第 1 章　绪　　论

1.1　信号的基本概念

人们在日常生活、生产劳动及政治、经济、军事等场合中，一个非常重要的任务是要进行信息（Information）的传递。所谓信息，通常是接收者从发送者那里获取的有意义的内容。如何快速、高效地完成信息的传递，人类自古以来一直在进行着这方面的努力，信息传递和利用水平的高低，是人类生产力水平的一个重要标志。

要实现信息的传递，人们首先要将信息以某种物理形式表现出来，这种用于表示信息的物理形式就是消息（Message）。要传递信息，表现出来的就是要传递消息。接收者接收信息，实际是接收发送者的消息。因此，我们的时空充斥着各种各样的消息，而只有消息中有意义的内容才是信息，信息才是接收者所需要的。比如，烽火是一种消息，表示的是军事信息；灯语是一种消息，表示的是交通信息；脉搏是一种消息，表示的是健康信息；文字是一种消息，表示的是内容信息。还有许多诸如语言、图形、图像、位置、编码、电报、电视、广播等，都是用消息传递信息的实例。

一般来讲，消息不便于直接传递，而是要利用一定的转换设备，把各种不同的消息转换为易于传递的形式，这就是信号（Signal），即信号是消息的载体。信号的一个重要特点是：信号是随时间或空间变化的物理量。从数学的意义而言，可以将信号视为一个或多个独立变量的函数。根据所采用的物理量的不同，信号可以分为光信号、声音信号、图像信号、文字信号、温度信号、压力信号、电信号等。在这些物理信号中，电信号是一种最便于产生、传递、存储、控制和处理的信号形式，许多非电信号往往可以通过特定的传感器转换成电信号。电信号一般是随时间变化的电压或电流，这种变化着的电压或电流代表着特定的消息内容。所以，电信号是信息传输与处理技术领域的工作对象。本书中若无特别说明，“信号”均指电信号。

1.2　信号的描述

信号是一个或多个独立变量的函数。如果信号是单个独立变量的函数，那么称为一维信号，比如 $x(t)$。如果信号是 n 个独立变量的函数，那么称为 n 维信号，比如 $x(t_1,t_2,t_3,\cdots,t_n)$。本书只讨论一维信号，而且，在大多数情况下，选用时间 t 作为自变量，称为时间信号，记为 $x(t)$。

对于信号 $x(t)$的描述方法，通常有三种：一是解析表达式描述方法，如式（1-1）所示；二是图示描述方法，如图 1-1 所示；三是表格描述方法，如表 1-1 所示。

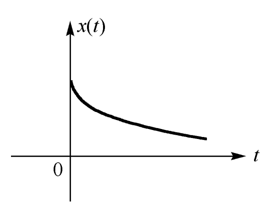


图 1-1　信号的图示描述方法

$$x(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}, & t\geqslant 0\end{cases} \tag{1-1}$$

表 1-1 信号的表格描述方法

t	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
$x(t)$	1.00	0.82	0.67	0.55	0.45	0.37	0.30	0.25	0.20	0.17	0.14

1.3 信号的分类

根据其自身的特性或函数关系，信号可以有不同的分类。

1.3.1 确定信号与随机信号

信号对于任意给定的自变量值，都有一个确定的函数值或取值与之对应，则这种信号称为确定信号，比如图 1-1 所示的信号。

如果对于任意给定的自变量值，信号的函数值不能确定，这种信号称为随机信号。比如电路中的噪声信号就是一种随机信号。

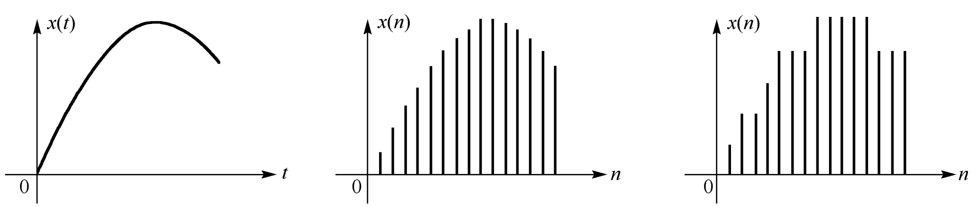
本书仅限于讨论确定信号。

1.3.2 连续时间信号与离散时间信号

当信号的自变量取时间变量时，就是时间信号。对于一个时间信号，如果在某个时间区域内，除有限个间断点外都是有定义的，就称该信号为定义在该区间内的连续时间信号，简称连续信号，通常记为 $x(t)$。所谓连续，是指在定义区间内，信号的时间变量 t 的取值是连续可变的。

