

上篇 电路基础

第1章 直流电路

1.1 本章教学要求

1. 电流的参考方向、电压的参考方向、电压的参考极性是电路理论中的基本概念，必须深刻理解。

2. 基尔霍夫电流定律（KCL）和基尔霍夫电压定律（KVL）是电路分析的基础，要熟练掌握、灵活运用。

3. 元件及支路的伏安特性（VCR）是电路分析计算的重要依据，要能够熟练运用电阻元件、电压源、电流源的伏安特性，要能够熟练地写出有源支路的伏安特性。

4. 深刻理解等效电路、等效变换的概念。电压源与电阻的串联、电流源与电阻的并联二者之间的相互等效变换是十分重要的，要能够熟练运用。对于电压源、电流源、电阻元件的串并联及相互之间的串并联，要能够熟练地找到最简的等效电路。

5. 直接运用 KCL、KVL、VCR，简单的等效变换，以及串并联电阻的分压、分流关系，熟练计算简单的直流电路。

6. 牢固掌握、熟练运用支路电流法。支路电流法列出的方程比较多，求解计算量大。但它容易理解，便于记忆，并能够用来计算各种类型的电路问题。

7. 节点电位法是指以独立节点的电位为变量列方程，方程数量少便于求解。应用节点电位法对每个独立节点列 KCL 方程时，要能够对照电路图直接用节点电位法写出电流代数和为零的方程。

8. 深刻理解叠加原理，掌握用叠加原理计算电压、电流的方法。

9. 深刻理解、灵活运用等效电源定理。

10. 充分理解受控源的概念。掌握用支路电流法、节点电位法、叠加原理、等效电源定理分析计算含受控源电路的方法。

1.2 本章主要知识点

1. 确定电压和电流的参考方向

电压、电流为正值表明实际方向与参考方向一致，为负值表明实际方向与参考方向相反。电压的参考方向也可以用参考极性表示，参考方向由参考极性的正极指向负极。当电压与电流的参考方向一致时称为关联参考方向，相反时称为非关联参考方向。

在电路中选定一点作为参考点，某点与参考点之间的电压称为该点的电位。电路中两点

之间的电压等于两点之间的电位差。电压值与参考点的选取无关。

2. 关联参考方向

一个元件或一条支路中的电压和电流为关联参考方向时, $P = UI$ 表示的是吸收的电功率; 电压和电流为非关联参考方向时, $P = UI$ 表示的是发出的电功率。

3. 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律 (KCL): 对于任一节点 (或闭合面), 流出 (或流入) 电流的代数和为零, 即

$$\sum_k I_k = 0$$

也可以表述为: 对于任一节点 (或闭合面), 流出电流之和等于流入电流之和。

基尔霍夫电压定律 (KVL): 沿任一闭合路径, 各支路 (或各元件) 电压降的代数和为零, 即

$$\sum_k U_k = 0$$

KCL、KVL 的成立与电路中元件的性质无关。

4. 伏安特性

元件或支路电压与电流之间的约束关系称为伏安特性——VCR (电压、电流关系)。

关联参考方向时电阻元件的 VCR 为 $U = RI$, 即欧姆定律。电阻元件电阻 R 的倒数 G 称为电阻元件的电导。

两个电阻元件 R_1 与 R_2 串联时, 等效电阻为 $R = R_1 + R_2$ 。各电阻元件的电压与总电压 U 之间的关系为 $U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$, $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$ 。

两个电阻元件 R_1 与 R_2 并联时, 其等效电阻为 $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; 用电导表示时为 $G = G_1 + G_2$ 。

各电阻元件的电流与总电流 I 之间的关系为 $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$, $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$; 用电导表示时为

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I, \quad I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I。$$

电压源的电压与电流无关, 其电流由外电路决定。电流源的电流与电压无关, 其电压由外电路决定。电压为零的电压源相当于短路; 电流为零的电流源相当于断路。

电压源 U_s 与电阻 R_s 串联, 其 VCR 为 $U = U_s - R_s I$ 。电流源 I_s 与电导 G_s 并联, 其 VCR 为 $I = I_s - G_s U$ 。两者可以互等效变换, 条件是: $I_s = \frac{U_s}{R_s}$, $U_s = \frac{I_s}{G_s}$, $G_s = \frac{1}{R_s}$ 。

5. 支路电流分析法

由 m 条支路、 n 个节点组成的电路, 选择支路电流作为变量, 根据 KCL 和 KVL 定律, 列出 m 个独立方程, 解出各支路电流。其他响应可以由支路电流求得。

n 个节点中选择一个作为参考节点, 其余 $n-1$ 个称为独立节点。对于每个独立节点列出

KCL 方程, 还有 $m-(n-1)$ 个方程可根据 KVL 定律列出。

注意: 选择回路列 KVL 方程时, 由于电流源两端电压无法写出, 因此所选回路不要经过电流源; 要注意各方程相互之间的独立。

6. 节点电位分析法

以独立节点的电位作为变量, 用节点电位法表示出各支路电流, 对各独立节点列 KCL 方程。 n 个节点的电路有 $n-1$ 个变量, 列出 $n-1$ 个方程。解得节点电位以后, 其他响应可以由节点电位求得。

7. 叠加原理

线性电路中有多个独立电源共同作用时产生的响应等于每个电源单独作用时产生响应的代数和。某个电源单独作用是指, 将其他的电源置为零, 即电压源用短路线替代、电流源处断开。

8. 等效电源定理

戴维南定理: 一个线性有源二端网络对外可以用一个电压源与一个电阻的串联来等效替代。其电压源的电压等于有源二端网络的开路电压 U_{oc} , 电阻等于将二端网络内部电源置零后的等效电阻 R_o 。

诺顿定理: 一个线性含源二端网络对外可以用一个电流源 I_s 与一个电导 G_o 的并联等效替代。电流源的电流等于含源二端网络的短路电流 I_{sc} , 电导等于将含源二端网络内部的电源置为零时的等效电导。

由电压源与电流源相互之间的等效变换可知

$$G_o = \frac{1}{R_o}, \quad U_{oc} = R_o I_{sc}, \quad I_{sc} = \frac{U_{oc}}{R_o}$$

9. 受控源

受控源是非独立电源, 它的电压或电流受其他电压或电流的控制。由控制量与受控量的不同, 受控源分为电压控制电压源、电流控制电压源、电压控制电流源及电流控制电流源 4 种类型。

受控电压源与受控电流源可以互相等效变换, 在变换过程中要注意保留控制量。

用支路电流法、节点电位法分析含受控源电路时, 可将受控源与独立源同样看待, 列出电路方程, 然后将控制量用支路电流或节点电位表示出来。

应用叠加原理分析电路时, 总的响应等于每个独立源单独作用时响应的代数和。计算每个独立源单独作用的响应时都要保留受控源。

当控制量在有源二端网络内时, 含受控源的有源二端网络可以用戴维南定理或诺顿定理求出它的等效电路。在求等效电阻时只令独立源为零而保留受控源, 在端口处外加电压, 端口处电压 U_o 与电流 I_o 的比即为等效电阻。也可以用开路电压与短路电流之比作为等效电阻,

$$\text{即 } R_o = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}。$$

1.3 解题指导

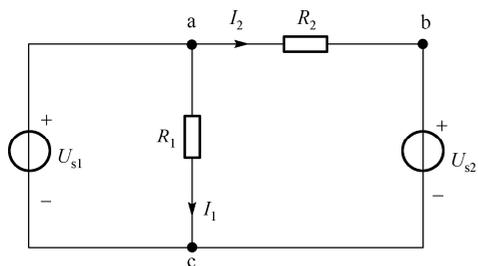


图 1-1 【例 1-1】电路

【例 1-1】 图 1-1 中, $U_{s1} = 9\text{V}$, $U_{s2} = 12\text{V}$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 15\Omega$ 。以 c 作为电位参考点, 求 V_a , V_b , U_{ab} , U_{ba} , I_1 及 I_2 。

