联参考方向: 当参考电流从参考电压的正极 (+) 流入, 负极 (-) 流出, 则为关联参考方向; 否则为非关联参考方向。图 1.1.5 (a) 表示元件上的电压和电流取关联参考方向, 图 1.1.5 (b) 表示元件上的电压和电流为非关联参考方向。



图 1.1.5 电压和电流的参考方向

4. 电功率

电功率 (简称功率) 是电路在单位时间内吸收的能量。其定义为:

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} \quad (1.1.3)$$

功率的单位为瓦特 (W)。实用中, 功率的单位还有 kW、mW:

$$1\text{W} = 10^{-3}\text{kW} = 10^3\text{mW}$$

当 u 、 i 取关联一致的参考方向时, 电路元件吸收的电功率可表示为

$$p(t) = \frac{dW(t)}{dt} = u(t)i(t) \quad (1.1.4)$$

当 u 、 i 取非关联一致参考方向时, 电功率可表示为

$$p(t) = -u(t)i(t) \quad (1.1.5)$$

不管 u 、 i 采取关联参考方向还是非关联参考方向, 当 $p > 0$ 时, 表示元件吸收功率, 当 $p < 0$ 时, 表示元件发出功率。

例 1.1.4 电路如图 1.1.6 所示, $U_1 = 10\text{V}$, $U_2 = 5\text{V}$ 。分别求电源、电阻的功率。

解 $I = U_R / 5 = (U_1 - U_2) / 5 = (10 - 5) / 5 = 1\text{A}$

$P_{R_{\text{吸}}} = U_R I = 5 \times 1 = 5\text{W}$, 电阻吸收功率 5W

$P_{U_1_{\text{吸}}} = -U_1 I = -10 \times 1 = -10\text{W}$, 电源 U_1 发出功率 10W

$P_{U_2_{\text{吸}}} = U_2 I = 5 \times 1 = 5\text{W}$, 电源 U_2 吸收功率 5W

结论: 电路中所有元件吸收的功率等于所有元件发出的功率, 功率守恒。

例 1.1.5 电路元件情况如图 1.1.7 所示。



- (1) 若元件 A 吸收的功率为 10W, 求电压 u_A ;
 (2) 若元件 B 发出的功率为 12W, 求电流 i_B 。

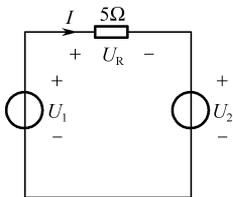


图 1.1.6 例 1.1.4 电路

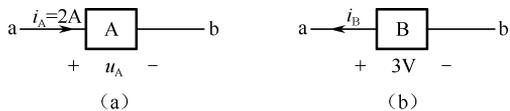


图 1.1.7 例 1.1.5 电路

解 (1) 对图 1.1.7 (a) 所示的元件 A 来说, 电压、电流参考方向关联, 所以

$$u_A = \frac{p_A}{i_A} = \frac{10}{2} = 5V$$

(2) 对图 1.1.7 (b) 所示的元件 B 来说, 电压、电流参考方向非关联, 所以

$$p_B = -u_B i_B \rightarrow i_B = -\frac{p_B}{u_B} = -\frac{-12}{3} = 4A$$

1.2 电路的基本元件

按电路元件与外电路连接端点的数目, 电路元件可分为二端元件、三端元件、四端元件等。本节介绍电路分析中 6 种常见的电路元件, 包括电阻、电容、电感、理想电压源、理想电流源和受控电源。

1.2.1 二端电阻元件

一个二端元件, 如果在任一时刻 t , 其端电压 $u(t)$ 与端电流 $i(t)$ 之间的关系可用代数方程表示, 则此二端元件称为电阻元件, 简称电阻。这里只讨论线性电阻。线性电阻是这样的理想元件: 当电压与电流取关联参考方向时, 在任一时刻, 其两端的电压 $u(t)$ 与通过它的电流 $i(t)$ 成正比, 用公式表达为:

$$u(t) = Ri(t) \tag{1.2.1a}$$

或

$$i(t) = Gu(t) \tag{1.2.1b}$$

式 (1.2.1) 就是欧姆定律公式。式中参数 R 称为电阻, 单位是欧[姆] (Ω); G 是 R 的倒数, 称为电导, 单位是西[门子] (S)。 R 和 G 都是与电压 u 和电流 i 无关的常量。

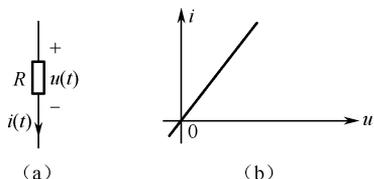


图 1.2.1 线性电阻的电路符号和伏安关系

线性电阻的电路符号和伏安关系如图 1.2.1 所示。

对线性时不变电阻来说, 其瞬时电功率为:

$$p = Ri^2 = Gu^2 \tag{1.2.2}$$

显然, 瞬时功率总为正值, 在从 $-\infty$ 到 t 的时间内, 电阻消耗的能量为:



$$W = R \int_{-\infty}^t i^2(\tau) d\tau = G \int_{-\infty}^t u^2(\tau) d\tau \geq 0 \quad (1.2.3)$$

所以线性时不变电阻是一种耗能元件。

1.2.2 二端电感元件

电感元件是物理中电感线圈的理想模型，其电路符号如图 1.2.2 所示。当线圈中通以电流 i ，在线圈中就会产生磁通。假设 1 匝线圈的磁力线数为 Φ ，电感元件线圈匝数为 N ，则电感元件的总磁通叫磁通链，记为 Ψ ，则有：

$$\Psi = N\Phi \quad (1.2.4)$$

对于线性电感，磁通链、电流和电感之间的关系是

$$\Psi = Li \quad (1.2.5)$$

磁通和磁通链的单位是韦伯，用 Wb 表示；电感的单位是韦/安，称为亨[利] (H)。实际上常取毫亨 ($1\text{mH}=10^{-3}\text{H}$) 或微亨 ($1\mu\text{H}=10^{-6}\text{H}$) 作单位。可见，当线圈通以 1A 电流时，若所激发的磁通为 1Wb ，则此线圈具有 1H 的电感。