仅在离散时刻点上有定义的信号，称为离散时间信号，简称离散信号。所谓离散，是指在定义区间内，信号的时间变量 t 的取值不是连续可变的，而是只能取离散的时刻点 $t=nT$（T 为常数），因此离散时间信号通常记为 $x(n)$。一种常见的离散时间信号是由连续时间信号抽样得到的。离散时间信号相邻取值点之间的时间间隔可以是相等的，也可以是不相等的。前者对应于均匀抽样，后者对应于非均匀抽样。在这些离散的时刻点之外，信号没有定义。

信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。对于连续时间信号，如果其值域除有限个不连续点外都是连续的，就称为模拟信号，如图 1-2(a) 所示。对于离散时间信号，如果其值域也是除有限个不连续点外都是连续的，就称为抽样信号，如图 1-2(b) 所示。如果其值域的取值只能是某些规定的有限个数值，就称为数字信号，如图 1-2(c) 所示。



(a) 模拟信号　(b) 抽样信号　(c) 数字信号

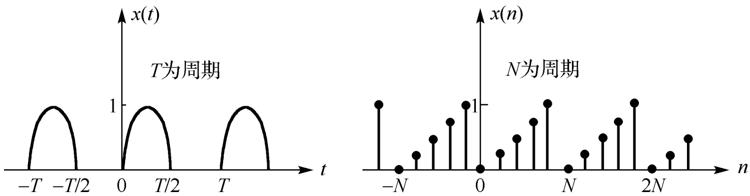
图 1-2 模拟信号、抽样信号、数字信号

1.3.3　周期信号与非周期信号

对于连续时间信号 $x(t)$，若对所有 t 均满足

$$x(t) = x(t+mT)，m \text{ 为整数} \tag{1-2}$$

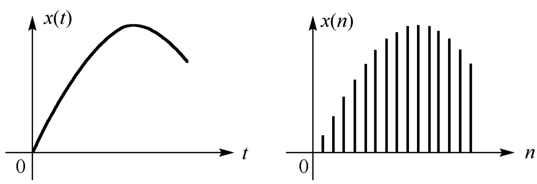
则称 $x(t)$为连续时间周期信号。满足式（1-2）的最小 T 值称为 $x(t)$的周期。图 1-3(a) 所示为典型连续时间周期信号的例子。



(a) 半波整流信号　　(b) 锯齿序列

图 1-3　典型周期信号

不满足式（1-2）的信号称为连续时间非周期信号。图 1-4(a) 所示为典型连续时间非周期信号的例子。



(a)　　(b)

图 1-4　典型非周期信号

同样，对于离散时间信号 $x(n)$，若对所有 n 均满足

$$x(n) = x(n+mN)，m \text{ 为整数} \tag{1-3}$$

则称 $x(n)$为离散时间周期信号。满足式（1-3）的最小正整数 N 值称为 $x(n)$的周期。图 1-3(b) 所示为典型离散时间周期信号的例子。

不满足式（1-3）的信号，或者虽然满足式（1-3），但 N 不能取整数的信号，称为离散时间非周期信号。图 1-4(b)所示为典型非周期离散时间信号的例子。

【例 1-1】 判断下列信号是否为周期信号。若是，则其周期是多少？

（1） $x_1(t) = 2\sin(100\pi t) + 3\sin(200\pi t)$

（2） $x_2(t) = 3\mathrm{e}^{-2t}$

（3） $x_3(n) = 2\sin\left(\dfrac{\pi n}{100}\right)$

（4） $x_4(n) = 3\sin\left(\dfrac{n}{200}\right)$

解：（1） $2\sin(100\pi t)$ 是周期信号，周期为 $T_1 = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{50} = 0.02\text{s}$ 。

同理，$3\sin(200\pi t)$ 也是周期信号，周期为 $T_2=\frac{1}{f}=\frac{1}{100}=0.01\text{s}$ 。

$x_1(t)$ 为两个周期信号之和，因为两个周期信号的周期存在最小公倍数 T=0.02s，故 $x_1(t)$ 仍然是一个周期信号，其周期为 T=0.02s。

（2）显然不存在实数 T，使 $x(t)=x(t+mT)$，故是非周期信号。

（3）$2\sin\left(\frac{\pi n}{100}\right)$ 的周期为 $N=\frac{2\pi}{\pi/100}=200$，即 $x_3(n)$ 是周期信号，周期为 N=200。

（4）$3\sin\left(\frac{n}{200}\right)$ 的周期为 $N=\frac{2\pi}{1/200}=400\pi$，不是整数，故 $x_4(n)$ 是非周期信号。

1.3.4 能量信号与功率信号

信号的能量，是指信号模值平方的积分，记为 E，即

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\,\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

如果信号 $x(t)$是电压或电流，信号 $x(t)$的能量就表示它在单位电阻上消耗的全部能量。

把该能量 E 对时间取平均值，可得信号的平均功率，记为 P，即

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

如果信号的能量为非零有限值，就称其为能量有限信号，简称能量信号。如果信号的功率为非零有限值，就称其为功率有限信号，简称功率信号。

对于能量信号，由于其能量是有限的，其在无穷大时间区间内的平均值一定为零，故只能从能量的观点去研究。同样，对于功率信号，由于其在无穷大时间区间上存在有限功率，其能量必定为无穷大，故只能从功率的观点去研究。

