

第2章 电气测试技术基础

测量可以帮助人们发现事物发展的一般规律，在有关理论的指导下，利用仪器和设备尽量准确地获取被测参数的真实值。所谓电气测量，就是将被测的电量、磁量或电参数与同类标准量进行比较，从而确定出被测量大小的过程。因不同测量方法引起的测量误差大小各不相同，在电气测量中，除了根据测量对象正确选择和使用仪器仪表外，还必须采取合理的测量方法，掌握正确的操作技能，以便尽可能地减小测量误差。

2.1 电气测量基本概念

1. 电气测量的含义

测量是人类对自然界客观事物取得数量概念的一种认识过程。在这一过程中，人们借助专门的设备，并通过实验的方法，将被测量与已知的标准量进行比较，以测量单位表示被测量的大小。

电气测量是根据电磁现象的基本规律，用电工仪器、仪表对各种电磁量、电路参数、电信号特性等进行测量。随着自动化程度的不断提高，许多非电量也可通过相应的转换装置变成电磁量以便进行测量，所以电气测量的应用越来越广泛。

2. 电气测量的内容

- (1) 基本电磁量的测量，如电流、电压、功率、电能和磁通量。
- (2) 电路参数的测量，如电阻、电感、电容、阻抗、品质因数、损耗因数。
- (3) 电信号特性的测量，如测量信号的波形、频率及相位等。
- (4) 非电量参数，如绝缘油的气体成分、负荷原件温度、环境温/湿度等。

3. 电气测量的过程

1) 准备阶段

首先要明确被测对象的性质及测量目的，然后选定测量方式、测量方法及相应的测量仪器、仪表。

2) 测量阶段

建立测量仪器、仪表所必需的测量条件，慎重地进行操作，认真记录测量数据。

3) 数据处理阶段

根据记录的数据，考虑测量条件的实际情况，进行数据处理，以求得测量结果和测量误差。

总之，一个完整的测量过程通常必须具有3部分：被测对象、测量方法和测量设备。

2.2 电气测试常用电工仪表

2.2.1 电工仪表分类

1. 指示仪表

指示仪表的特点是能将测量转换为仪表可动部分的机械偏转角，并通过指示器直接指示出被测量的大小，故又称直读式仪表。

按工作原理分类,指示仪表主要有磁电系仪表(C)、电磁系仪表(T)、电动系仪表(D)及感应系仪表(G);按使用方法分类,指示仪表有安装式、便携式两种。安装式仪表是固定安装在开关板或电气设备面板上的仪表,又称面板式仪表;按被测量的名称分类,指示仪表有电流表、电压表、功率表、电能表、频率表、转速表等;按准确度等级分类,指示仪表共有0.1、0.2、0.5、1.0、1.5、2.5、5.0七级;按所处环境温度分类,指示仪表有A、B、C三组类型。A组仪表适用于环境温度 $0\sim 40^{\circ}\text{C}$;B组仪表适用于 $-20\sim 50^{\circ}\text{C}$;C组仪表适用于 $-40\sim 60^{\circ}\text{C}$;按被测电流种类分类,指示仪表有交流仪表、直流仪表、交直流两用仪表。

2. 比较仪表

比较仪表是一种通过被测量与同类标准量进行比较,再确定被测量大小的仪表,其分为直流比较仪表和交流比较仪表两大类,如直流单臂电桥、直流双臂电桥、数字电桥、指零仪等。常用的测量单位及其符号如表2-1所示。

表2-1 常用的测量单位及其符号

名称	符号	名称	符号	名称	符号
千安	kA	瓦特	W	毫欧	m Ω
安培	A	兆乏	Mvar	微欧	$\mu\Omega$
毫安	mA	千乏	kvar	相位角	($^{\circ}$)
微安	μA	乏	var	功率因数	—
千伏	kV	兆赫	MHz	无功功率因数	—
伏特	V	千赫	kHz	微法	μF
毫伏	mV	赫兹	Hz	皮法	pF
微伏	μV	兆欧	M Ω	亨	H
兆瓦	MW	千欧	k Ω	毫亨	mH
千瓦	kW	欧姆	Ω	微亨	μH

3. 数字式仪表

数字式仪表是一种采用数字测量技术,以数码的形式直接显示出被测量大小的仪表。数字式仪表的种类很多,常用的有数字式电压表、数字式万用表、数字式频率表等。

2.2.2 电工仪表基本功能

测量仪表(测试系统、传感器等)是实现测量的技术手段,虽然其结构类型不同,但在实现测量任务时所具备的基本功能却是一致的。一般来说,测量仪表都具有变换、选择、标准量保存、运算比较、显示及通信6种功能。