解: 计算任何电路问题时, 都必须充分注意电流和电压的参考方向。图 1-1 中, 电流与电压的方向均为参考方向。

电路中各点电位与参考点的选取有关。两点之间的电压等于这两点之间的电位差, 与参考点的选取无关。

I_1 的方向为由 a 向 c , a 点为 U_{ac} 的正极性, c 点为 U_{ac} 的负极性。电压的参考方向为由正极性指向负极性, U_{ac} 的方向为由 a 向 c 。 I_1 与 U_{ac} 为关联参考方向。

I_2 的方向为由 a 向 b , a 点为 U_{ab} 的正极性, b 点为 U_{ab} 的负极性, U_{ab} 的方向为由 a 向 b , 两者为关联参考方向。

关联参考方向时, 电阻的 VAR (伏安特性) 为 $U = RI$ 。非关联参考方向时, 应为 $U = -RI$ 。

$$V_a = U_{ac} = U_{s1} = 9\text{V}$$

$$V_b = U_{bc} = U_{s2} = 12\text{V}$$

$$U_{ab} = V_a - V_b = 9 - 12 = -3\text{V}$$

$$U_{ba} = V_b - V_a = -U_{ab} = -(-3) = 3\text{V}$$

$$I_1 = \frac{U_{ac}}{R_1} = \frac{9}{10} = 0.9\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{-3}{15} = -0.2\text{A}$$

【例 1-2】 图 1-2 中, $U_s = 12\text{V}$, $I_s = 2\text{A}$, $R = 8\Omega$ 。求 U_1 , U_2 , 电压源发出的电功率 P_e 、电流源发出的电功率 P_j 及电阻元件吸收的电功率 P_r 。

解: 图 1-2 中, 图形符号表明其左侧为电流源, 右侧为电压源。

各电压与电流的参考方向可以任意选取。电压与电流为关联参考方向时, $P = UI$ 表示的是元件或支路吸收的电功率; 非关联参考方向时, $P = UI$ 表示的是元件或支路发出的电功率。欧姆定律 $U = RI$ 是电压与电流为关联参考方向时电阻元件的伏安特性。电阻元件吸收的电功率不会出现负值; 电压源或电流源发出的电功率有可能出现负值, 发出的电功率为负值表明实际上是在吸收电功率。

由图 1-2 可得

$$U_2 = RI_s = 8 \times 2 = 16\text{V}$$

$$U_1 = U_2 + U_s = 16 + 12 = 28\text{V}$$

电压 U_2 与电流 I_s 为关联参考方向

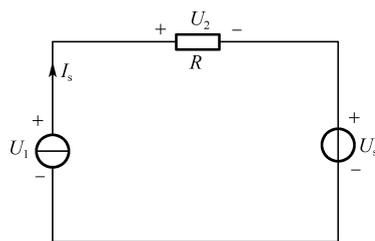


图 1-2 【例 1-2】电路

$$P_r = U_2 I_s = 16 \times 2 = 32 \text{ W}$$

表明电阻元件吸收的电功率为 32W。

电压 U_1 与电流 I_s 为非关联参考方向

$$P_j = U_1 I_s = 28 \times 2 = 56 \text{ W}$$

表明电流源发出的电功率为 56W。

电压 U_s 与电流 I_s 为关联参考方向

$$P_e = U_s I_s = 12 \times 2 = 24 \text{ W}$$

表明电压源吸收的电功率为 24W，或者说，电压源发出的电功率为 -24W。

【例 1-3】 计算图 1-3 中电流 I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 及 I_6 。

解： 对比较简单的电路，可以直接用 KCL、KVL、VCR 求解。图 1-3 中各电流的参考方向已经标出，电路中各电阻的参数已知，电阻两端的电压可以求得，故可以计算出各电阻的电流 I_1 , I_2 和 I_3 。在节点处应用 KCL 求得另外三个电流 I_4 , I_5 和 I_6 。

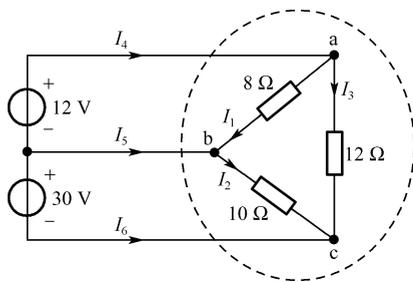


图 1-3 【例 1-3】电路

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{8} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{bc}}{10} = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{12} = \frac{U_{ab} + U_{bc}}{12} = \frac{12 + 30}{12} = 3.5 \text{ A}$$

应用 KCL，在 a 节点处得到

$$I_4 = I_1 + I_3 = 1.5 + 3.5 = 5 \text{ A}$$

在 b 节点得到

$$I_5 = I_2 - I_1 = 3 - 1.5 = 1.5 \text{ A}$$

在 c 节点得到

$$I_6 = -I_3 - I_2 = -3.5 - 3 = -6.5 \text{ A}$$

验算：做一个闭合面，包围三个电阻，如图 1-3 中虚线所示，流入闭合面的电流为

$$I_4 + I_5 + I_6 = 5 + 1.5 + (-6.5) = 0 \text{ A}$$

【例 1-4】 计算图 1-4 中的电压 U 。

解： 适当地进行等效变换可以使电路的计算得到简化。等效变换的条件是，电路中被变换的部分变换前后的伏安特性 (VAR) 相同。本题中元件虽然比较多，却都是简单的串、并联，可以通过等效变换求解。

(1) 将 15V 电压源与 2Ω 电阻的串联等效变换成 7.5A 电流源与 2Ω 电阻的并联，将 5A 电流源与 6Ω 电阻的串联等效变换成 5A 电流源，如图 1-5(a) 所示。

(2) 将 7.5A 电流源与 5A 电流源的并联等效变换成 12.5A 的电流源，如图 1-5(b) 所示。再将 12.5A 电流源与 2Ω 电阻的并联等效变换成 25V 电压源与 2Ω 电阻的串联，如图 1-5(c) 所示。

(3) 将 2Ω 电阻与 3Ω 电阻的串联等效变换成 5Ω 电阻，将 25V 电压源与 20V 电压源的串

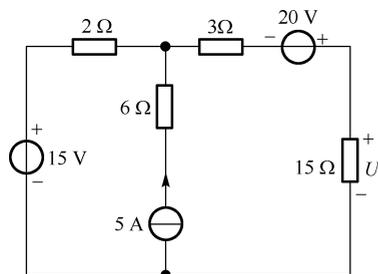


图 1-4 【例 1-4】电路

联等效变换成 45V 电压源，如图 1-5(d)所示。利用电阻串联时的分压公式可以得到

$$U = 45 \times \frac{15}{5+15} = 33.75\text{V}$$

讨论：本题还可以用支路电流法、节点电位法、叠加原理、戴维南定理求解。

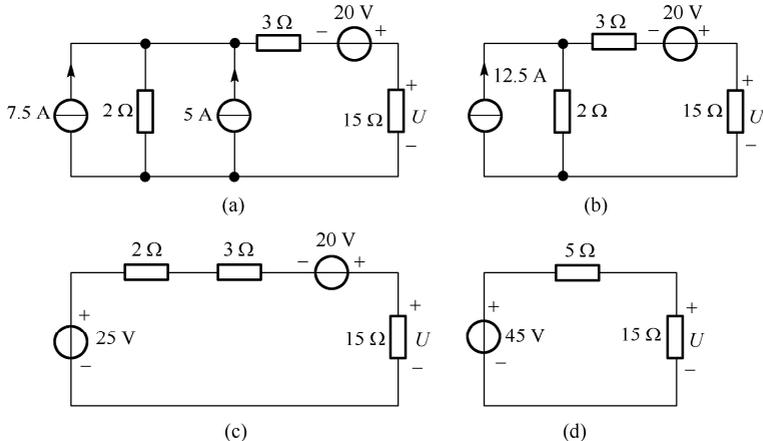


图 1-5 【例 1-4】电路的等效变换电路

【例 1-5】 计算图 1-6 中的电压 U 与电流 I 。

解：图 1-6 中电路有 5 条支路，其中 2 条支路的电流为已知，等于电流源的电流。用支路电流法求解，需要列解 3 个方程，其中 2 个对独立节点列 KCL 方程，另一个 KVL 方程所选的回路不要经过电流源，60V 电压源与 36A 电流源相串联的支路对外等效为 36A 电流源，如图 1-7 所示。