【例 1-2】 判断下列信号是能量信号还是功率信号。

（1）$x_1(t)=A\cos(100\pi t)$　　（2）$x_2(t)=3\mathrm{e}^{-2t}$，$t\geqslant 0$

解：（1）由式（1-4）可得

$$E_1=\int_{-\infty}^{\infty}|A\cos(100\pi t)|^2\,\mathrm{d}t=\frac{A^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}[1+\cos(200\pi t)]\mathrm{d}t=\infty$$

由式（1-5）可得

$$P_1=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|A\cos(100\pi t)|^2\mathrm{d}t=\frac{A^2}{2}+\lim_{T\to\infty}\frac{A^2}{2T}\int_{-T/2}^{T/2}\cos(200\pi t)\mathrm{d}t=\frac{A^2}{2}$$

故 $x_1(t)$ 为功率信号。

（2）由式（1-4）可得

$$E_2=\lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2}|x(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\int_{0}^{T}|x(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{9}{-4}(\mathrm{e}^{-4T}-1)=\frac{9}{4}$$

由式（1-5）可得

$$P_2=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{0}^{T}|3\mathrm{e}^{-2t}|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\frac{9}{-4}(\mathrm{e}^{-4T}-1)=0$$

故 $x_2(t)$ 为能量信号。

应该注意的是，一般而言，周期信号为功率信号，而非周期信号为能量信号。比如单脉冲信号是非周期信号，其能量有限而功率为零，故其为能量信号。再比如正弦信号是周期信号，其能量无限而功率有限，故其为功率信号。

还有一些信号，可能既不是能量信号，又不是功率信号，如 $x(t)=t$，$x(t)=3\mathrm{e}^{-2t}$。

1.3.5　因果信号与非因果信号

$t<0$ 时 $x(t)=0$，而 $t\geqslant 0$ 时 $x(t)\neq 0$ 的信号称为因果信号；反之，$t<0$ 时 $x(t)\neq 0$ 的信号称为非因果信号。

1.4　系统的基本概念

对信号进行加工处理，需要由系统来完成。系统（System）是指由若干相互关联的单元组成的具有特定功能的有机整体。组成系统的单元可以是电子、机械等方面的物理实体，称为物理系统，也可以是社会、经济等方面的非物理实体，称为非物理系统。

系统的基本作用是对输入信号进行分析、变换、综合等处理，以达到提取有用信息或便于利用的目的。因此，系统与信号是相互依存的。系统的输入信号通常称为激励，输出信号通常称为响应。激励表示外部对系统的作用，响应表示系统对激励处理的结果。只有一个激励的系统称为单输入系统，具有多个激励的系统称为多输入系统。同样，只有一个响应的系统称为单输出系统，具有多个响应的系统称为多输出系统。本书仅讨论单输入单输出系统。典型的单输入单输出系统可以用图 1-5 所示的框图表示。

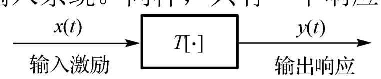


图 1-5　典型的单输入单输出系统框图

图 1-5 中，$T[\bullet]$表示变换，即输入与输出之间的关系为 $y(t)=T[x(t)]$。

1.5　系统的描述

系统一般使用系统模型来描述。按照系统分析的理论，对系统进行分析，首先要针对实际问题建立系统模型，然后运用数学的分析方法对模型进行分析和求解，最后对所得的结果做出物理解释。

所谓系统模型，是指对实际系统基本特性的一种抽象描述。一个实际系统，根据不同的需要，可以建立和使用不同类型的系统模型。因此，系统模型具有不同的表现形式，可以是由物理部件组成的结构图，也可以是由基本运算单元构成的模拟框图或信号流图，还可以是由输入、输出变量组成的数学方程。

建立系统模型时，通常可以采用输入/输出描述法或状态变量描述法。输入/输出描述法着眼于系统输入与输出之间的关系，适用于单输入单输出系统，其相应的数学模型为系统的输入/输出方程。状态变量描述法着眼于系统内部的状态变量，它可以用于单输入单输出系统，但多用于多输入多输出系统，其相应的数学模型为系统的状态空间方程。本书只讨论单输入单输出系统的输入/输出描述法。

以电路系统为例，设有一个 RLC 串联电路，如果电路元件采用理想元件符号画出系统的连接关系，其就是系统的电路图，属于系统的物理模型，如图 1-6(a)所示。

对该电路，可以写出激励u_s与响应u_C之间的数学方程为

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_s \tag{1-6}$$

该式是一个二阶线性常系数微分方程，这就是该 RLC 串联电路的数学模型。

观察式（1-6）可见，其可以由乘法器、积分器和加法器的运算组成，可将式（1-6）改写为

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{LC}u_C=\frac{1}{LC}u_s \tag{1-7}$$