1. 变换功能

变换是指把被测量按一定的规律转变成便于传输或处理的另一种物理量的过程。测量的关键在于被测量和标准量的比较。被测量能直接与标准量比较的场合不多,通常将被测量和标准量预先变换成两者都便于检测和比较的某个中间量 w ,再进行比较。例如,用水银温度计测量室温时,室温(被测量)被变换成玻璃管内水银柱的热膨胀位移,而温度的标准量是玻璃管上的刻度。将被测量和标准量都变换成同性质的线位移量后进行比较。可见,通过变换才能实现测量,或使测量更为方便。因而,测量仪表的变换功能是整个测量技术的核心。

变换元件的功能图如图2-1所示,设被测量为 x ,经变换后输出

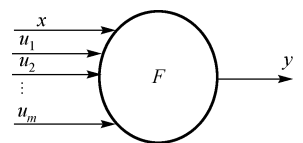


图2-1 变换元件的功能图

量为 y ，它们之间的函数关系为

$$y = F(x) \quad (2-1)$$

显然，最简单、最理想的变换规律是输出量 y 与被测量 x 呈线性关系，即 $y = kx$ ，但这只是理想情况，线性变换是变换的一种特殊形式。

2. 选择功能

在实际的测量系统中，除了被测量 x 外，还有许多其他影响量 u_1, u_2, \dots, u_m 等以不同方式和程度影响输出量 y ，如图 2-1 所示。实际上，测量仪表的输出量与输入量之间的关系是多变量函数关系，即

$$y = F(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \quad (2-2)$$

测量仪表除了特定的输出与输入的关系外，不希望 u_1, u_2, \dots, u_m 等影响量对 y 起作用。因此，仪表应具有选择有用信号、抑制其他一切无用信号的功能。

3. 标准量保存功能

任何一个测量仪表都保存有标准量（或标准中间量），以便直接或间接地与被测量比较。在模拟仪表中，标准量一般以仪表的刻度（盘）形式予以保存；而数字仪表中，一般以特定的脉冲或标准时间段作为标准量保存下来。

显然，测量仪表所保存的标准量精度的高低，将直接影响该仪表的精度。

4. 运算比较功能

一般经变换后的被测量，能直接或间接地与测量仪表所保存的标准量进行比较。在模拟仪表中，比较过程由测量者对刻度（盘）的读数来完成；而数字仪表中，将被测的模拟量转换成数字量（A/D 转换），最终由显示器来显示被测量的数值。

目前，大多数测量仪表都包含有极强的运算功能，如备有微处理器的传感器。

5. 显示功能

测量的最终目的就是测量结果用便于人眼观察的形式表示出来。因此，显示功能是人机联系的一种基本功能。它将测量结果以指针的转角、记录的位移、数字及符号、文字或图像显示出来。测量仪表有模拟显示和数字显示两种显示方式。

6. 通信功能

随着电工仪表的智能化发展，通信功能成为了电工仪表的一项重要功能。由于测量环境的复杂性，根据仪表实际运行的环境，设计出适用的通信功能，用于传输测量数据。目前，电工仪表常用的有 RS-485、GPRS、3G、Wi-Fi、红外及蓝牙等通信方式。

2.2.3 电工仪表基本性能

评价仪表的品质指标是多方面的，但作为仪表的基本性能，主要是衡量仪表测量能力的指标，如精确度、稳定性、测量范围、输入-输出特性等。

1. 上/下切换值、切换中值及切换差

上切换值：在输入变量由小增大时，使输出信号状态改变的输入信号值。

下切换值：在输入变量由大减小时，使输出信号状态改变的输入信号值。

切换中值：上切换值和下切换值的中值。

切换差（差隙）：上切换值和下切换值之间的代数差。

切换中值是位式作用仪表所在系统的控制目标值。切换差越小，意味着仪表越灵敏。但在输入变量经常变动时，输出信号改变过分频繁也未必有利，应视具体情况选择切换差的大小。引起切换差的原因主要有传动机构的间隙、运动部件间的摩擦和磁性元件间的磁滞现象。

2. 测量范围、测量上下限和量程

测量范围是指测量仪表按规定的精确度进行变换的被测量范围，其最低值和最高值分别称为测量下限和测量上限，简称为下限和上限。

测量范围表示法：下限值至上限值，如 $0\sim 100^{\circ}\text{C}$ 。

量程：测量上限值和下限值的代数差。

3. 精确度和相对百分误差

测量值与真值接近的程度称为精度（精确度）。

仪表的精度通常用相对百分误差（又称引用相对误差） γ_0 来衡量，其中， Δx_i 表示绝对误差，由被测量 x_i 与真值 x_0 的差值决定

$$\gamma_0 = \frac{|\Delta x_i|}{x_0} \times 100\% = \frac{|x_i - x_0|}{x_0} \times 100\% \quad (2-3)$$