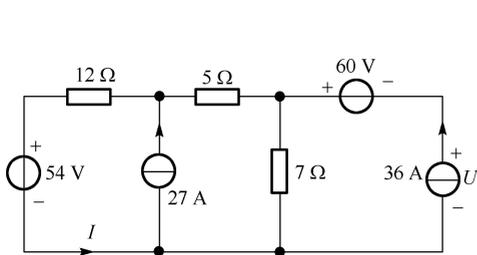


图 1-6 【例 1-5】电路

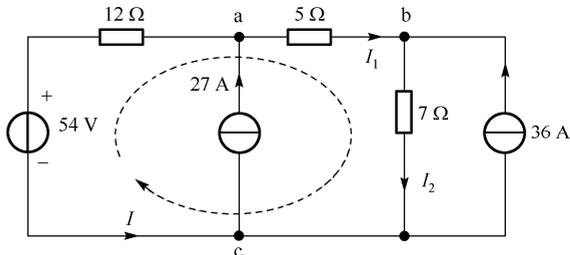


图 1-7 【例 1-5】KVL 方程所选的回路

在图 1-7 上标出支路电流 I , I_1 , I_2 ，标出参考节点 c 和独立节点 a , b 。 a 节点处 I 为流出节点， I_1 也是流出节点， 27A 电流源为流入节点

$$I + I_1 - 27 = 0$$

b 节点处 I_1 为流入节点， I_2 是流出节点， 36A 电流源为流入节点

$$-I_1 + I_2 - 36 = 0$$

如图 1-7 所示，沿顺时针方向由 54V 电压源及 12Ω, 5Ω, 7Ω 电阻组成一个回路

$$-12I + 5I_1 + 7I_2 - 54 = 0$$

由此 3 个方程式解得

$$I = 23\text{A}, I_1 = 4\text{A}, I_2 = 40\text{A}$$

再由图 1-6 计算 U ，由 7Ω 电阻两端电压减去 60V 电压源电压

$$U = 7I_2 - 60 = 7 \times 40 - 60 = 220\text{V}$$

讨论：本题可以通过等效变换来求解，也可以用节点电位法、叠加原理、等效电源定理求解。

【例 1-6】 计算图 1-8 中的电压 U 。

解： 本题电路有两个独立节点，可以用节点电位法求解。节点电位法就是对独立节点列 KCL 方程，关键是用节点电位正确地写出流出节点的各支路电流。可以有以下两种写法。

(1) 依次按下列步骤进行：标出各支路电流；用节点电位写出各支路电流；对各节点用支路电流写出 KCL 方程；将用节点电位表示的支路电流代入 KCL 方程中。这样一步一步地写比较麻烦，但不易出错。

(2) 对照电路图直接用节点电位写出各支路流出电流之和为零的方程。在图 1-8 中，节点 a 接有 12Ω 、 6Ω 、 3Ω 、 2Ω 共 4 个电阻，有 4 个支路电流， 12Ω 电阻流出的电流为 $\frac{V_a}{12}$ ， 6Ω 电阻流出的电流为 $\frac{V_a - 45}{6}$ ， 3Ω 电阻流出的电流为 $\frac{V_a - V_b}{3}$ ， 2Ω 电阻流出的电流为 $\frac{V_a - V_b - 58}{2}$ 。这里要特别注意电阻与电压源串联支路中的电流。

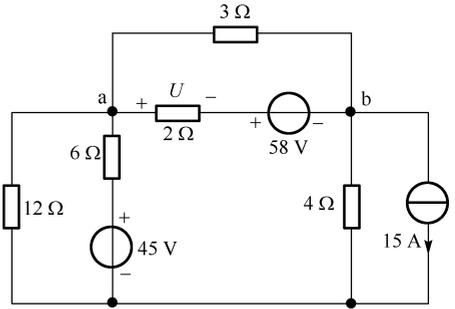


图 1-8 【例 1-6】电路

下面用第二种方法列方程。对节点 a 列出方程

$$\frac{V_a}{12} + \frac{V_a - 45}{6} + \frac{V_a - V_b}{3} + \frac{V_a - V_b - 58}{2} = 0$$

对节点 b 列出方程

$$\frac{V_b - V_a}{3} + \frac{V_b - V_a + 58}{2} + \frac{V_b}{4} + 15 = 0$$

经整理得

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) V_a - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) V_b = \frac{45}{6} + \frac{58}{2} \\ -\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) V_a + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) V_b = -\frac{58}{2} - 15 \end{cases}$$

解得

$$V_a = 6\text{V}, \quad V_b = -36\text{V}$$

再由

$$V_a - V_b = U + 58$$

求得

$$U = V_a - V_b - 58 = 6 - (-36) - 58 = -16\text{V}$$

讨论：本题可以通过等效变换求解，也可以用支路电流法、叠加原理、等效电源定理求解。

【例 1-7】 图 1-9 中， $U_s = 500\text{V}$ ， $I_{s1} = 5\text{A}$ ， $I_{s2} = 8\text{A}$ ， $R_3 = 120\Omega$ ， $R_4 = 50\Omega$ ， $R_5 = 30\Omega$ 。用叠加原理计算 I_3 。

解： 本题有 3 个独立电源，利用叠加原理求解并不简单。这里限定使用叠加原理求解，是为了加强练习。如果不限定方法，用节点电位法求解本题比较方便。

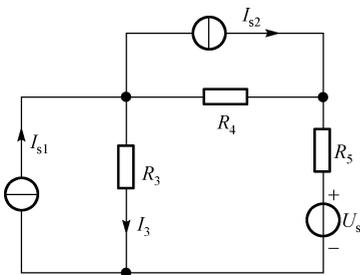


图 1-9 【例 1-7】电路

应用叠加原理时要注意：① 当某个电源单独作用时，要将其他的电源置为零。电压源置

为零就是用短路线替代，电流源置为零就是断路。② 叠加原理只适用于线性电路。③ 不能直接用叠加的方法计算功率，可以先用叠加方法求出电压与电流，再由电压与电流计算功率。