当线圈通过的磁通链随时间变化时，线圈两端将产生感应电压，感应电压的大小等于磁通链的变化率，即

$$u = \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.2.6)$$

将式 (1.2.5) 代入式 (1.2.6) 可得

$$u = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (1.2.7)$$

式 (1.2.6) 为电感的伏安关系。式 (1.2.6) 表明：电感电压与通过电感的电流变化率成正比，如果通过电感的电流是恒稳直流电流 I ，它对时间的导数为零，则此时电感两端电压等于零。因此在直流电路中，电感元件可以用一根理想导线来替代。

电感元件在任一时间内的储能可用下式计算

$$W(t) = \int_{-\infty}^t u i dt = G \int_0^{i(t)} L i di = \frac{1}{2} L i^2(t) \geq 0 \quad (1.2.8)$$

因此，电感是一种储能元件，其储存的磁场能只与该时刻电流的大小有关。

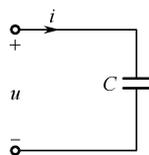


图 1.2.3 二端电容元件的电路符号

1.2.3 二端电容元件

电容元件是一种表征储存电荷特性的理想元件，其电路符号如图 1.2.3 所示。电容原始模型为由两块金属极板中间用绝缘介质隔开的平板电容器。当在两极板上加上电压 u 后，极板上分别积聚着等量的正负电荷 q ，在两个极板之间产生电场。在两极板所加电压越大，则极板上积聚的电荷越多，所形成的电场就越强，电容元件所储存的电场能也就越大。这里只讨论线性电容，则

$$q = Cu \quad (1.2.9)$$

式中参数 C 称为电容，其单位是法[拉] (F)，实用上常以微法 ($1\mu\text{F}=10^{-6}\text{F}$) 或皮法 ($1\text{pF}=10^{-12}\text{F}$) 作单位。



电容的伏安关系可由电流的定义推出：

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.2.10)$$

将式 (1.2.9) 代入式 (1.2.10) 可得

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1.2.11)$$

上式说明电容器在某一时刻 t 的电流值取决于同一时刻电压的变化率。在直流电路中，电源为恒定的，所以流过电容的电流为零，电容相当于开路。在直流电路中，若将电容从电路中去掉，不影响电路中电压、电流的计算，电容电压等于和它并联的电阻的电压。

任意时刻，线性电容的瞬时功率为

$$p(t) = u(t)i(t) = Cu(t) \frac{du(t)}{dt}$$

而 t 时刻电容获得的总能量为

$$W(t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \frac{1}{2} C [u^2(t) - u^2(t_0)] = \frac{1}{2C} [q^2(t) - q^2(t_0)] \quad (1.2.12)$$

设 $u(-\infty) = 0$ ，前面已说明 C 是正的，故由式 (1.2.12) 可见，从任一时刻来看，从外界输入电容的能量总和总是大于或等于零：

$$W(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \geq 0 \quad (1.2.13)$$

这种能量储存在电容元件的电场中，电容元件也只是储存能量而没有消耗能量，所以电容是另一种储能元件。其与电感的差别在于电容储存的是电场能而不是磁场能。

1.2.4 独立电源

按功能的不同，电源一般分为两类：一类是为电路提供能量的能量源，如干电池、蓄电池和发电机等；另一类是向电路输入的信号，称为信号源，如电子电路中的交流信号源。无论是能量源还是信号源，它们都是电路的激励，统称为激励源，又称为独立电源。根据电源元件的不同特性，激励源有两种电路模型：一种用电压形式来表示，称为电压源；另一种用电流形式来表示，称为电流源。

1. 理想电压源

理想电压源是一个二端元件，其端电压为一恒定值 U_s 或是某一时变的函数 $u_s(t)$ ，与流过它的电流无关。其电路符号如图 1.2.4 (a) 所示。在图 1.2.4 (a) 所示的参考方向下，对任意端电流 $i(t)$ ，理想电压源的端电压 $u(t)$ 为

$$u(t) = u_s(t) \quad (1.2.14)$$

式 (1.2.14) 为理想电压源的伏安关系，如图 1.2.4 (b) 所示。

电压源的特点是其电压由电压源本身特性确定，与所接外电路无关；流过电压源的电流则需由与之相连的外电路共同确定。

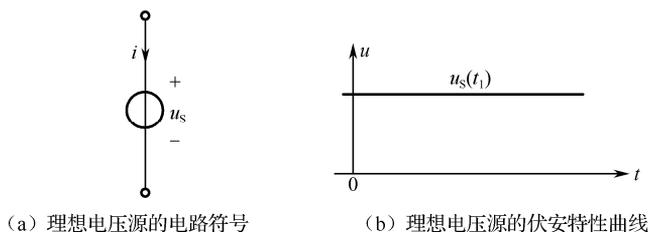


图 1.2.4 理想电压源的电路符号及伏安关系特性曲线

2. 理想电流源

理想电流源是另一种理想电源。它是从实际电源抽象出来的一种模型。电压源是一种能产生电压的装置，而电流源则是一种能产生电流的装置。

理想电流源是一个二端元件，其输出电流为一恒定值 I_S 或某一时变的函数 $i_S(t)$ ，与端电压无关。其电路符号如图 1.2.5 (a) 所示。在图 1.2.5 (a) 所示的参考方向下，对任意端电压 $u(t)$ ，理想电流源的端电流为

$$i(t) = i_S(t) \quad (1.2.15)$$

式 (1.2.15) 为理想电流源的伏安关系，如图 1.2.5 (b) 所示。

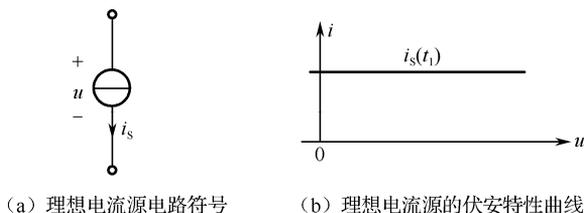


图 1.2.5 理想电流源的电路符号及伏安特性曲线

电流源的特点是其输出电流由电流源本身特性确定，与所接外电路无关；电流源两端的电压则由与之相连的外电路共同确定。

1.2.5 受控电源

前面研究的两种电源模型：电压源和电流源，其源电压或源电流都不受外电路的影响而独立存在，所以是独立电源。在电子电路中，还常常遇到另一类型的电源，它们的源电压或源电流并不独立存在，而受电路中另一处的电压或电流控制，称之为受控电源。