精度等级是指仪表在规定的工作条件下允许的最大相对百分误差。代表精度等级的数字越小，仪表的精度越高。

4. 稳定性

仪表指示值稳定性的指标有两个：一是时间上的稳定性，以稳定度表示；二是仪表外部环境和工作条件变化所引起的示值不稳定，以各种影响系数来表示。

1) 稳定度 η

仪表的稳定度是由仪表内部的随机变动因素引起的。例如，仪表内部的某些因素因周期性变动、漂移或机械部分的摩擦力变化等引起仪表的示值变化。通常它以精密度的数值和时间长短一起表示。例如，电压波动在 8h 内引起示值变化为 1.3mV，则可写成稳定度 $\eta = 1.3\text{mV}/8\text{h}$ 。

2) 环境影响

使用仪表时的周围环境，如室温、大气压、振动等外部状态变化引起仪表示值的变化，以及电源电压、波形、频率等工作条件变化引起仪表示值变化，统称为环境影响，用影响系数表示。

5. 灵敏度和灵敏限

灵敏度是表征测量仪表对被测量变化的灵敏程度，是指仪表在稳态条件下输出变化与输入变化的比值，用 S 表示。

$$S = \Delta\alpha / \Delta X \quad (2-4)$$

式中， $\Delta\alpha$ 为仪表输出示值的变化量； ΔX 为被测参数的变化量。

S 是仪表静态特性曲线上的各点斜率，若输入-输出特性为线性特性，则 S 为常数，否则为变量。 S 是有量纲的。

灵敏限是引起仪表示值可见变化的被测参数的最小变化量。灵敏限又称分辨率，它表示测量仪表响应或分辨输入量微小变化的能力。一般来说，仪表的灵敏限应不大于仪表允许绝对误差的一半。允许绝对误差为量程与精度等级乘积的相对百分误差。

6. 死区

死区是指当测量仪表输入量发生变化时，不会引起输出量可察觉变化的有限区间。在这个区间内，

仪表的灵敏度为零。引起死区的原因主要有电路的偏置不当、机械传动中的摩擦和间隙等。死区又称不灵敏区，由于不灵敏区的存在，导致被测参数的有限变化不易被检测到。但是有时却故意要将仪表的死区适当调大，以防止仪表的输出随输入量变化过大或过快。

2.3 电气测量方法

测试方法的正确与否十分重要，对于同一个物理量，采用不同的测量方法会关系到测量结果的有效性。测量要根据测量任务提出的精度要求和其他技术指标，认真进行分析和研究，找出切实可行的测量方法，选择合适的测量仪表、仪器或装置进行测量。

1. 根据测量方法分类

1) 直接测量

直接测量是指直接从实测数据中取得测量结果，被测量可以直接由指示仪表上获得，也可以用量具直接与被测量比较而得到，不需要通过任何函数关系进行辅助计算。

直接测量的优点是测量过程简单、迅速，应用比较广泛。

2) 间接测量

间接测量是先测量一些与被测量有函数关系的量，再通过计算得到测量结果。

间接测量方法测量手续繁多，花费时间较长，有下列情况之一者，才进行间接测量。

(1) 直接测量很不方便。

(2) 直接测量误差大。

(3) 缺乏直接测量仪器。

(4) 手头上有多参数综合测试仪，测量手续可以简化等。

3) 组合测量

在测量中，各个未知量以不同的形式组合。通过直接测量和间接测量获得数据，然后求解一组联合方程而求得被测量的数值，称为组合测量。

组合测量比前两种测量方法复杂，较花费时间，但容易达到较高的精度，通常在实验室的精密测量中使用。

2. 根据测量方式分类

1) 直读测量法

在仪器仪表的显示器上直接读出测量结果的测量方法，称为直读测量法。用直读法进行测量，过程简单，操作容易，但准确度不高。

2) 比较测量法

在测量过程中，将被测量与标准量直接进行比较而获得测量结果的测量方法称为比较测量法。在此方法中，度量器直接参与作用，可以得到较高的测量准确度，但操作比较麻烦，并且相应的仪器和设备比较昂贵，实验条件要求也较严格。