用叠加原理计算电流 I_3 ，3 个电源单独作用时的电路分别如图 1-10(a)、(b)、(c)所示。

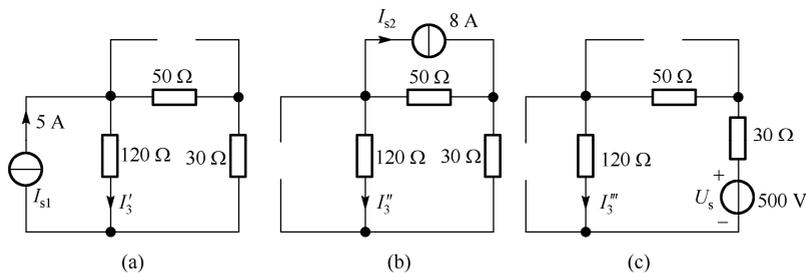


图 1-10 【例 1-7】应用叠加原理求解

5A 电流源单独作用，按电阻并联的分流公式得

$$I'_3 = 5 \times \frac{(50+30)}{120+(50+30)} = 2\text{A}$$

8A 电流源单独作用，按电阻并联的分流公式得

$$I''_3 = -8 \times \frac{50}{50+(120+30)} = -2\text{A}$$

500V 电压源单独作用，得

$$I'''_3 = \frac{500}{30+50+120} = 2.5\text{A}$$

叠加得

$$I_3 = I'_3 + I''_3 + I'''_3 = 2 + (-2) + 2.5 = 2.5\text{A}$$

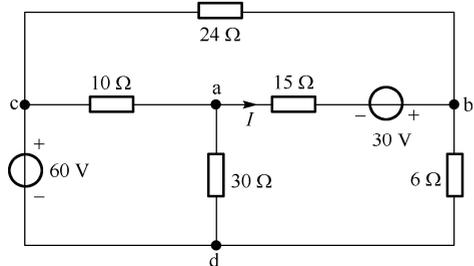


图 1-11 【例 1-8】电路

【例 1-8】计算图 1-11 中的电流 I 。

解：本题不能直接应用 KCL、KVL、VAR 及简单的等效变换求解。支路数较多不宜用支路电流法求解。如果用叠加原理求解，则每个电源单独作用时的响应不易求出。下面分别用节点电位法和等效电源定理求解。

解法 1：用节点电位法求解。

以 d 点为参考点，c 节点电位为已知， $V_c = 60\text{V}$ 。

以 V_a 与 V_b 为变量，对每个节点直接用节点电位写出电流之和为零的方程。这里容易写错的是 15Ω 电阻与 30V 电压源串联支路的电流 I ，ab 两点之间的电压为 $V_a - V_b = 15I - 30$ ，由此得到 $I = \frac{V_a - V_b + 30}{15}$ ，该支路电流流出 a 节点，流入 b 节点。

对节点 a、b 列出方程

$$\begin{cases} \frac{V_a}{30} + \frac{V_a - 60}{10} + \frac{V_a - V_b + 30}{15} = 0 \\ \frac{V_b}{6} + \frac{V_b - 60}{24} + \frac{V_b - V_a - 30}{15} = 0 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} 3V_a - V_b = 60 \\ -8V_a + 33V_b = 540 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} V_a = \frac{2520}{91} \text{ V} \\ V_b = \frac{2100}{91} \text{ V} \end{cases}$$

用 V_a 与 V_b 表示出待求电流 I

$$I = \frac{V_a - V_b + 30}{15} = \frac{\frac{2520}{91} - \frac{2100}{91} + 30}{15} \approx 2.308 \text{ A}$$

解法 2: 用戴维南定理求解。

首先去掉电流 I 所在支路, 如图 1-12(a) 所示, 然后求其戴维南等效电路。

利用图 1-12(a) 计算开路电压, 以图中下面的节点为参考节点, 利用分压公式得

$$U_{oc} = V_a - V_b = 60 \times \frac{30}{10+30} - 60 \times \frac{6}{24+6} = 33 \text{ V}$$

利用图 1-12(b) 求等效电阻, 图中 10Ω 与 30Ω 并联, 24Ω 与 6Ω 并联。

$$R_o = \frac{10 \times 30}{10+30} + \frac{24 \times 6}{24+6} = 12.3\Omega$$

利用图 1-12(c) 计算电流 I

$$I = \frac{33+30}{12.3+15} = \frac{63}{27.3} \approx 2.308 \text{ A}$$

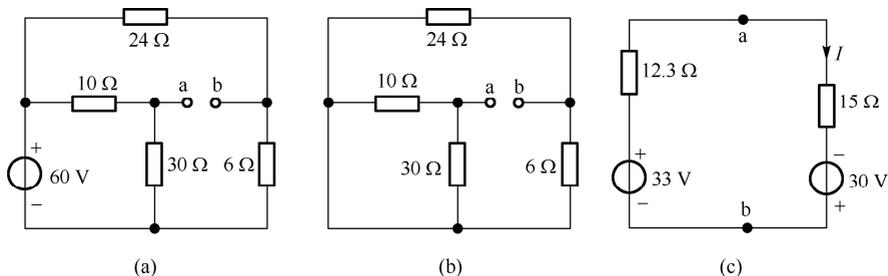


图 1-12 【例 1-8】应用戴维南定理求解

【例 1-9】 计算图 1-13 中的电流 I 。

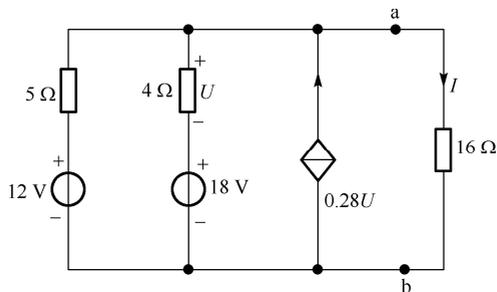


图 1-13 【例 1-9】电路

解: 图 1-13 中的受控源为电压控制电流源。

用节点电位法求解比较简单，只有一个独立节点，列解一个方程。

可以用支路电流法求解。除受控电流源支路外还有 3 条支路，列解 3 个方程。

可以用等效电源定理求解，注意等效电阻的求法。

图 1-13 中有 2 个独立源，每个独立源单独作用时的响应计算并不简单，因此不宜用叠加原理求解。

无论用何种方法求解，都需要补充一个方程，表示出受控源的控制量。

解法 1：用节点电位法求解。

图 1-13 中，以 b 为参考节点，由节点 a 列方程

$$\frac{V_a - 12}{5} + \frac{V_a - 18}{4} + \frac{V_a}{16} - 0.28U = 0$$

用节点电位表示控制量

$$U = V_a - 18$$

解得

$$V_a = 8\text{V}$$

由节点电位 V_a 求得电流 I

$$I = \frac{V_a}{16} = \frac{8}{16} = 0.5\text{A}$$

解法 2：用支路电流法计算。按图 1-14 选择支路电流及回路。选择独立回路时不要经过电流源。

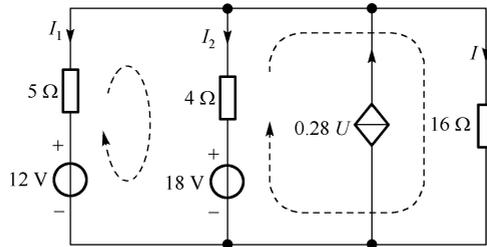


图 1-14 【例 1-9】KVL 方程所选的回路

$$I_1 + I_2 + I - 0.28U = 0$$

$$-5I_1 + 4I_2 + 18 - 12 = 0$$

$$-4I_2 + 16I - 18 = 0$$

补充一个方程，用支路电流表示控制量

$$U = 4I_2$$

解得

$$I = 0.5\text{A}$$

解法 3：用等效电源定理求解。

断去电流 I 所在的 ab 右侧的支路，求得 ab 左侧电路的等效电源电路。计算短路电流比较容易，先来计算短路电流。如图 1-15(a)所示，短路电流 I_{sc} 对节点 a 来说是流出电流，等于另外 3 个流入电流之和。注意 $U_{ab} = 0$ 。

$$I_{sc} = \frac{12}{5} + \frac{18}{4} + 0.28U$$

用节点电位表示控制量

$$U+18=0$$

解得

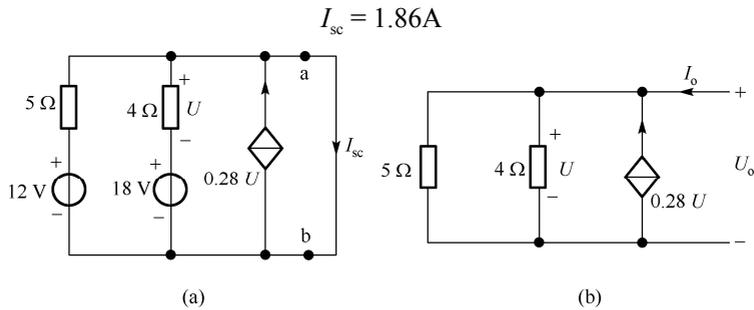


图 1-15 【例 1-9】应用戴维南定理求解

计算等效内阻，去掉独立电源，外加电源，如图 1-15(b)所示。端口处外加电源，电压与电流分别为 U_o 与 I_o 。

$$\begin{cases} I_o = \frac{U_o}{5} + \frac{U_o}{4} - 0.28U \\ U = U_o \end{cases}$$