受控电源是一种双口电路元件。它含有两条支路：控制支路和受控支路。受控支路的电压或电流受控制支路电压或电流的控制。

受控电源是从实际的电子器件如晶体管、真空管等抽象出来的数学模型。从表面上看，受控电源与电源有类似之处，但它们却有本质的区别。电源的电压或电流是独立存在的，不论它是否接入电路，该电压或电流始终存在；而受控电源单独存在时并无输出。

例如，晶体管的输入输出信号之间的关系，就可用带有受控电源的等效电路来表示。图 1.2.6 所示晶体管中，b 是基极，e 是发射极，c 是集电极。

在基极和发射极间输入信号，可得下列简化关系式：



$$\begin{aligned} u_{be} &= r_{be} i_b \\ i_c &= \beta i_b \end{aligned}$$

据此便可获得图 1.2.7 所示等效电路, 其中 βi_b 便是一个电流控制电流源, β 称为晶体管的电流放大倍数。

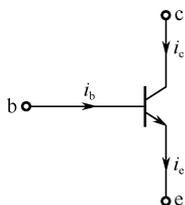


图 1.2.6 NPN 晶体三极管电路符号

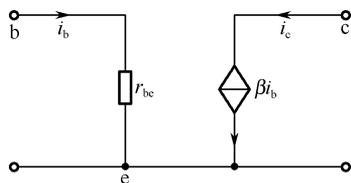


图 1.2.7 晶体三极管简化电路模型

根据受控电源在电路中呈现的是电压还是电流, 以及这一电压或电流是受电路中另一处的电压还是电流所控制, 受控电源可分为电压控制电压源 (VCVS)、电流控制电压源 (CCVS)、电压控制电流源 (VCCS) 及电流控制电流源 (CCCS) 等 4 种类型, 如图 1.2.8 所示。

电压控制电压源 (VCVS), 简称压控电压源。它的电路模型如图 1.2.8 (a) 所示, 其描述方程为

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ u_2 &= \mu u_1 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.16)$$

式中, $\mu = u_2/u_1$, 称为电压放大系数或电压传输系数。

电流控制电压源 (CCVS), 简称流控电压源。它的电路模型如图 1.2.8 (b) 所示, 其描述方程为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= \gamma_m i_1 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.17)$$

式中, $\gamma_m = u_2/i_1$, 称为转移电阻或跨阻。

电压控制电流源 (VCCS), 简称压控电流源。它的电路模型如图 1.2.8 (c) 所示, 其描述方程为

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= 0 \\ i_2 &= g_m u_1 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.18)$$

式中, $g_m = i_2/u_1$, 称为转移电导或跨导。

电流控制电流源 (CCCS), 简称流控电流源。它的电路模型如图 1.2.8 (d) 所示, 其描述方程为

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 0 \\ i_2 &= \alpha i_1 \end{aligned} \right\} \quad (1.2.19)$$

式中, $\alpha = i_2/i_1$, 称为电流放大系数或电流传输系数。

上述 4 类受控电源中, μ 、 α 的量纲为常量, γ_m 、 g_m 分别具有电阻和电导的量纲。当这些系数为常数时, 被控制量与控制量成正比, 这些受控电源为线性受控电源。

受控电源与独立电源的特性完全不同, 它们在电路中所起的作用也完全不同。独立电源是电路的输入或激励, 它为电路提供按给定时间函数变化的电压和电流, 从而在电路中产生



电压和电流。受控电源则描述电路中两条支路电压和电流间的一种约束关系，它的存在可以改变电路中的电压和电流，使电路特性发生变化。

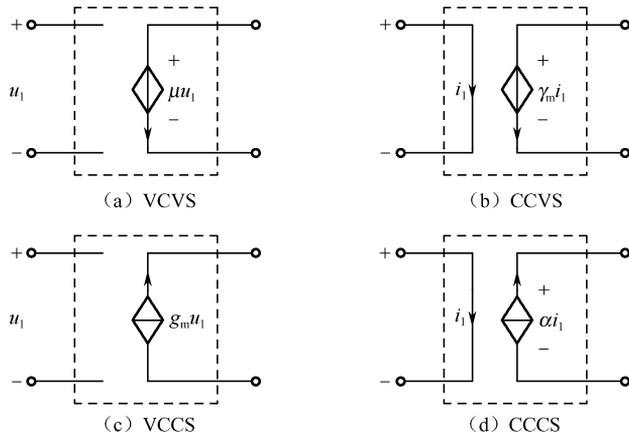


图 1.2.8 4种受控电源的电路模型

例 1.2.1 电路如图 1.2.9 所示，已知 $R_1 = 6\Omega$ ， $R_2 = 2\Omega$ ， $i_S = 14\text{A}$ ，求电路中电压 u 。

解 图 1.2.9 所示电路中的独立电流源与受控电流源并联，根据分流公式可得

$$i_S + 2i_1 = i_1 + \frac{u}{2}$$

根据欧姆定律可得

$$i_1 = \frac{u}{6}$$

则

$$i_S = -i_1 + \frac{u}{2} = -\frac{u}{6} + \frac{u}{2}$$

将 $i_S = 14\text{A}$ 代入上式，得

$$u = 3i_S = 3 \times 14 = 42\text{V}$$

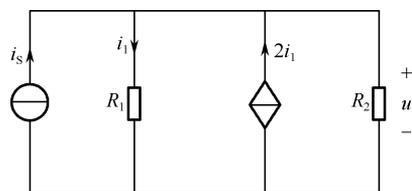


图 1.2.9 例 1.2.1 电路

1.3 电路的基本定律

电路分析的基本依据是电路的基本定律，即欧姆定律和基尔霍夫定律。

1.3.1 欧姆定律

欧姆定律反映了电阻元件上电压与电流的约束关系。当电阻上的电压和电流采用关联参考方向时，表示为：

$$u = Ri \quad (1.3.1)$$

1.3.2 基尔霍夫定律

电路的基本规律包含两方面的内容。一是电路作为一个整体来看，应服从什么规律；二



是电路的各个组成元器件（含电路的功能单元），具有何种电气特性？这两方面都是不可缺少的。因为，电路是由元件组成的，整个电路表现如何，既要看这些元件是怎样连接而构成一个整体的，又要看每个元件各具有什么特性。电气元件的特性可通过元件的电压与电流的伏安关系来描述，而电路整体的基本规律，可通过基尔霍夫定律来描述。