在比较测量法中，根据被测量与标准量进行比较的特点，又可分为零位测量法、微差测量法和替代测量法。

(1) 零位测量法

被测量和已知量相比较时，使检测仪器指示器指零的测量方法，称为零位测量法，也称平衡法。

(2) 微差测量法

将被测量与同它的盘值只有微小差别的已知量相比较, 测量出这两个量的差值, 从而得出被测量值的测量方法, 称为微差测量法。

(3) 替代测量法

将选定的且已知其值的量(标准量)替代被测量, 使两者在指示装置上效应相同的测量方法, 称为替代测量法。这种方法由于测量仪器状态不改变, 所以内部特性和外界条件对前后两次测量的影响是相同的。测量结果与仪器本身的准确度无关, 只取决于替代的已知量。

2.4 测量误差分析与处理

测量总是存在着误差, 测量中存在误差是绝对的, 而测量误差的大小则是相对的。对于不同的测量, 其测量误差的大小是各不相同的。若测量误差太大, 其测量工作和测量结果不但毫无意义, 甚至会给工作带来极大的危害。随着科学技术的发展和生产水平的提高, 对减小测量误差提出了越来越高的要求。因此, 测量误差的大小是衡量测试技术水平的重要标志, 也是衡量科学技术水平的重要标志。

2.4.1 误差的研究目的

研究测量误差的目的是: 要在认识和掌握误差规律的基础上, 设计、制造和使用测量仪表, 并指导测试工作。要解决一项测量任务, 必须分析被测对象和被测量的特性, 选用适当的仪表和设备, 采用一定的测量方法, 组成合理的测量系统, 然后对测量结果进行数据处理和恰当的评价。所有这些都离不开误差理论的指导。

2.4.2 误差的概念

每一个物理量都是客观存在的, 在一定的条件下具有不以人的意志为转移的客观大小, 人们将它称为该物理量的真值。测量则是想要获得待测量的真值, 然而测量要依据一定的理论或方法, 使用一定的仪器, 在一定的环境中, 由具体的人进行。由于实验理论上存在着近似性, 方法上难以完善, 实验仪器灵敏度和分辨能力有局限性, 周围环境不稳定等因素的影响, 待测量的真值不可能测得, 测量结果和被测量真值之间总会存在一些偏差, 这种偏差就称为测量值的误差。

2.4.3 误差的表示方法

测量误差按表示方法分, 可分为绝对误差和相对误差。

1. 绝对误差

测量值 x 与其真值 A_0 之差, 称为绝对误差, 即

$$\Delta x = x - A_0 \quad (2-5)$$

由式(2-5)可知, Δx 是可正可负和有量纲的数值, 其大小和符号分别表示测量值偏离真值的程度和方向。

【例 2-1】 一个被测电压 U 的真值为 100V, 用一只电压表测量, 其指示值 $U = 101V$, 则其绝对误差为

$$\Delta U = U_x - U_0 = (101 - 100)V = 1V$$

此为 正误差, 表示其示值比被测量真值大 1V。

在计量学上,被测量的真值是得不到的。因此,只能用被测量的实际值或约定真值 A 代替被测量的真值 A_0 。因此绝对误差通常改写为

$$\Delta x = x - A \quad (2-6)$$

与绝对误差的数值相等但符号相反的测量值称为修正值,用 C 表示,即

$$C = -\Delta x = A - x \quad (2-7)$$

修正值 C 是通过校准,由上一级标准以表格、曲线、公式或数字等形式给出的。因此,测量时,利用修正值和仪表的示值相加,可算出被测量的实际值 A 。

2. 相对误差

测量的绝对误差与其真值的比值,称为相对百分误差,用 γ_0 表示,即

$$\gamma_0 = \frac{\Delta x}{A_0} \times 100\% \quad (2-8)$$

由于真值一般情况下无法得到,所以用绝对误差与实际值的比值表示相对误差,用 γ_A 表示,而

$$\gamma_A = \frac{\Delta x}{A} \times 100\% \quad (2-9)$$

相对误差便于对不同的测量结果和测量误差进行比较。

(1) 相对误差没有单位,因为它是同量纲值的比。

(2) 相对误差能反映出测量的准确程度,是误差中最常用的一种表示方法。

例如,用两个电压表测量两个大小不同的电压,一个在测量 5V 电压时,示值为 5.2V,绝对误差为 0.2V;另一个在测量 100V 电压时,示值为 101V,绝对误差为 1V。从绝对误差看,后者误差较大。但从两者的相对误差来看,前者的相对误差为 4%,而后者的相对误差为 1%,可见前者测量的准确度要低些。在工程上,一般用相对误差来估计测量结果的准确值。