解得

$$I_o = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} - 0.28 \right) U_o = 0.17U_o$$

等效内阻为

$$R_o = \frac{U_o}{I_o} = \frac{U_o}{0.17U_o} = \frac{1}{0.17} \Omega$$

诺顿等效电路如图 1-16 所示，应用电阻并联的分流公式得

$$I = 1.86 \times \frac{\frac{1}{0.17}}{16 + \frac{1}{0.17}} = 0.5 \text{ A}$$

【例 1-10】试求图 1-17 中的电压 U_L 。

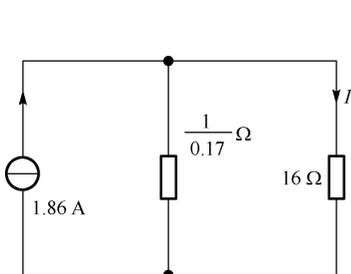


图 1-16 【例 1-9】应用诺顿定理求解

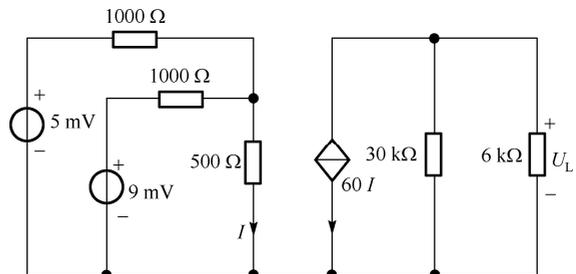


图 1-17 【例 1-10】电路

解法 1：将电路依次等效变换为图 1-18(a)与图 1-18(b)的形式。

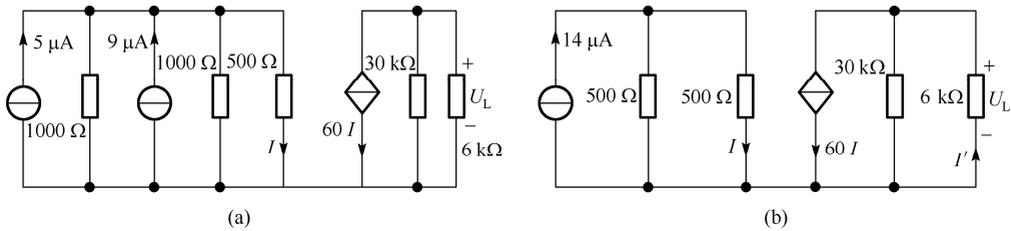


图 1-18 电路等效变化

在图 1-18(b)左侧的电路中,按并联电阻的分流公式可求出

$$I = 14 \times 10^{-6} \times \frac{500}{500 + 500} = 7 \times 10^{-6} \text{ A}$$

右侧受控电流源的电流 ($60I$) 被 $30\text{k}\Omega$ 电阻和 $6\text{k}\Omega$ 电阻分流

$$I' = 60 \times (7 \times 10^{-6}) \times \frac{30 \times 10^3}{30 \times 10^3 + 6 \times 10^3} = 350 \times 10^{-6} \text{ A}$$

I' 的方向为由下向上,与 U_L 为非关联参考方向,于是

$$U_L = -6000I' = -6000 \times 350 \times 10^{-6} = -2.1 \text{ V}$$

解法 2: 用节点电位法求解。在图 1-17 中,左侧节点的电位 $V_1 = 500I$,右侧节点电位 $V_2 = U_L$ 。

$$\begin{cases} \frac{V_1 - 5 \times 10^{-3}}{1000} + \frac{V_1 - 9 \times 10^{-3}}{1000} + \frac{V_1}{500} = 0 \\ \frac{V_2}{30 \times 10^3} + \frac{V_2}{6 \times 10^3} + 60I = 0 \\ I = \frac{V_1}{500} \end{cases}$$

解得

$$V_1 = 0.0035 \text{ V}$$

$$V_2 = -2.1 \text{ V}$$

即

$$U_L = V_2 = -2.1 \text{ V}$$

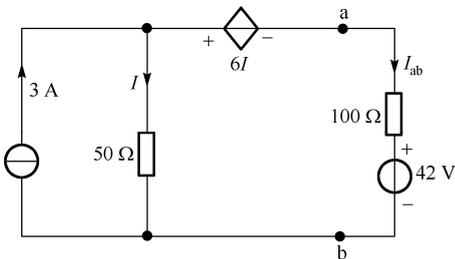


图 1-19 【例 1-11】电路

【例 1-11】 试计算图 1-19 中的电流 I_{ab} 。

解法 1: 图 1-19 中只有一个独立节点,容易用节点电位法求解。设节点电位为 V ,由 $V = 6I + 100I_{ab} + 42$ 得到 100Ω 电阻的电流为 $I_{ab} = \frac{V - 6I - 42}{100}$ 。列节点方程

$$\frac{V}{50} + \frac{V - 6I - 42}{100} - 3 = 0$$

用节点电位表示出控制量

$$I = \frac{V}{50}$$

解得

$$V = \frac{19}{16} \text{ V}$$

于是

$$I_{ab} = \frac{V - 6I - 42}{100} = \frac{19 - 6 \times \frac{19}{800} - 2}{100} = 0.625 \text{ A}$$

解法 2: 用支路电流法求解, 以 I 和 I_{ab} 作为变量

$$\begin{cases} I + I_{ab} - 3 = 0 \\ 6I + 100I_{ab} + 42 - 50I = 0 \end{cases}$$

解得

$$I_{ab} = 0.625 \text{ A}$$

解法 3: 用等效电源求解。

如图 1-20 所示, 由图 1-20(a) 计算开路电压, 开路时 $I = 3 \text{ A}$ 。开路电压等于受控源电压与 50Ω 电阻两端的电压之和。注意受控电压源的极性。