对于任何集中参数电路，都要受到两类约束：拓扑约束和元件约束。两类约束决定了电路中各元件的电流与电压的大小，这两类约束是相互独立的。本节首先讨论基尔霍夫定律。

1. 电路的常用名词

为了便于描述基尔霍夫定律，先介绍几个电路的常用名词，以图 1.3.1 所示电路为例，其中

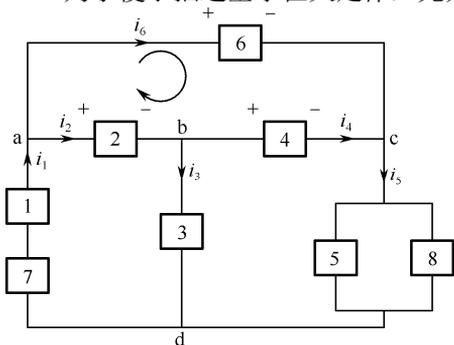


图 1.3.1 常用电路名词的说明

方框符号表示一个广义的元件（可以是电阻、电容、电感、独立电源或受控电源等），把具有两个端钮和外电路连接的元件叫作二端元件，每一个二端元件都是一个最简单的二端电路。

工程上把首尾相接、成串相连的二端元件叫作串联元件，串联元件中流过的电流相等，如图 1.3.1 中的元件 1 和 7 就是串联元件；把首尾分别相接的二端元件叫作并联元件，并联元件两端的电压相等，如图 1.3.1 中的元件 5 和 8。

(1) 支路：一个二端元件就是一条支路。我们也可以将流过相同电流的几个串联二端元件看作一条支路。如图 1.3.1 中的元件 1~8 分别组成了 8 条支路。有时候也把几个串联元件的组合称为一条支路，如图 1.3.1 中的元件 1 和 7 组成一条支路。支路两端的电压及流过该支路的电流分别称为支路电压和支路电流。

(2) 节点：电路中两条或两条以上支路的连接点，如图 1.3.1 中的 a、b、c 和 d。

(3) 回路：电路中由几条支路组成的闭合路径，如图 1.3.1 中的 {2,4,6}、{1,2,3,7}、{1,2,4,5,7} 等都是回路。

(4) 网孔：当一个电路可以画在平面上而不出现交叉支路时，称之为平面电路。在平面电路中有一些回路由单孔回路组成，这种内部不含有其他回路的单孔回路（最小的回路）叫作网孔。如图 1.3.1 中的 {5,8}、{2,4,6}、{3,4,5} 和 {1,2,3,7} 等都是网孔。

2. 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律 (KCL)：在任一时刻 t ，对于集中参数电路中的任一节点，流出该节点的所有支路电流的代数和等于零。

$$\sum_{k=1}^b i_k(t) = 0 \tag{1.3.2}$$

式中， b 为与某节点相连的支路数， $i_k(t)$ 为第 k 条支路的电流。

把基尔霍夫电流定律应用到某一节点时，首先要指定每一支路电流的参考方向。在支路电流的代数和中，我们可以设电流参考方向：离开节点的电流取正号，指向节点的电流取负号。例如在图 1.3.1 所示的电路中，将 KCL 应用到节点 b，可以得到

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$$



这是因为支路电流 i_3 和 i_4 的参考方向是离开节点的，而支路电流 i_2 的参考方向则是指向节点的。同样，将 KCL 应用到节点 c ，可以得到

$$-i_4 + i_5 - i_6 = 0$$

式中第 1、3 项带负号，是因为电流 i_4 和 i_6 的参考方向指向节点 c 。

例 1.3.1 求图 1.3.2 电路中的电流 i_1 、 i_2 、 i_3 、 i_4 。

解 对节点 c ，由 KCL，得

$$i_4 = 5A$$

对节点 d ，由 KCL，得

$$i_3 = 3A$$

对节点 a ，由 KCL，得

$$i_2 = 4A$$

对节点 e ，由 KCL，得

$$i_1 = -1A$$

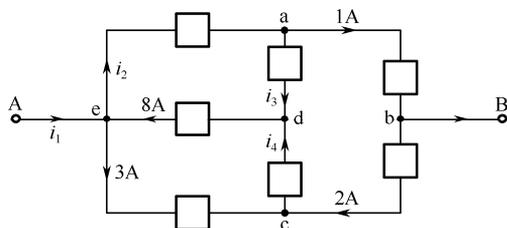


图 1.3.2 例 1.3.1 电路

基尔霍夫电流定律是非常重要的电路定律。我们需要强调：

(1) KCL 给支路电流加上了线性约束。换句话说，KCL 给出的电路方程是以支路电流为变量的常系数线性齐次代数方程。

(2) KCL 只适用于集中参数电路，不适用于分布参数电路。KCL 仅仅是对集中参数电路中任意节点的一种线性拓扑约束，与各支路元件的性质无关。对于一个具有 n 个节点， b 条支路的电路来说，独立的 KCL 方程只有 $n-1$ 个。

(3) 由于某支路电流也是量度该支路中电荷流过的速率，因而 KCL 断言了在任何节点上都不能有电荷的累积，即 KCL 揭示了在每一节点上电荷的守恒。

(4) 基尔霍夫电流定律还可以推广到任一高斯面（习惯称为广义节点），所以 KCL 又可以表述为：对于任一集中参数电路中的任一广义节点，在任一时刻，流出广义节点的所有支路电流的代数和为零。