2.4.4 误差的来源

测量误差按误差的来源不同,可分为仪器误差、影响误差、方法误差和人为误差。测量工作是在一定条件下进行的,外界环境、观测者的技术水平和仪器本身构造的不完善等因素都可能导致测量误差的产生。通常把测量仪器、观测者的技术水平和外界环境 3 个方面综合起来称为观测条件。观测条件不理想和不断变化是产生测量误差的根本原因。

1. 仪器仪表误差

仪器仪表本身及其附件所引入的误差称为仪器仪表误差。例如,仪器仪表本身的电气或机械性能不完善,仪器仪表的零点偏移,刻度不准确及非线性,仪器仪表内部的标准量,如标准电池、标准电阻、标准电容和标准电感等性能不稳定等,以及示波器的探极线等都会含有误差,均属于仪器仪表误差。

2. 影响误差

由于各种环境因素与仪器仪表所要求的使用条件不一致所造成的误差称为影响误差。例如,温度、湿度、大气压、电源电压、频率、电磁场等的影响造成的误差均属此类误差。

3. 方法误差和理论误差

由于测量方法不合理造成的误差称为方法误差。例如,用普通万用表测量高内阻回路的电压,由

于万用表的输入电阻较低引起的误差。要减小该项误差必须选择合适的测量方法。

理论误差是用近似的公式或近似值计算测量结果而引起的误差。

4. 人为误差

由于测量者的分辨能力、视觉疲劳、固有习惯或缺乏责任心等因素引起的误差称为人为误差。例如，读错刻度、操作不当、计算错误等均属人为误差。总之，人为误差是由于人为因素造成的，减小人为误差必须加强责任心。

在测量工作中，对于误差的来源必须认真分析，采取相应措施，以减小误差对测量结果的影响。

2.4.5 误差的性质

根据误差的性质，测量误差主要分为系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

在相同的观测条件下，对某量进行多次测量，如果误差出现的大小和符号均相同或按一定的规律变化，这种误差称为系统误差。

1) 产生系统误差的原因

- (1) 测量仪器设计原理及制作上的缺陷。
- (2) 测量时的实际温度、湿度及电源电压等环境条件与仪器要求条件不一致。
- (3) 采用近似的测量方法或近似的计算公式等。
- (4) 测量人员估计读数时习惯偏于某一方向或有滞后倾向等原因所引起的误差。

2) 减小方法

系统误差是有规律性的误差。它总可以归结为一个或几个因素。这些因素经过仔细分析和研究是可以掌握的，所以在测量结果中引入修正值后，系统误差是可以减小或消除的。

系统误差的特点是测量条件一经确定，误差为一确定的数值。用多次测量取平均值的方法，并不能改变误差的大小。系统误差的产生原因是多方面的，但总有规律可循。针对其产生根源采取一定的技术措施，设法减小它的影响。

2. 随机误差

在相同条件下，多次重复测量同一被测量，其误差的大小和符号均是无规律变化的误差，称为随机误差。

1) 产生的原因

- (1) 测量仪器中零部件配合得不稳定或有摩擦、仪器内部器件产生噪声等。
- (2) 温度及电源电压的频繁波动、电磁场干扰、地面震动等。
- (3) 测量人员感觉器官的无规则变化，使读数不稳定等。
- (4) 由外界环境的偶发性变化引起随机误差。

2) 减小方法

通常采用多次重复测量，取算术平均值的方法来削弱随机误差对测量结果的影响，故可以用数理统计的方法来处理。因为随机误差就一次测量而言，随机误差没有规律，不可预测。但当测量次数足够多时，其总体服从统计规律，大多数随机误差服从正态分布。服从正态分布规律的随机误差具有单峰性、有界性、对称性、抵偿性的特点。

由于服从正态分布的随机误差具有上述特点，故可以用数理统计的方法对随机误差进行估算，从而估计随机误差对测量结果的影响程度。

随机误差表征了测量结果的精密度，随机误差小，精密度高；反之，精密度低。

3. 粗大误差

在一定的测量条件下，超出规定条件下预期的误差称为粗大误差。一般给定一个显著的水平，按一定条件分布确定一个临界值，凡是超出临界范围的值，就是粗大误差，又称寄生误差。

产生粗大误差的主要原因如下。

(1) 客观原因：电压突变、机械冲击、外界震动、电磁（静电）干扰、仪器故障等引起测试仪器的测量值异常或被测物品的位置相对移动，从而产生了粗大误差。

(2) 主观原因：使用了有缺陷的量具；操作时疏忽大意；读数、记录、计算的错误等。另外，环境条件的反常突变因素也是产生这些误差的原因。

粗大误差不具有抵偿性，它存在于一切科学实验中，不能被彻底消除，只能在一定程度上减弱。它是异常值，严重歪曲了实际情况，所以在处理数据时应将其剔除，否则将对标准差、平均差产生严重的影响。凡是确认含有粗大误差的测量结果称为坏值。在测量数据处理时，所有坏值都必须删除。