$$U_{oc} = -6I + 50I = 44I = 44 \times 3 = 132 \text{ V}$$

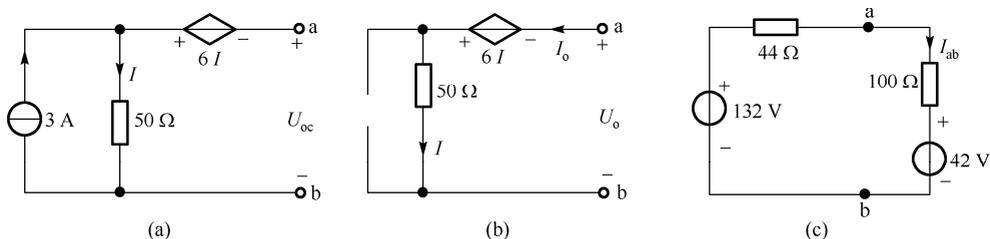


图 1-20 【例 1-11】应用戴维南定理求解

由图 1-20(b) 计算等效内阻。端口处外加电源, 电压与电流分别为 U_o 与 I_o , 注意图中 $I_o = I$, 因此

$$U_o = -6I + 50I = 44I = 44I_o$$

于是

$$R_o = \frac{U_o}{I_o} = \frac{44I_o}{I_o} = 44 \Omega$$

再由图 1-20(c) 所示的戴维南等效电路计算 I_{ab}

$$I_{ab} = \frac{132 - 42}{44 + 100} = 0.625 \text{ A}$$

1.4 习题解答

1-1 求图 1-21 所示电路中的 U 和 I : (1) 开关 S 断开时; (2) 开关 S 闭合时。

解: (1) 开关 S 断开时, 回路中电阻为 $(5+10)\Omega$, 电流为

$$I = \frac{30}{5+10} = 2 \text{ A}$$

5Ω 电阻上 U 和 I 为非关联参考方向, 电压为

$$U = -5I = -5 \times 2 = -10 \text{ V}$$

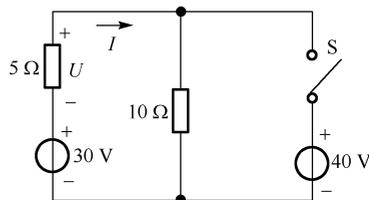


图 1-21 【习题 1-1】电路

(2) 开关 S 闭合时, 电压为

$$U = 40 - 30 = 10\text{V}$$

I 与 U 为非关联参考方向, 故电流为

$$I = -\frac{U}{5} = -\frac{40 - 30}{5} = -2\text{A}$$

1-2 试计算图 1-22 中 a、b、c、d、e 各点的电位值, f 为参考点。

解: 按图 1-23 中虚线选取回路和回路电流 I 的方向, 回路中电动势之和为 $(10+8)\text{V}$, 回路中电阻之和为 $(2+6+4+6)\Omega$, 回路电流为

$$I = \frac{10 + 8}{2 + 6 + 4 + 6} = 1\text{A}$$

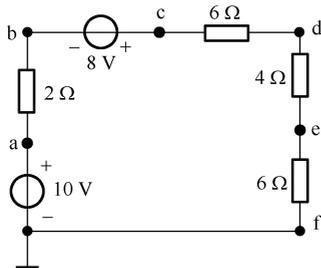


图 1-22 【习题 1-2】电路

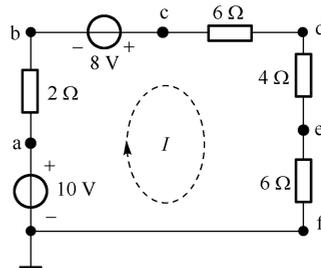


图 1-23 【习题 1-2】解图

f 为电位参考点, 参考点的电位为零。e 点的电位 V_e 等于 e、f 之间的电压 U_{ef} , 即

$$V_e = U_{ef} = 6I = 6 \times 1 = 6\text{V}$$

同样

$$V_d = U_{df} = (6 + 4)I = (6 + 4) \times 1 = 10\text{V}$$

$$V_c = U_{cf} = (6 + 4 + 6)I = (6 + 4 + 6) \times 1 = 16\text{V}$$

a 点与 b 点的电位沿逆时针方向计算更为方便

$$V_a = U_{af} = 10\text{V}$$

$$V_b = U_{bf} = U_{ba} + U_{af} = -2I + 10 = -2 \times 1 + 10 = 8\text{V}$$

1-3 计算图 1-24 所示电路中的电流 I_1 和 I_2 。

解: 对原图进行等效变换, 变换为图 1-25(a), 再变换为图 1-25(b), 按串联电阻的分压关系 (分压公式) 求得

$$U_{ab} = 36 \times \frac{5}{4 + 5} = 20\text{V}$$

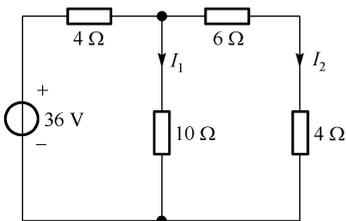


图 1-24 【习题 1-3】电路

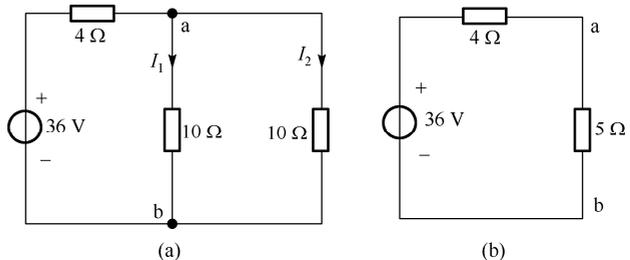


图 1-25 【习题 1-3】解图

回到图 1-25(a), 得

$$I_1 = \frac{U_{ab}}{10} = \frac{20}{10} = 2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{6+4} = \frac{20}{6+4} = 2\text{A}$$

1-4 计算图 1-26 所示电路中的电压 U_1 与 U_2 。

解法 1: 图中 6Ω 电阻与 3Ω 电阻并联等效电阻为 2Ω 。将电路等效变换为图 1-27(a) 的形式, 再等效变换成图 1-27(b) 的形式。按并联电阻的分流关系 (分流公式) 求得 18Ω 电阻的电流 I_1 , 继而再求得 U_1 。

$$I_1 = 8 \times \frac{6}{18+6} = 2\text{A}$$

$$U_1 = 18I_1 = 18 \times 2 = 36\text{V}$$

再由图 1-27(a) 求 U_2 , 利用串联电阻的分压关系 (分压公式) 得

$$U_2 = \frac{2}{2+4} U_1 = \frac{1}{3} \times 36 = 12\text{V}$$

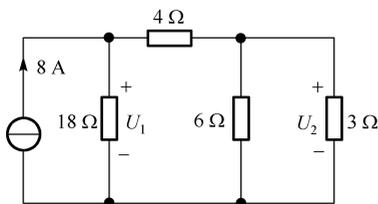


图 1-26 【习题 1-4】电路

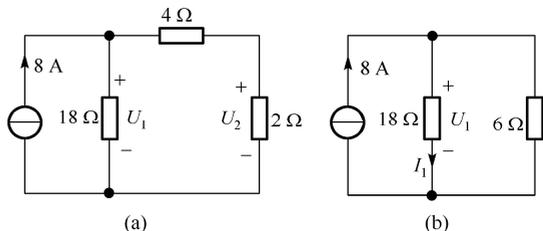


图 1-27 【习题 1-4】解图 1

解法 2: 将电路等效变换为图 1-28 的形式。这里将 8A 电流源与 18Ω 电阻的并联变换为 144V 电压源与 18Ω 电阻的串联, 将 6Ω 电阻与 3Ω 电阻的并联变换为 2Ω 电阻。注意: 图 1-28 中 18Ω 电阻两端的电压不是对应图 1-26 中 18Ω 电阻两端的电压。由图 1-28 利用串联电阻的分压公式得

$$U_1 = 144 \times \frac{4+2}{18+4+2} = 36\text{V}$$

$$U_2 = 144 \times \frac{2}{18+4+2} = 12\text{V}$$

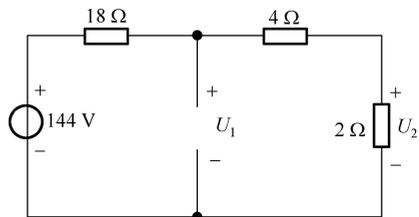


图 1-28 【习题 1-4】解图 2

解法 3: 利用节点电位法。将 U_1 和 U_2 作为节点电位, 由图 1-26 列出方程

$$\begin{cases} \frac{U_1}{18} + \frac{U_1 - U_2}{4} - 8 = 0 \\ \frac{U_2 - U_1}{4} + \frac{U_2}{6} + \frac{U_2}{3} = 0 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{4}\right)U_1 - \frac{1}{4}U_2 = 8 \\ -\frac{1}{4}U_1 + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)U_2 = 0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} U_1 = 36\text{V} \\ U_2 = 12\text{V} \end{cases}$$