例 1.3.2 电路如图 1.3.3 所示，求电流 I_2 。

解 作封闭曲面如图 1.3.3 中的虚线所示，对该广义节点应用 KCL 可得：

$$I_2 = 0,$$

本题的结果表明：当两个单独的电路只用一条导线相连接时，此导线中的电流 i 必定为零。

例 1.3.3 在图 1.3.4 所示的晶体管放大器中，广义节点 S 的电流应满足 $I_e = I_b + I_c$ ，这正是晶体管的电流分配关系。

3. 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律 (KVL)：在任一时刻 t ，对于集中参数电路中的任一回路，沿着该回路的所有支路电压的代数和等于零。

$$\sum_{k=1}^m u_k(t) = 0 \quad (1.3.3)$$

式中， m 为某回路包含的支路数， $u_k(t)$ 为第 k 条支路的电压。

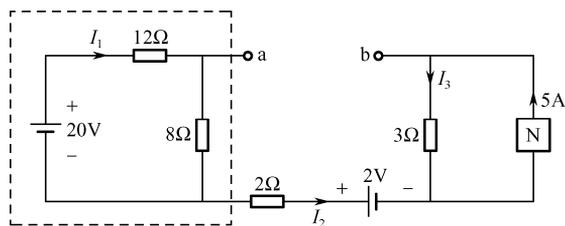


图 1.3.3 广义节点

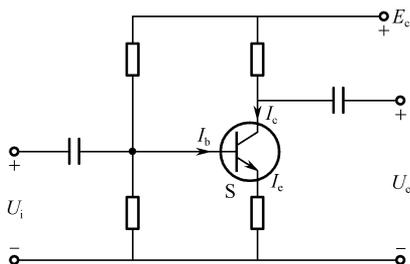


图 1.3.4 例 1.3.3 电路

为了应用 KVL，我们要指定回路的参考方向。习惯上，在表达 KVL 的代数和中，当支路电压的参考方向和回路的参考方向一致时，取为正号；当支路电压的参考方向和回路的参考方向相反时取为负号。

讨论图 1.3.1 所示的电路。对于由支路 2、4、6 所构成的回路，如果指定顺时针方向为回路的参考方向，且每个元件上电流与电压取关联的参考方向，则应用 KVL 可得

$$u_6 - u_4 - u_2 = 0$$

基尔霍夫电压定律是非常重要的定律。我们需要强调：

(1) KVL 给支路电压加上了线性约束。换句话说，KVL 给出的电路方程是以支路电压为变量的常系数线性齐次代数方程。

(2) KVL 只适用于集中参数电路，不适用于分布参数电路。KVL 仅仅是对集中参数电路中任意回路的一种线性拓扑约束，与各支路元件的性质无关。对于一个具有 n 个节点， b 条支路的电路来说，独立的 KVL 方程只有 $b-n+1$ 个，KVL 方程是一个以 +1、0、-1 为系数的线性齐次方程，±1 和 0 仅仅表示支路电压与回路的关联关系，而与本身数值的正负无关。

(3) 根据电磁学原理，支路电压是量度电场力做功的物理量。因而，KVL 是能量守恒定律的体现。

(4) 基尔霍夫电压定律还可以推广到广义回路，所以 KVL 又可以表述为对于任一集中参数电路中的任一广义回路，在任一时刻，沿着该回路的所有支路电压的代数和等于零。

例 1.3.4 电路如图 1.3.3 所示，求电压 u_{ab} 。

解 设电流 I_1 、 I_2 、 I_3 ，并作封闭曲面如图 1.3.3 中的虚线所示，由 KCL 推广可知：

$$I_2 = 0A, I_3 = 5A$$

由 KVL 和欧姆定律得：

$$I_1 = \frac{20}{12+8} = 1A$$

则有

$$u_{ab} = 8I_1 + 2I_2 + 2 - 3I_3 = 8 \times 1 + 2 \times 0 + 2 - 3 \times 5 = -5V$$

1.4 电阻电路分析的一般方法

1.4.1 支路电流分析法

支路电流分析法是线性电路中一个系统的、直观的电分析方方法，也是最基本的分析方



法。所谓支路电流法是以支路电流为求解对象，根据 KCL 列写独立节点电流方程，根据 KVL 列写独立回路电压方程，再用消元法、行列式或矩阵求逆等方法求解。

对于一个有 n 个节点 b 条支路构成的平面电路而言，可以得到 $n-1$ 个 KCL 独立电流方程和 $b-n+1$ 个独立电压方程，因此可以得到 b 个独立方程。这些方程的数目恰好是待求的 b 条支路的支路电流的数目。这就是支路电流法的理论基础。下面通过具体的电路来介绍支路电流法求解电路支路电流（或支路电压和元件的功率）的过程。

例 1.4.1 用支路电流法求图 1.4.1 电路中各支路的电流和电压。

解 分析：将电阻及与之串联的电压源看作一条支路，该电路有 6 条支路（支路 R_3 ，支路 R_4 ，支路 R_5 ，支路 R_6 ，支路 R_1 、 u_{S1} 和支路 R_2 、 u_{S2} ），4 个节点，7 个回路。为简单起见我们选择三个最小的回路来作为分析对象。

采用支路电流法解题步骤如下：

(1) 任意选择一个节点作为参考节点，我们选择节点④作为参考节点。

(2) 任意选择各个支路电流的参考方向，假设各个支路电流方向分别如图 1.4.1 所示。

(3) 任意选择回路（网孔）的环绕方向。为方便起见我们选择网孔作为分析对象，如图 1.4.1 所示。

(4) 对除参考节点以外的 3 个节点（ $n-1=3$ ）列写 KCL 独立的电流方程，对某个节点而言假设流入节点的电流为正，流出节点的电流为负（也可以做相反的规定），即：

$$\text{节点①} \quad i_1 + i_3 + i_5 = 0 \quad (1)$$

$$\text{节点②} \quad i_4 - i_5 + i_6 = 0 \quad (2)$$

$$\text{节点③} \quad -i_2 - i_3 - i_6 = 0 \quad (3)$$

(5) 沿着每个回路的绕行方向列写 3 个（ $b-n+1=3$ ）KVL 独立电压方程。设沿着每个回路的绕行方向，如果元件的电位升高则在该元件的电压前写正号，否则写上负号（也可以做相反的规定）。所以可以列出三个 KVL 电压方程如下：