由式（1-7）可画出方程的运算图，如图 1-6(b) 所示，这就是系统的模拟框图模型。图中，$\dfrac{1}{S}$表示积分器，而S表示微分器。

进一步，由图 1-6(b)可得到如图 1-6(c) 所示的系统信号流图，这就是系统的信号流图模型。

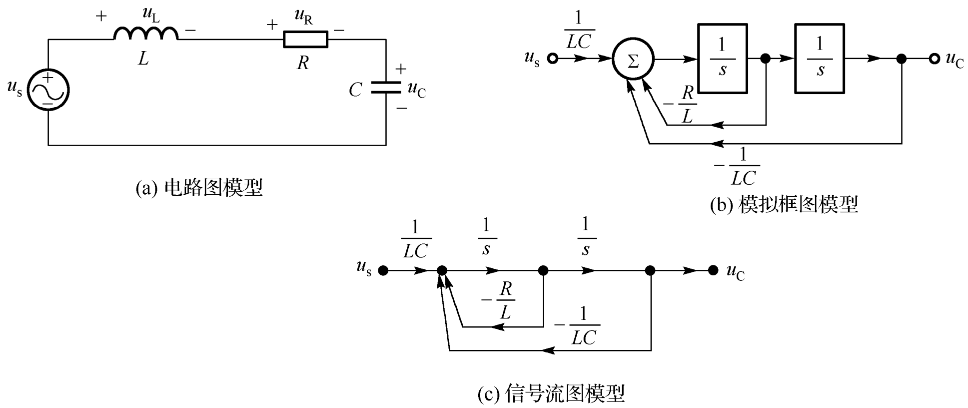


图 1-6 RLC 串联电路模型

1.6 系统的分类

根据系统模型的特性不同，可以对系统进行不同的分类。

1.6.1 连续时间系统与离散时间系统

如果系统的输入激励信号及输出响应信号均为连续时间信号，则这样的系统就是连续时间系统。如果系统的输入激励信号及输出响应信号均为离散时间信号，则这样的系统就是离散时间系统。典型的如图 1-6(a) 所示的电路系统为连续时间系统，计算机系统为离散时间系统。连续时间系统中的时间变量是连续变量t，而离散时间系统中的时间变量是离散变量n。描述连续时间系统的数学模型常用微分方程，而描述离散时间系统的数学模型常用差分方程。

连续时间系统可表示为

$$y(t)=T[x(t)] \tag{1-8}$$

而离散时间系统可表示为

$$y(n)=T[x(n)] \tag{1-9}$$

1.6.2　线性系统与非线性系统

满足线性特性（齐次性和叠加性）的系统称为线性系统，否则称为非线性系统。

对于连续时间系统，设系统输入为 $x(t)$，响应为 $y(t)$。若

$$y_1(t)=T[x_1(t)]\text{，}\quad y_2(t)=T[x_2(t)]$$

则系统为线性的条件为

$$\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)=T[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)] \tag{1-10}$$

式中，α、β 为非零常数。

同样，对于离散时间系统，设系统输入为 $x(n)$，响应为 $y(n)$。若

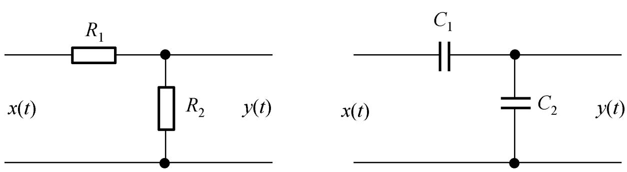
$$y_1(n)=T[x_1(n)]\text{，}\quad y_2(n)=T[x_2(n)]$$

则系统为线性的条件为

$$\alpha y_1(n)+\beta y_2(n)=T[\alpha x_1(n)+\beta x_2(n)] \tag{1-11}$$

式中，α、β 为非零常数。

【例 1-3】 判断图 1-7 所示的电阻分压系统和电容分压系统是否为线性的。



(a) 电阻分压系统　　(b) 电容分压系统

图 1-7　分压系统

解：对于电阻分压系统，由图 1-7(a)可得

$$y(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}x(t)=Rx(t) \tag{1-12}$$

式中，R 为由电阻值确定的常数。

若 $y_1(t)=Rx_1(t)$，$y_2(t)=Rx_2(t)$，则必有

$$\begin{aligned}R[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)]&=\alpha Rx_1(t)+\beta Rx_2(t)\\&=\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)\end{aligned}$$