2.4.6 疏失误差及其判断准则

1. 测量结果的置信问题

由于随机误差的影响，测量值偏离数学期望的多少和方向是随机的。但是随机误差的绝对值是不会超过一定的界限的，这个界限由以下方式界定。

1) 置信概率与置信区间

设 $t = \frac{\delta}{\sigma}$ ，得出在 $\pm\delta$ 范围内随机误差的概率

$$P(\pm\delta) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right) = 2\phi(t) \quad (2-10)$$

式中， $\phi(t)$ 为概率积分，与 t 的关系如表 2-2 所示。

可以得出超出 $|\delta|$ 的概率为

$$\alpha = 1 - 2\phi(t) \quad (2-11)$$

由表 2-2 查出对应不同 t 的 $\phi(t)$ 的值，根据式 (2-11) 可以算出 α ，如表 2-3 所示。 $P(\pm\delta)$ 与 α 的关系如图 2-2 所示。

表 2-2 $\phi(t)$ 与 t 的关系

t	$\phi(t)$	t	$\phi(t)$	t	$\phi(t)$
0.50	0.196 1	1.50	0.433 2	2.50	0.493 8
0.60	0.225 7	1.60	0.445 2	2.60	0.495 3
0.70	0.258 0	1.70	0.455 4	2.70	0.496 5
0.80	0.228 1	1.80	0.464 1	2.80	0.497 4
0.90	0.315 9	1.90	0.471 3	2.90	0.498 1
1.00	0.341 3	2.00	0.477 2	3.00	0.498 65
1.10	0.364 3	2.10	0.482 1	3.20	0.499 31
1.20	0.384 9	2.20	0.486 1	3.40	0.499 66
1.30	0.403 2	2.30	0.489 3	3.80	0.499 928
1.40	0.419 2	2.40	0.491 8	4.00	0.499 968

反言之，不出现超出 $|\delta|$ 的概率应为

$$1 - \alpha = 1 - [1 - 2\phi(t)] = 2\phi(t) \quad (2-12)$$

当 $t = 1$ 时: $2\phi(t) = 2 \times 0.3413 = 68.26\%$

当 $t = 2$ 时: $2\phi(t) = 2 \times 0.4772 = 95.44\%$

当 $t = 3$ 时: $2\phi(t) = 2 \times 0.49865 = 99.73\%$

此结果说明，对于正态分布的误差，不超过 2σ 的概率为 95.44%，不超过 3σ 的概率为 99.73%。

表 2-3 α 与 $\phi(t)$ 的关系

t	$ \delta = t\sigma$	$\phi(t)$	$\alpha = 1 - 2\phi(t)$	$n = \frac{1}{\alpha}$
1	1σ	0.3413	0.3174	3
2	2σ	0.4772	0.0456	22
3	3σ	0.49865	0.0027	370