$$-i_3 R_3 + i_5 R_5 + i_6 R_6 = 0 \quad (4)$$

$$-i_1 R_1 + i_4 R_4 + i_5 R_5 + u_{S1} = 0 \quad (5)$$

$$i_2 R_2 + i_4 R_4 - i_6 R_6 + u_{S2} = 0 \quad (6)$$

(6) 解方程组。联立求解上述方程 (1) ~ (6)，即可得到各个支路电流。

(7) 由支路电流还可以求出其他待求的电量。如可以求元件的功率：

$$\text{电源 } u_{S1} \text{ 的功率} \quad p_{S1} = -i_1 u_{S1}$$

$$\text{电阻 } R_5 \text{ 的功率} \quad p_5 = i_5^2 R_5$$

其他元件的功率不再一一列写出来。

支路电流法原则上对任何电路都是适用的，所以是求解电路的一般方法。如果电路中有只含电流源的支路而且该电流源的支路电流为已知时，应用支路电流法时必须先假设该电流

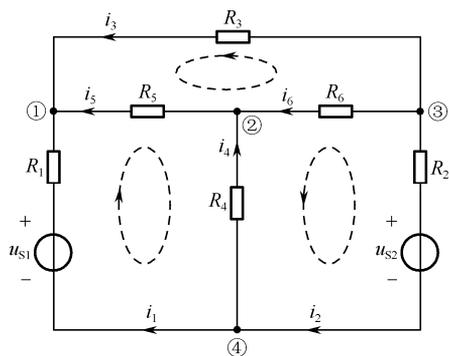


图 1.4.1 例 1.4.1 电路图



源两端的电压；如果电路中含有受控电源时，可以把受控电源当作独立电源处理，但必须把受控电源的控制量用支路电流来表示。

例 1.4.2 在图 1.4.2 中， R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 和 R_5 分别为 1Ω 、 2Ω 、 3Ω 、 4Ω 和 5Ω ， $U_S = 1V$ ， $I_S = 1A$ 。求各支路电流。

解 设各支路电流方向如图所示，对电路的 4 个节点可列出 3 个独立的电流方程，其中：

$$\text{节点 a:} \quad -I_1 - I_2 + I_5 = 0 \quad (1)$$

$$\text{节点 b:} \quad I_1 + I_S - I_3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{节点 c:} \quad I_3 + I_4 - I_5 = 0 \quad (3)$$

再列出两个电压方程，其中：

$$\text{abca 回路:} \quad I_1 + 3I_3 + 5I_5 - 1 = 0 \quad (4)$$

$$\text{acda 回路:} \quad 2I_2 + 4I_4 + 5I_5 - 1 = 0 \quad (5)$$

对上述式 (1) ~ 式 (5) 5 个方程联立求解可得：

$$I_1 = -0.635A, \quad I_2 = 0.743A, \quad I_3 = 0.365A, \quad I_4 = -0.257A, \quad I_5 = 0.108A$$

用支路电流（电压）法列方程的思路最简单，但方程比较多，计算比较烦琐，因而并不是一个实用的电路分析方法。

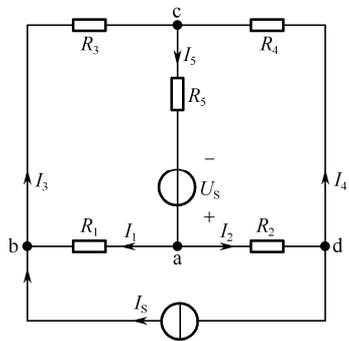


图 1.4.2 例题 1.4.2 电路

1.4.2 节点电压分析法

选择电路中的任意一个节点作为参考节点（电位取为零），其他节点和参考节点之间的电压叫作节点电压。节点电压法，就是以电路中的节点电压为待求变量，按照 KCL 列写电流方程，然后联立求解所列写的电流方程组得出节点电压，进而进一步根据实际情况得出各个元件（或各个支路）的电压、电流以及功率等参数的一种电路分析方法。节点电压法由于所列方程的规整性而普遍应用于电路的计算机辅助分析中。

对于一个具有 n 个节点的电路，假设某个节点为参考节点，根据其余的 $(n-1)$ 个节点列写的 $(n-1)$ 个 KCL 方程组则一定是独立的，由此而确定的节点电压也是唯一确定的。

节点电压法的实质是结合支路的伏安关系，对除参考节点以外的节点列 KCL 独立电流方程组。下面结合具体电路推导节点电压方程的一般形式。

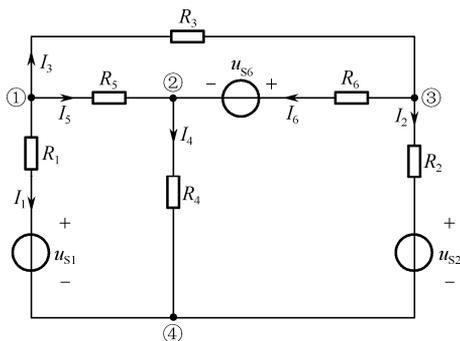


图 1.4.3 例题 1.4.3 电路

例 1.4.3 电路如图 1.4.3 所示，列出电路的节点电压方程。

解 在图 1.4.3 电路中，共有 4 个节点。

(1) 选节点④为基准（参考）节点，则其他三个节点电压分别为 u_{n1} 、 u_{n2} 和 u_{n3} 。

(2) 对①、②、③三个节点列写 KCL 方程，分别如下：

$$\text{节点①} \quad I_1 + I_3 + I_5 = 0 \quad (1)$$

$$\text{节点②} \quad I_4 - I_5 - I_6 = 0 \quad (2)$$

$$\text{节点③} \quad -I_2 - I_3 + I_6 = 0 \quad (3)$$



列写出六条支路电流，分别为：

$$I_1 = (u_{n1} - u_{s1})/R_1 \quad (4)$$

$$I_2 = (u_{n2} - u_{s2})/R_2 \quad (5)$$

$$I_3 = (u_{n1} - u_{n3})/R_3 \quad (6)$$

$$I_4 = u_{n2} / R_4 \quad (7)$$

$$I_5 = (u_{n1} - u_{n2})/R_5 \quad (8)$$

$$I_6 = (u_{n3} - u_{n2} - u_{s6})/R_6 \quad (9)$$

将式(4)~式(9)代入式(1)~式(3)，得：

$$\text{节点①} \quad G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = G_1u_{s1} \quad (10)$$

$$\text{节点②} \quad G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = -G_6u_{s6} \quad (11)$$

$$\text{节点③} \quad G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = G_2u_{s2} + G_6u_{s6} \quad (12)$$