式中，α、β 为非零常数。故是线性系统。

对于电容分压系统，在稳态情况下，由图 1-7(b) 可得

$$y(t)=\frac{C_1}{C_1+C_2}x(t)=Cx(t) \tag{1-13}$$

式中，C 为由电容值确定的常数。显然，也是线性系统。

【例 1-4】 图 1-6(a) 的电路系统，当输入信号为 $x(t)=u_{\mathrm{s}}(t)$，输出信号为 $y(t)=u_{\mathrm{C}}(t)$ 时，判断系统是否为线性的。

解：由式（1-7），有

$$y''(t)+\frac{R}{L}y'(t)+\frac{1}{LC}y(t)=\frac{1}{LC}x(t) \tag{1-14}$$

设

$$y_1''(t)+\frac{R}{L}y_1'(t)+\frac{1}{LC}y_1(t)=\frac{1}{LC}x_1(t)$$

$$y_2''(t)+\frac{R}{L}y_2'(t)+\frac{1}{LC}y_2(t)=\frac{1}{LC}x_2(t)$$

则当输入为 $\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)$ 时

$$\begin{aligned}\frac{1}{LC}\left[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)\right]&=\alpha[y_1''(t)+\frac{R}{L}y_1'(t)+\frac{1}{LC}y_1(t)]+\beta[y_2''(t)+\frac{R}{L}y_2'(t)+\frac{1}{LC}y_2(t)]\\&=[\alpha y_1''(t)+\beta y_2''(t)]+\frac{R}{L}[\alpha y_1'(t)+\beta y_2'(t)]+\frac{1}{LC}[\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)]\end{aligned}$$

可见，输出为 $\alpha y_1(t)+\beta y_2(t)$，系统是线性的。由此可以推论，常系数线性微分方程所描述的系统为线性系统。

1.6.3 时不变系统与时变系统

对于连续时间系统，在零初始状态条件下，如果激励 $x(t)$作用于系统所产生的零状态响应为 $y_{zs}(t)$，那么，当激励延迟时间 t_d（对于离散时间系统则是延迟 n_d）后输入系统时，其零状态响应除只是延迟相同的时间 t_d（或 n_d）外，其他一切不变，满足这样特性的系统称为时不变系统，否则就是时变系统。

时不变系统的特征是，系统的组成结构和元件参数都是不随时间而变化的，其输入/输出关系也不会随时间而变化。即对于连续的时不变系统，若

$$y_{zs}(t)=T[x(t)]$$

则

$$y_{zs}(t-t_d)=T[x(t-t_d)] \tag{1-15}$$

同样，对于离散的时不变系统，若

$$y_{zs}(n)=T[x(n)]$$

则

$$y_{zs}(n-n_d)=T[x(n-n_d)] \tag{1-16}$$

式中，t_d 为任意非零值，n_d 为任意非零整数。

时不变系统的特性可用图 1-8 来表示。

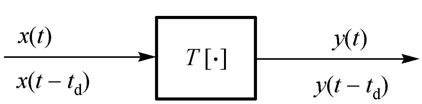


图 1-8 时不变系统的特性

【例 1-5】 判断图 1-7 所示的电阻分压系统和电容分压系统的时不变性。

解：对于电阻分压系统，由例 1-3 有：$y(t)=Rx(t)$；R 为常数，如图 1-9(a) 所示。

当输入信号延迟时间 t_d 后加入系统时，其响应为 $T[x(t-t_d)]=Rx(t-t_d)$，如图 1-9(b)所示。

而将输出信号延迟时间 t_{d} 后为 $y(t-t_{\mathrm{d}})=Rx(t-t_{\mathrm{d}})$，如图 1-9(c) 所示。

可见，两者相等，故为时不变系统。

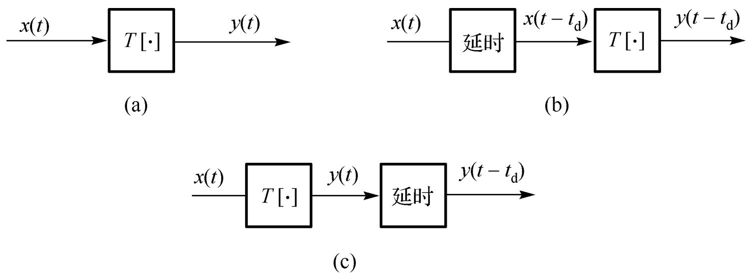


图 1-9 系统的时不变性

同理，电容分压系统也为时不变系统。

【例 1-6】 判断下列系统是否为时不变系统，a、b 为非零常数。

（1） $y(t)=ax(t)+b$

（2） $y(t)=tx(t)$

解：（1）输入信号延迟时间 t_{d} 后的零状态响应为

$$T[x(t-t_{\mathrm{d}})]=ax(t-t_{\mathrm{d}})+b$$

而输出信号延迟时间 t_{d} 后为

$$y(t-t_{\mathrm{d}})=ax(t-t_{\mathrm{d}})+b$$

可见，两者相等，故为时不变系统。

（2）
$$T[x(t-t_{\mathrm{d}})]=tx(t-t_{\mathrm{d}})$$

$$y(t-t_{\mathrm{d}})=(t-t_{\mathrm{d}})x(t-t_{\mathrm{d}})$$

可见，两者不相等，故为时变系统。

说明：（1）中，可认为方程的系数是不随时间变化的常数，是恒参系统，故系统是时不变的；而（2）中，$x(t)$的系数是 t，是随时间变化的，是变参系统，故系统是时变的。