把上述用来描述在进行测量时测量结果的误差处于某一范围内的可靠程度的量，称为置信度或置信概率，一般用百分数表示。

所选择的极限误差范围，称为置信区间。显然，对于同一个测量结果来说，所取置信区间越宽，则置信概率越大，反之越小，如图 2-3 所示。

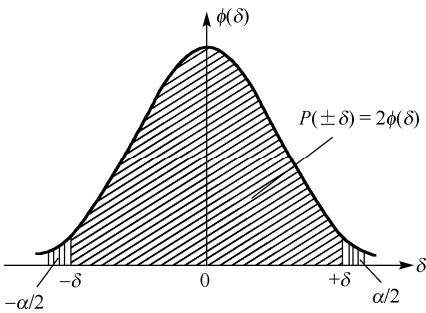


图 2-2 $P(\pm\delta)$ 与 α 的关系

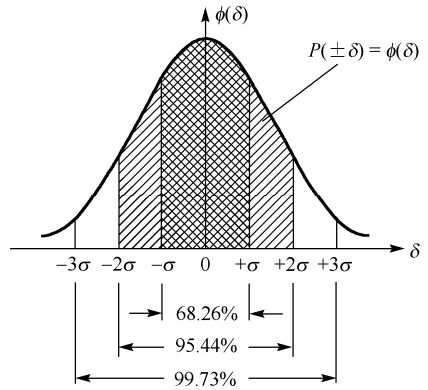


图 2-3 置信概率与置信区间

2) 有限次测量时的置信问题

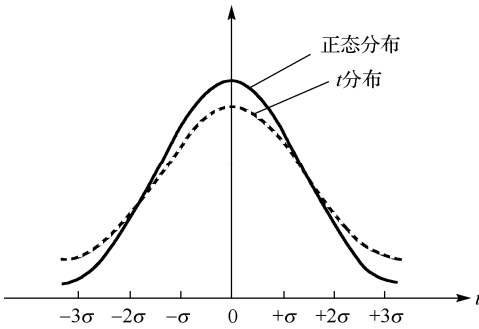
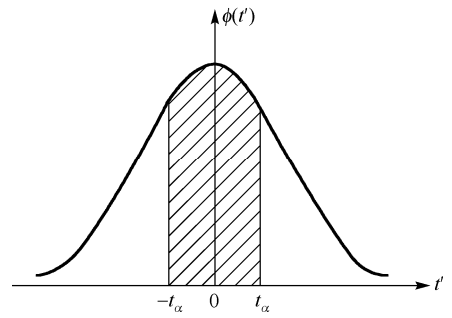
在有限次测量情况下，只能根据贝塞尔公式求出的标准差估计值 $\hat{\sigma}$ 来考虑。

当测量值 x_i 服从正态分布时， $\hat{\sigma}$ 不服从正态分布，而是服从 t 分布。 t 分布的曲线与正态分布的曲线略有不同，如图 2-4 所示。当自由度 $\nu (\nu = n - 1)$ 较大时，如 $\nu > 20$ 以后， t 分布与正态分布曲线基本接近，这时就可以按前述置信区间来考虑，所以取测量次数 n 大于 20 次是最合适的。

用 t 分布求置信区间的方法与正态分布类似，确定置信系数 t_α 。如图 2-5 所示，求得对称区间 $(-t_\alpha < t' < t_\alpha)$ 内期望值处于 \bar{x} 附近 $(\bar{x} - t_\alpha \hat{\sigma}_{\bar{x}}, \bar{x} + t_\alpha \hat{\sigma}_{\bar{x}})$ 内的置信概率为

$$t' = \frac{\bar{x} - E_x}{\hat{\sigma} / \sqrt{n}} \quad (2-13)$$

系数 t_α 可用表 2-4 由已知的置信概率 P 及测量次数 n 查出。置信概率通常取 95% 或 99%，所以表 2-4 中只给出这两种情况。

图 2-4 正态分布与 t 分布图 2-5 在 $\pm t_\alpha$ 区间内的置信概率

由此就可以确定已知置信概率的置信区间，或者由已知概率区间求出置信概率。

表 2-4 置信系数 t_α

t_α / P		P		t_α / P	
		95%	99%		
n				n	
1		12.71	63.66	20	2.09
2		4.30	9.92	22	2.07
3		3.18	5.84	24	2.06
4		2.78	4.60	26	2.06
5		2.57	4.03	28	2.05
6		2.45	3.71	30	2.04
7		2.36	3.50	40	2.02
8		2.31	3.36	50	2.01
9		2.26	3.25	60	2.00
10		2.23	3.17	70	1.99
12		2.18	3.05	80	1.99
14		2.14	2.98	90	1.99
16		2.12	2.92	100	1.98
18		2.10	2.88	∞	1.96

2. 不确定度与坏值的剔除准则

由上述已知，当置信概率为 99.73% 时，在实际测量中，可以认为大于 3σ 的误差其出现的可能性极小，所以通常把等于 3σ 的误差称为极限误差或随机不确定度，用估计值来表示，即

$$\lambda = 3\hat{\sigma} \quad (2-14)$$

这个数值说明测量结果在数学期望附近某一确定范围内的可能性有多大，即由测量值的分散程度来决定，所以用标准差的若干倍来表示。

根据上述理由，在测量数据中，如果出现大于 3σ 的误差，则可以认为该次测量值是坏值，应予剔除。由于 λ 是误差限，因而可以说某个测量数据 x_i 的剩余误差的绝对值为

$$|u_i| > 3\hat{\sigma} \quad (2-15)$$

就可以认为该次测量值 x_i 是坏值，予以剔除。这就是通常采用的拉依达准则（又称 3σ 准则）。

当重复测量次数足够多时，按拉依达准则剔除坏值是客观的。如果测量次数较少，如少于 20 次，其结果就不一定可靠。这时可采用格拉布斯（Grubbs）准则，它是根据数理统计方法推导出来的，其概率意义比较明确。