1-5 试计算图 1-29 所示各电路中的 U 或 I 。

解：图 1-29(a)中

$$I = \frac{10}{2} = 5\text{A}$$

图 1-29(b)中

$$U = 3 \times 3 = 9\text{V}$$

图 1-29(c)中

$$I = \frac{8}{4} = 2\text{A}$$

图 1-29(d)中

$$U = 10 \times 5 = 50\text{V}$$

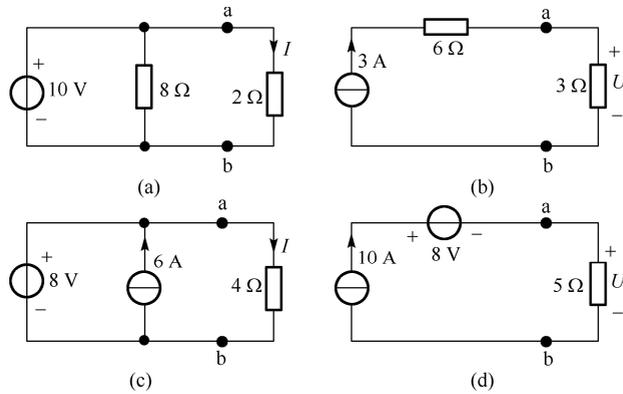


图 1-29 【习题 1-5】电路

1-6 试求图 1-30 所示电路中电阻 R 的值，并验证各元件所吸收的电功率的代数和为零。

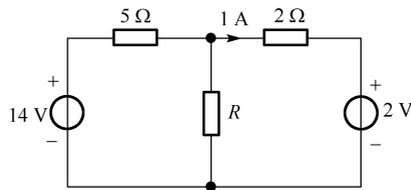


图 1-30 【习题 1-6】电路

解：选定各电压与电流的参考方向如图 1-31 所示。

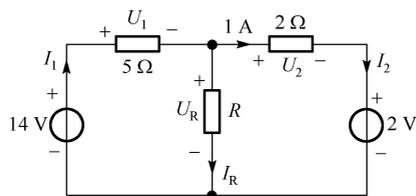


图 1-31 【习题 1-6】解图

$$U_R = U_2 + 2 = 2I_2 + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4V$$

$$I_1 = \frac{U_1}{5} = \frac{14 - U_R}{5} = \frac{14 - 4}{5} = 2A$$

$$I_R = I_1 - I_2 = 2 - 1 = 1A$$

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{4}{1} = 4\Omega$$

元件或支路电压与电流为关联参考方向时，其乘积 $P = UI$ 表示吸收的电功率；为非关联参考方向时，为了计算吸收的电功率，应将电压与电流的乘积加负号。用 P_{S1} 、 P_{S2} 、 P_1 、 P_2 和 P_R 分别表示 14V 电压源、2V 电压源、5Ω 电阻、2Ω 电阻和电阻 R 吸收的电功率，则

$$P_{S1} = -14I_1 = -14 \times 2 = -28W$$

$$P_{S2} = 2I_2 = 2 \times 1 = 2W$$

$$P_1 = U_1 I_1 = (5 \times 2) \times 2 = 20W$$

$$P_2 = U_2 I_2 = (2 \times 1) \times 1 = 2W$$

$$P_R = U_R I_R = 4 \times 1 = 4W$$

14V 电压源吸收电功率为 -28W，表明其实际上是发出电功率 28W。各元件吸收的电功率的代数和为

$$P_{S1} + P_{S2} + P_1 + P_2 + P_R = -28 + 2 + 20 + 2 + 4 = 0W$$

1-7 计算图 1-32 所示电路中的 U_3 和 I_2 ；验证各元件所发出的电功率代数和为零。

解：由节点电流之和等于零，得

$$I_2 = 5 + 2 = 7A$$

由回路电压之和等于零，得

$$U_3 = -15 + 10 = -5V$$

元件或支路两端的电压与电流取非关联参考方向时， $P = UI$ 为元件所发出的电功率。如果电压与电流为关联参考方向，为了计算发出的电功率，应将电压与电流的乘积加负号。

2Ω 电阻发出的电功率

$$P_1 = -(5 \times 2) \times 5 = -50W$$

15V 电压源发出的电功率

$$P_2 = 15 \times 2 = 30W$$

5A 电流源发出的电功率

$$P_3 = (5 \times 2 + 10) \times 5 = 100W$$

10V 电压源发出的电功率

$$P_4 = -10 \times 7 = -70W$$

2A 电流源发出的电功率

$$P_5 = (-5) \times 2 = -10W$$

各元件发出的电功率之和

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = -50 + 30 + 100 - 70 - 10 = 0W$$

1-8 试求图 1-33 所示电路中的 I 、 R 和 U_s 。

解：选择各支路电流与电压的参考方向如图 1-34 所示。

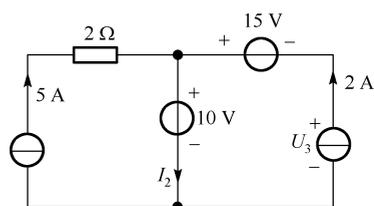


图 1-32 【习题 1-7】电路

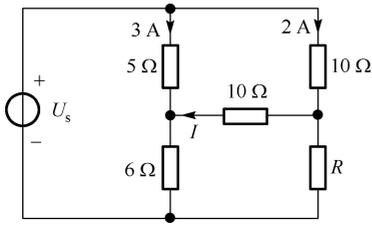


图 1-33 【习题 1-8】电路

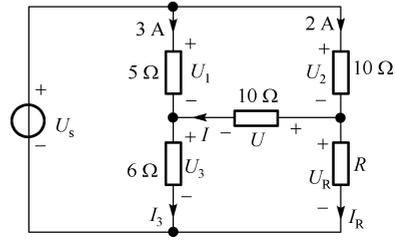


图 1-34 【习题 1-8】解图

(1) 求 I

$$U = -U_2 + U_1 = -10 \times 2 + 5 \times 3 = -5\text{V}$$

$$I = \frac{U}{10} = \frac{-5}{10} = -0.5\text{A}$$

(2) 求 U_s

$$I_3 = 3 + I = 3 + (-0.5) = 2.5\text{A}$$

$$U_3 = 6I_3 = 6 \times 2.5 = 15\text{V}$$

$$U_s = U_1 + U_3 = 5 \times 3 + 15 = 30\text{V}$$

(3) 求 R

$$U_R = U_s - U_2 = 30 - 10 \times 2 = 10\text{V}$$

$$I_R = 2 - I = 2 - (-0.5) = 2.5\text{A}$$

$$R = \frac{U_R}{I_R} = \frac{10}{2.5} = 4\Omega$$

1-9 试计算图 1-35 所示电路中的电位 V_1 , V_2 , V_3 。

解:

$$V_1 = 10\text{V}$$

$$V_3 = 2.5 \times 1 = 2.5\text{V}$$

$$V_2 = 5 + V_3 = 5 + 2.5 = 7.5\text{V}$$

1-10 试求图 1-36 所示电路中的电流 I 。

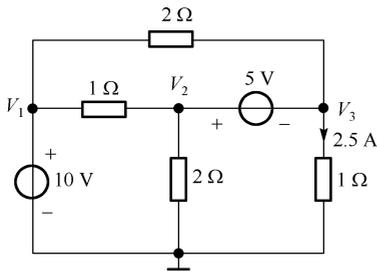


图 1-35 【习题 1-9】电路

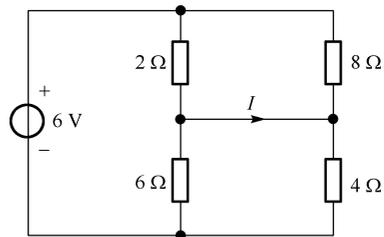


图 1-36 【习题 1-10】电路

解法 1: 将电路等效变换为图 1-37(a)的形式

$$R_1 = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1.6\Omega$$

$$R_2 = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4\Omega$$

$$I_1 = \frac{6}{R_1 + R_2} = \frac{6}{1.6 + 2.4} = 1.5\text{A}$$

由图 1-37(b)利用并联电阻的分流公式可得

$$I_2 = \frac{8}{2+8} I_1 = \frac{8}{2+8} \times 1.5 = 1.2\text{A}$$

$$I_3 = \frac{4}{6+4} I_1 = \frac{4}{6+4} \times 1.5 = 0.6\text{A}$$

$$I = I_2 - I_3 = 1.2 - 0.6 = 0.6\text{A}$$

解法 2: 按图 1-37(b)中虚线设广义节点, 设其电位为 V , 由 4 个电流代数和为零得

$$\frac{V-6}{2} + \frac{V}{6} + \frac{V-6}{8} + \frac{V}{4} = 0$$

解得

$$V = 3.6\text{V}$$

图 1-37 中

$$I = I_2 - I_3 = \frac{6-V}{2} - \frac{V}{6} = \frac{6-3.6}{2} - \frac{3.6}{6} = 0.6\text{A}$$

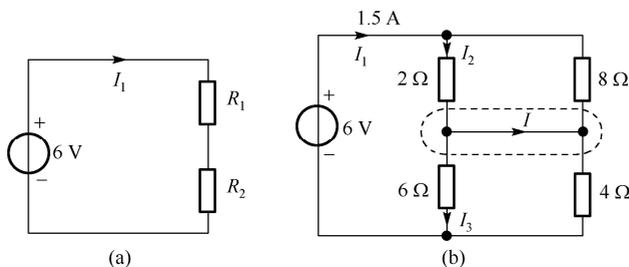


图 1-37 【习题 1-10】解图 1

解法 3: 应用戴维南等效电路求解。将电流 I 处断开, 如图 1-38(a)所示。由串联电阻的分压公式得到开路电压

$$U_{oc} = U_{ab} = U_{ac} - U_{bc} = 6 \times \frac{6}{6+2} - 6 \times \frac{4}{8+4} = 2.5\text{V}$$

由图 1-38(b)求得等效电阻

$$R_{ab} = \frac{2 \times 6}{2+6} + \frac{8 \times 4}{8+4} = \frac{25}{6} \Omega$$

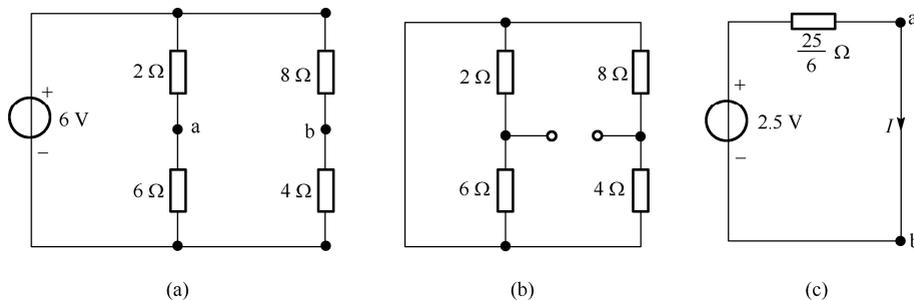


图 1-38 【习题 1-10】解图 2

于是求得图 1-38(a)的戴维南等效电路, 其短路电流即为所求的电流 I , 如图 1-38(c)所示。

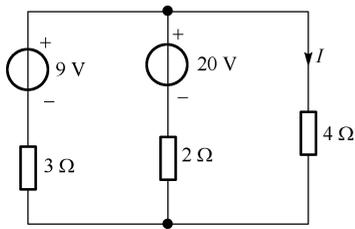


图 1-39 【习题 1-11】电路

$$I = I_{sc} = \frac{U_{oc}}{R_{ab}} = \frac{2.5}{\frac{25}{6}} = 0.6A$$

1-11 试用电源等效变换方法计算图 1-39 所示电路中的电流 I 。

解：将原电路依次等效变换为图 1-40(a)、(b)、(c)，得

$$I = \frac{15.6}{1.2 + 4} = 3A$$

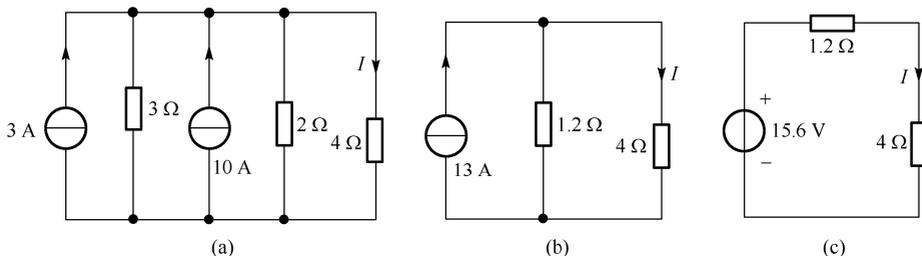


图 1-40 【习题 1-11】解图

1-12 电路如图 1-41 所示,用电源等效变换的方法计算图 1-41(a)中的电压 U 及图 1-41(b)中的电流 I 。

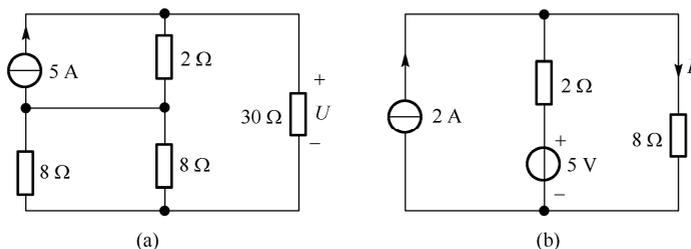


图 1-41 【习题 1-12】电路

解：图 1-41(a)中电压 U 求解步骤如下。

第 1 步，将“2 个 8Ω 电阻的并联”等效为“1 个 4Ω 的电阻”，如图 1-42(a)所示。

第 2 步，将“ $5A$ 电流源与 2Ω 电阻的并联”变换为“ $10V$ 电压源与 2Ω 电阻的串联”，如图 1-42(b)所示。

第 3 步，将“ 2Ω 电阻与 4Ω 电阻的串联”等效变换为 1 个 6Ω 电阻，如图 1-42(c)所示，利用串联电阻的分压公式得到

$$U = 10 \times \frac{30}{30 + 6} = 8.33V$$

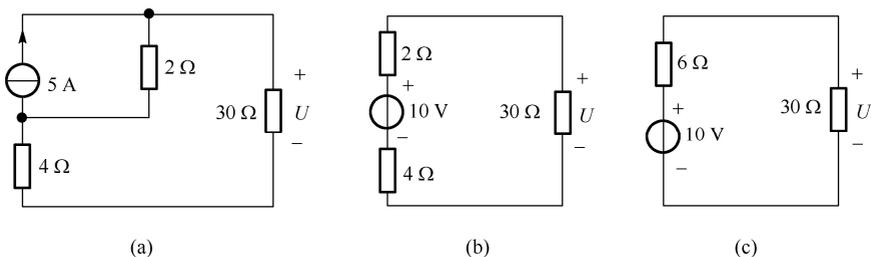


图 1-42 【习题 1-12】解图 1