【例 1-7】 判断图 1-6 所示的 RLC 串联电路系统是否为时不变系统。

解：由式（1-14），输入信号延迟 t_{d} 后的零状态响应为 $y_{\mathrm{d}}(t)$

$$y_{\mathrm{d}}''(t)+\frac{R}{L}y_{\mathrm{d}}'(t)+\frac{1}{LC}y_{\mathrm{d}}(t)=\frac{1}{LC}x(t-t_{\mathrm{d}})$$

输出信号延迟 t_{d} 后有

$$y''(t-t_{\mathrm{d}})+\frac{R}{L}y'(t-t_{\mathrm{d}})+\frac{1}{LC}y(t-t_{\mathrm{d}})=\frac{1}{LC}x(t-t_{\mathrm{d}})$$

比较两式，右端相等，即 $y_{\mathrm{d}}(t)=y(t-t_{\mathrm{d}})$，故为时不变系统。

由此可以推论，常系数线性微分方程所描述的系统为时不变系统。

1.6.4 因果系统与非因果系统

如果把系统的激励视为引起响应的原因，而把响应视为激励作用于系统的结果，那么，如果系统在任何时刻的响应只与该时刻及该时刻之前的激励有关，而与之后的激励无关，则这样的系统就是因果系统，否则，就是非因果系统。

【例 1-8】 判断图 1-7 所示的电阻分压系统和电容分压系统的因果性。

解：对于电阻分压系统，由例 1-3 有

$$y(t)=Rx(t)\text{，}R\text{ 为常数}$$

系统在任何时刻的响应只与该时刻的激励有关，而与之后的激励无关，故其是因果系统。同理，电容分压系统也为因果系统。

【例 1-9】 判断下列系统的因果性。

（1） $y(t)=ax(t)+bx(t-1)$

（2） $y(t)=ax(t-b)$

解：（1）显然，响应 $y(t)$只与当前激励 $x(t)$及之前时刻的激励有关，而与之后的激励无关，故系统是因果的。

（2）分两种情况讨论：

当 $b\geqslant 0$ 时，则 $y(t)$只与之前的激励有关，故系统是因果的。

当 $b<0$ 时，则 $y(t)$只与之后的激励有关，故系统是非因果的。

1.6.5 稳定系统与非稳定系统

如果对于任何有界的激励，系统的输出亦是有界的，这样的系统就称为稳定系统；反之，如果对于有界的激励，系统的输出为无界的，这样的系统就称为非稳定系统。

【例 1-10】 判断图 1-7 所示的电阻分压系统和电容分压系统的稳定性。

解：对于电阻分压系统，由例 1-3 有

$$y(t)=Rx(t)\text{，}R\text{ 为常数}$$

可见，当 $|x(t)|\leqslant M$（M 为常数）时，$y(t)\leqslant RM$，故系统是稳定的。

同理，电容分压系统也为稳定系统。

【例 1-11】 判断下列系统的稳定性，a、b 为非零常数。

（1） $y(t)=ax(t)+b$

（2） $y(t)=tx(t)$

解：（1）当 $|x(t)|\leqslant M$（M 为常数）时，$y(t)\leqslant aM+b$，故系统是稳定的。

（2）当 $|x(t)|\leqslant M$（M 为常数）时，$y(t)\leqslant tM$，随着 t 趋于无穷大，$y(t)$也趋于无穷大，故系统是非稳定的。

1.6.6 可逆系统与不可逆系统

若系统在不同激励信号的作用下产生不同的响应，则称此系统为可逆系统，否则，称为不可逆系统。对于每个可逆系统都存在一个“逆系统”，当原系统与此逆系统级联后，输出信号与输入信号相同。

如系统 $y_1(t)=5x_1(t)$，其输入 $x_1(t)$ 与输出 $y_1(t)$ 是一一映射的，故是可逆系统，其逆系统为 $y_2(t)=\dfrac{1}{5}x_2(t)$。