其中

$$G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}, \quad G_{22} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}, \quad G_{33} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{R_5}, \quad G_{13} = G_{31} = -\frac{1}{R_3}, \quad G_{23} = G_{32} = -\frac{1}{R_6}$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1}, \quad G_2 = \frac{1}{R_2}, \quad G_6 = \frac{1}{R_6}$$

通过上述分析可以得到节点电压方程的一般规律：

(1) G_{11} 、 G_{22} 和 G_{33} 为与节点①、②、③相连的所有自电导之和，恒取“+”号。

(2) 两相邻节点之间， G_{12} 、 G_{21} 相等，为节点①、②之间所有互电导之和，恒取“-”号，类似的结论在 G_{13} 、 G_{31} 之间， G_{23} 、 G_{32} 之间同样适用。

(3) 对于等式右边，如有节点与电压源与之相连，则应将电压源等效为电流源，等式右边为与该节点相连的所有电流源代数和，如果等效后的电流源是流入该节点的，则恒取“+”号，否则恒取“-”号。

例 1.4.4 如图 1.4.4 所示电路中，试用节点电压法求各个电流源两端的电压和 2Ω 电阻中流过的电流。

解 在图 1.4.4 电路中，电路仅含有独立电流源，因而直接利用节点电压法分析该电路将非常方便。该电路共有 3 个节点，选节点 3 为基准（参考）节点，对节点 1 和节点 2（相应节点电压为 u_{n1} 和 u_{n2} ）列写节点方程。

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)u_{n1} - \frac{1}{4}u_{n2} = 5 \\ -\frac{1}{4}u_{n1} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right)u_{n2} = 10 - 5 \end{cases}$$

整理后得：

$$\begin{cases} 3u_{n1} - u_{n2} = 20 \\ -3u_{n1} + 5u_{n2} = 60 \end{cases}$$

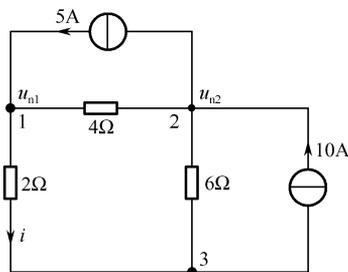


图 1.4.4 例 1.4.4 电路图



对方程组采用消元法求解，得

$$u_{n1} = 13.33\text{V}, \quad u_{n2} = 20\text{V}$$

如果电流与电压取关联的参考方向，则 5A 电流源两端的电压为

$$u_{n2} - u_{n1} = 6.67\text{V}$$

10A 电流源两端的电压为

$$u_{n2} = 20\text{V}$$

2Ω 电阻中流过的电流为

$$i = \frac{u_{n1}}{2} = 6.67\text{A}$$

通过上述分析可以知道：其他支路电流和电压都可以非常方便求得。在实际电路分析中，有时候必然会遇到含有受控电源或者遇到电路中含有电压源的情况。下面通过具体的示例来分析节点电压法解题的方法和技巧。

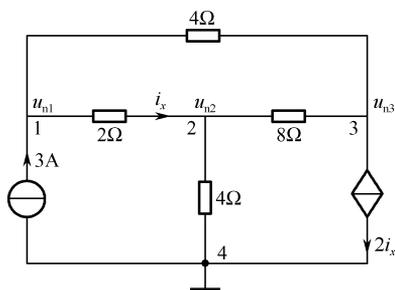


图 1.4.5 例 1.4.5 电路图

例 1.4.5 如图 1.4.5 所示电路中，试用节点电压法求解节点电压。

解 在图 1.4.5 电路中，电路含有独立电流源和电流控制电流源（受控电流源）。在分析时可以把电流控制电流源视作独立电流源。然后根据节点电压和控制量的关系补充一个方程。该电路共有 4 个节点，选节点 4 为基准（参考）节点，对节点 1、2 和节点 3（相应节点电压为 u_{n1} 、 u_{n2} 和 u_{n3} ）分别列写节点方程。

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)u_{n1} - \frac{1}{2}u_{n2} - \frac{1}{4}u_{n3} = 3 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2}u_{n1} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)u_{n2} - \frac{1}{8}u_{n3} = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4}u_{n1} - \frac{1}{8}u_{n2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)u_{n3} = -2i_x \quad (3)$$

针对受控电流源列一个补充方程：

$$i_x = \frac{1}{2}(u_{n1} - u_{n2}) \quad (4)$$

将补充方程代入上述方程组并整理后得：

$$3u_{n1} - 2u_{n2} - u_{n3} = 12 \quad (5)$$

$$-4u_{n1} + 7u_{n2} - u_{n3} = 0 \quad (6)$$

$$2u_{n1} - 3u_{n2} + u_{n3} = 0 \quad (7)$$

解方程组 (5) ~ (7) 得

$$u_{n1} = 4.8\text{V}, \quad u_{n2} = 2.4\text{V}, \quad u_{n3} = -2.4\text{V}$$

通过以上例题我们对节点电压法的相关问题归纳如下：

(1) 任意选一个节点作为参考节点，标定其余 $(n-1)$ 独立节点。如果题目没有给出参考节点，一般都必须事先选取参考节点，当仅有一个电压源跨接在两个节点之间时，选取电源的负极作为参考节点是比较方便的，这样就有一个节点电压等于电源电压。



(2) 如果电路中含有受控电源, 设法把控制量用节点电压表示, 可以把受控电源视作独立电源处理。

(3) 如果电路中同时含有两个理想电压源(可以是受控电压源), 有的文献把它称为无伴电压源, 而且它们的一端没有接到同一个节点上。通常有两种比较简便的处理方法(如例 1.4.5): 一是设定电压源(可以是受控电压源)支路电流为 i , 把电压源(或受控电压源)当作电流源看, 补充相应的方程; 二是选取一个高斯面把电压源(或受控电压源)封闭作为广义节点再列写广义节点电压方程(实质是 KCL 方程)。