1.7 系统的分析方法

系统分析就是要讨论系统的描述及系统在给定的任意激励下的响应。因此，系统分析有两方

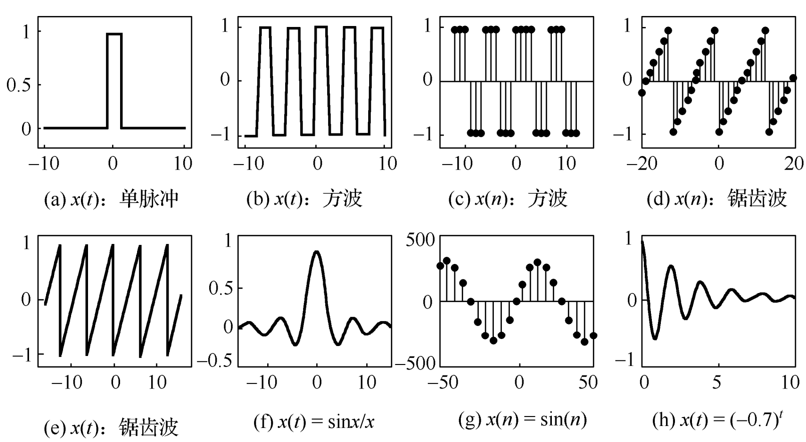
面的内容，一是系统响应的分析，二是系统的描述，即系统自身特性的分析。系统响应的分析，是分析系统对给定的任意激励信号的响应，而系统特性的分析，是分析系统的组成结构、系统的模型、系统的频率响应、系统的线性、系统的时不变性、系统的因果性、系统的稳定性等。

分析线性时不变系统对给定的任意激励信号的响应，必须将任意信号分解为基本信号的线性组合。一般情况下，系统对基本信号激励的响应是容易求取的，再应用系统的线性与时不变性，就可以求出由基本信号的线性组合而成的任意信号激励下的响应。由于信号可分为连续时间信号与离散时间信号，因此，就有了连续时间系统分析与离散时间系统分析，又由于基本信号可以选择单位冲激信号或指数信号，因此，又有了系统的时域分析与变换域分析。当基本信号选用单位冲激信号时，就是系统的时域分析，而当基本信号选用指数信号时，就是系统的变换域分析。在变换域分析中，如果作为基本信号的指数信号取虚指数信号，就是频域分析，也就是傅里叶变换分析；如果作为基本信号的指数信号取复指数信号，就是复频域分析。其中，对于连续时间系统，其复频域分析就是拉普拉斯变换分析，也叫 S 域分析；对于离散时间系统，其复频域分析就是 Z 变换分析。时域分析方法需要求解微分方程（连续域）或差分方程（离散域），或者要进行卷积运算，而变换域分析方法将微分方程（或差分方程）的求解问题转换为代数方程的求解问题，将卷积运算转换成乘法运算，从而大大简化了分析计算过程。将连续时间与离散时间、时域与变换域的分类进行组合，可得到的系统分析法有：连续时间系统的时域分析、离散时间系统的时域分析、连续时间系统的频域分析、离散时间系统的频域分析、连续时间系统的复频域（S 域）分析，以及离散时间系统的 Z 域分析。

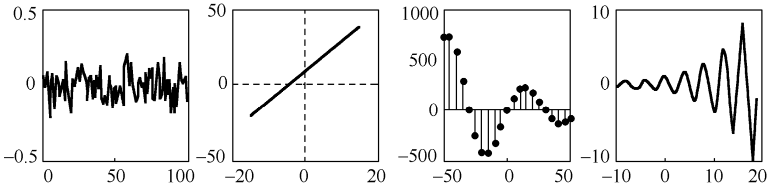
从系统分析的分类来看，涉及的内容很多，但是，系统响应分析的根本目的只有一个，那就是分析系统对给定的任意激励信号的响应。之所以有这么多分类，其实只是针对不同类型（连续与离散）的信号，选取不同（时域与变换域）的分析手段。因此，所有这些分析方法必然具有非常密切的内在联系，必然具有许多共性，当然，也必然存在各自的区别。这些分析方法的思路是一致的，只需抓住它们的异同点进行对照和比较，那么，该课程中看似纷繁复杂的内容就变得非常有序了。

习　题　1

1.1　判断下列信号的类型。



题图 1.1



(i) $x(t)$：白噪声 (j) $x(t)=2t+9$ (k) $x(n)=\exp(-n)*\sin(n)$ (l) $x(t)=(-1.3)^t$

题图 1.1（续）

1.2 画出信号的波形。

（1） $x(t)=5\mathrm{e}^{-2t}$，$t\geqslant 0$

（2） $x(t)=5\mathrm{e}^{-2t}$，$t\leqslant 0$

（3） $x(t)=5\mathrm{e}^{-2t}$

（4） $x(t)=\sin(2t)$

（5） $x(t)=5\mathrm{e}^{-2t}+\sin(2t)$

（6） $x(t)=5\mathrm{e}^{-2t}\sin(2t)$

1.3 若 $x(t)=\mathrm{e}^{-2t}$，画出下列信号的波形。

（1） $x(t-3)$

（2） $x(t+3)$

（3） $x(3t)$

（4） $x(t/3)$

1.4 若 $x(t)=311\sin(100\pi t)$：

（1）对 $x(t)$ 按时间间隔 10ms 抽样得到 $x_1(n)$，画出信号 $x_1(n)$ 的波形；

（2）对 $x(t)$ 按时间间隔 5ms 抽样得到 $x_2(n)$，画出信号 $x_2(n)$ 的波形；

（3）对 $x(t)$ 按时间间隔 1ms 抽样得到 $x_3(n)$，画出信号 $x_3(n)$ 的波形。

（4）由这 3 种抽样波形，你有什么结论？

1.5 判断下列信号是否为周期信号，若是，则其周期是多少？

（1）$x(t)=311\sin(100\pi t+0.1\pi)$

（2）$x(n)=311\sin^2(\pi n/100)$

（3）$x(t)=311\sin(18\pi t+0.1)+11\sin(72\pi t+0.4)$

（4）$x(n)=311\sin(\pi n/7)+11\sin(\pi n/3)$

（5） $x(t)=311\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}\sin(100\pi t)$

（6）$x(n)=311\sin(n/100)+11\sin(n/300)$

（7） $x(t)=7\mathrm{e}^{-\mathrm{j}3t}+3\mathrm{e}^{-\mathrm{j}7t}$

（8）$x(t)=3t+7$

（9） $x(t)=3^{\frac{t}{7}}$

1.6 证明下列信号是能量信号还是功率信号。

（1）$x(t)=311\sin(100\pi t+0.1\pi)$

（2）$x(n)=311\sin(\pi n/100)$

（3） $x(t)=3^{-\frac{t}{7}}$，$t\geqslant 0$

（4）$x(t)=5t+7$，$t \geqslant 0$

（5）$x(t)=311\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}\sin(100\pi t)$，$t \geqslant 0$

（6）$x(t)=\sin x/x$

1.7　判断下列信号是因果信号还是非因果信号。

（1）$x(t)=311\sin(100\pi t)$

（2）$x(n)=311\sin(\pi n/100)$，$n \geqslant 0$

（3）$x(t)=7\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}$，$t \geqslant 0$

（4）$x(t)=11\mathrm{e}^{\frac{t}{3}}$，$t \geqslant 0$

（5）$x(t)=311\mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}\sin(100\pi t)$

（6）$x(t)=5t+7$，$t \geqslant 0$

1.8　证明下列系统是否为线性系统、时不变系统、因果系统、稳定系统、可逆系统（其中 a、b 均为实常数）。

（1）$y(t)=ax(t)+b$

（2）$y(t)=ax(t)+bt$

（3）$y(t)=ax^2(t)$

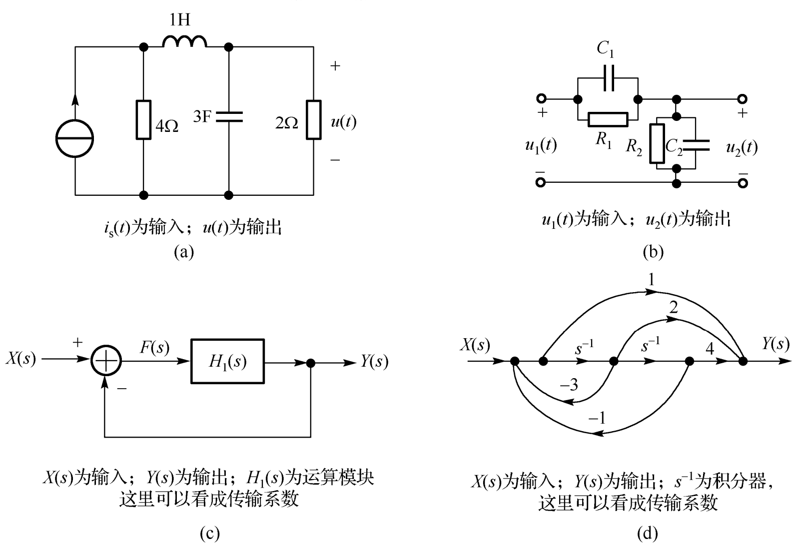
（4）$y(n)=ax(bn)$

（5）$y(t)=ax(t-5)+bt$，b、$t \geqslant 0$

（6）$y(t)=atx(t+5)+b$

（7）$y(n)=ax(n-5)+b$，$n \geqslant 0$

1.9　写出题图 1.9 所示各系统的输入/输出关系式。



题图 1.9

1.10　信号的本质是什么？信号分析的内容是什么？信号分析的方法有哪些？

1.11　信号有哪些分类？各类信号的本质区别是什么？

1.12　系统的本质是什么？系统分析的内容是什么？系统分析的方法有哪些？