(4) 如果电路中同时含有实际电压源(可以是受控电压源), 可以把实际电压源等效变换成实际电流源, 受控电流源也当作独立电流源对待列写节点电压方程。

(5) 对节点方程所形成的方程组联立求解, 求出各节点电压, 进而根据题目的要求求解支路电流或其他电路参量。

1.4.3 网孔电流分析法

在支路电流分析法中, 对于 n 个节点 b 条支路的平面电路, 由于要列 b 个方程求解 b 个支路电流变量, 方程数目较多, 在实际手工计算中较少采用这种方法。事实上, 在电路分析中, 除采用节点电压作为待求变量列方程求解的节点电压分析法外, 还经常选取一组“适当的电流变量”作为待求变量列方程求解电路。在平面电路中, 选取网孔电流为待求的电路变量, 根据 KVL 列写电路方程求解电路的方法称为网孔电流法。网孔电流法仅适用于平面电路。所谓网孔电流是指沿着网孔边界环行的一种假想的电流。网孔电流是可以替代实际的支路电流的, 每个支路电流等于流经该支路的网孔电流的代数和。支路电流和网孔电流关系如图 1.4.6 所示。从 KCL 的角度来看, 各网孔电流是线性无关的, 因此可以把网孔电流作为一组独立的电流变量。

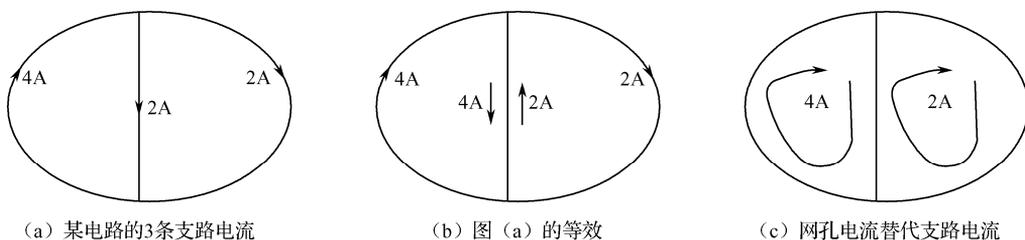


图 1.4.6 支路电流和网孔电流关系

对于 n 个节点 b 条支路的平面电路, 设网孔数目是 l 个, 则在任何情况下都满足: $l = b - n + 1 < b$, 所以求解网孔电流所需要列写的网孔方程数目总是少于求解支路电流所需要列写的方程数目, 而且网孔方程的结构和节点方程一样都很规整, 容易记忆也比较适合计算机分析。我们以图 1.4.7 的电路为例, 讨论如何用网孔电流法分析电路。

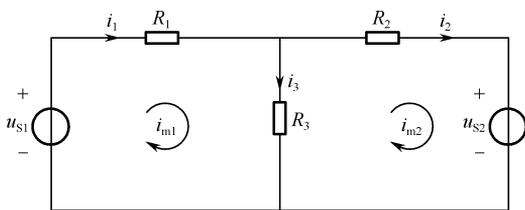


图 1.4.7 网孔电流法分析电路

图 1.4.7 的电路有 2 个网孔, 3 条支路。设网孔电流分别为 i_{m1} 和 i_{m2} , 不妨选取网孔电流



的环绕方向同为顺时针。支路电流分别为 i_1 、 i_2 和 i_3 。根据网孔电流和支路电流的关系可以知道：

$$i_1 = i_{m1}, \quad i_2 = i_{m2}, \quad i_3 = i_{m1} - i_{m2}$$

对两个网孔沿着网孔电流方向分别列写 KVL 方程：

$$u_{S1} - i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0$$

$$-u_{S2} - i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$$

将支路电流分别用网孔电流替代并整理后得：

$$\begin{cases} (R_1 + R_3)i_{m1} - R_3 i_{m2} = u_{S1} \\ -R_3 i_{m1} + (R_2 + R_3)i_{m2} = -u_{S2} \end{cases}$$

或者写成：

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} = u_{Sm1} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} = u_{Sm2} \end{cases}$$

以上的方程组就是由两个网孔方程组成的，其中：

(1) R_{11} 和 R_{22} 分别叫作网孔 1 和网孔 2 的自电阻，分别等于每一个网孔所有的电阻之和。例如： $R_{11}=R_1+R_3$ ，注意自电阻是正的。

(2) R_{12} 和 R_{21} 叫作网孔 1 和网孔 2 的互电阻，当相关网孔电流的参考方向选取一致时（同为顺时针或同为逆时针），互电阻等于两个相关网孔公共电阻的负值。如本例中的 $R_{12}=R_{21}=-R_3$ ，满足 $R_{12}=R_{21}$ 的关系。

(3) u_{Sm1} 与 u_{Sm2} 分别为网孔 1 和网孔 2 的所有电压源的代数和，沿着网孔电流的参考方向，电压升高写“+”号，电压降低写“-”号，如本例中的网孔 1 沿着网孔电流的参考方向，电压源 u_{S1} 从负到正表示电压升高。

下面通过一个具体的电路来看网孔电流法解题的一般步骤。

例 1.4.6 电路如图 1.4.8 所示，已知 $R_1 = R_2 = 2\Omega$ ， $R_3 = 4\Omega$ ， $R_4 = R_5 = 10\Omega$ ， $U_{S1} = 6V$ ， $U_{S2} = 10V$ ， $U_{S3} = 12V$ ， $U_{S4} = 20V$ 。试用网孔电流法求解各支路电流以及电压源 U_{S4} 的功率 P_4 。

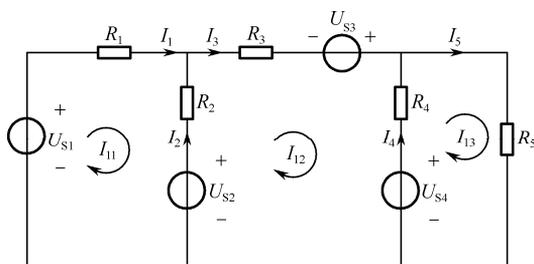


图 1.4.8 例 1.4.6 电路图

解 (1) 此电路网孔数 $m=3$ ，设定各支路电流参考方向如图 1.4.8 所示，三个网孔电流方向均取顺时针方向，则根据网孔电流方程的规律公式可得：

$$\begin{cases} (R_1 + R_2)I_{11} - R_2 I_{12} = U_{S1} - U_{S2} \\ -R_2 I_{11} + (R_2 + R_3 + R_4)I_{12} - R_4 I_{13} = U_{S2} + U_{S3} - U_{S4} \\ -R_4 I_{12} + (R_4 + R_5)I_{13} = U_{S4} \end{cases}$$