在等精度测量数据中，若有剩余误差（绝对值）为

$$|u_i| > G\sigma \quad (2-16)$$

的数值，则认为与该相对应的测量数据是坏值，应剔除不用。式（2-16）中， G 为格拉布斯系数，可由表 2-5 查出。

表 2-5 格拉布斯系数 G

G \ P		P		G \ P	
n				n	
3	1.15	1.16	17	2.47	2.78
4	1.46	1.49	18	2.50	2.82
5	1.67	1.75	19	2.53	2.85
6	1.82	1.94	20	2.55	2.88
7	1.94	2.10	21	2.58	2.91
8	2.03	2.22	22	2.60	2.94
9	2.11	2.32	23	2.62	2.96
10	2.18	2.41	24	2.64	2.99
11	2.23	2.48	25	2.65	3.01
12	2.29	2.55	30	2.74	3.10
13	2.33	2.61	35	2.81	3.18
14	2.37	2.66	40	2.87	3.24
15	2.41	2.70	50	2.96	3.34
16	2.44	2.75	100	3.17	3.59

$\lambda_{\bar{x}}$ 表示算术平均值 \bar{x} 与期望值 E_x 之间的偏差。

需要注意的是，剔除异常数据一定要慎重。有时一个异常数据可能反映出一种异常现象（如放大器在某一频率下自激振荡），或者包含一种尚未发现的物理现象，如果轻易剔除，有可能错过发现问题的机会。

2.4.7 测量误差的处理

测量的目的是为了获得被测量的真实值。但是，由于测量方法、测量仪表、测量环境等因素的影响，任何被测量的真实值都无法得到。测量数据的处理是指通过正确认识误差的性质和来源，从原始的测量数据中经过加工、整理求出被测量的最佳估计值，并计算其精确度。

1. 有效数字的取舍规则和运算规则

1) “四舍六入五配偶”原则

如果有有效数字要保留的位数 N 已确定，则第 N 位以后右边多余的数据应舍去，取舍的规则如下。

(1) 若第 N 位数字后面的数字大于 5，则第 N 位的数字加 1。

(2) 若第 N 位数字后面的数字小于 5，则第 N 位数字后面的数据全部舍去。

(3) 若第 N 位数字后面的数字等于 5，则看第 N 位上的数字是偶数还是奇数而定：若第 N 位的数字是偶数，将后面的数据全部舍去；若第 N 位的数字是奇数，则将第 N 位数字加 1 配成偶数。

由此可见，每个数据经取舍后，末位都是欠准数字，末位以前的数字都是准确数字。其舍入误差不会大于末尾单位的一半，这是最大舍入误差，故称该舍入法则为“0.5”误差法则。

2) 有效数字的位数

所谓有效数字的位数,是指在一个数值中,从第一个非零的数算起,到最末一位数为止,都叫有效数字的位数。

可见,数字“0”在一个数值中,可能是有效数字,也可能不是有效数字。

数字尾部的“0”是很重要的,不能多写也不能少写。

3) 有效数字的运算规则

在数据处理中,常需要对一些精度不相等的数进行运算。为了使计算简单准确,可首先将参加运算的各个数,以精度最差的一个为基准进行舍入处理(也可多保留1位欠准数字),计算结果也按精度最差的那个数为基准做舍入处理(也可以多保留1~2两位欠准数字),这样使计算简便准确。

2. 测量数据的分析处理

数据处理的任务就是对测量所获得的一系列数据进行深入的分析,以便得到各被测量之间的关系,例如,使用数学分析的方法找出各被测量之间的函数关系。

1) 测量数据的表示方法

(1) 表格法:将测量数据放入表格中,是图示法和经验法的基础。

(2) 图示法:将测量结果中有关量的关系曲线用图形的形式表示。一般采用直角坐标系对数据(x, y)进行描点连线。

(3) 经验公式法:用与图形对应的数学公式表示所有的测量数据,并把与曲线对应的公式称为经验公式。

2) 测量数据的分析处理

等精密度测量是指在测量过程中,影响测量误差的各因素不变,在相同的环境条件下,由同一测量人员在同一台仪器上,采用同样的测量方法,对同一被测量进行的多次测量。等精密度测量所得到的数据中,可能同时包含系统误差、随机误差和粗大误差,要得到合理的测量结果,必须对所测数据进行分析处理。以下是假设系统误差已消除的数据处理步骤。

(1) 记录并表示测量数据 x_i ($i=1,2,3,\dots,n$, n 为测量次数)。

(2) 计算测量数据的算术平均值 \bar{x} 。

(3) 计算每个测量数据的剩余误差 u_i 。

(4) 利用贝塞尔公式,求标准差的估计值。

(5) 判断粗大误差并剔除坏值。

(6) 剔除坏值后,再重复求剩下数据的算术平均值、剩余误差及标准差,并再次判断,直至不包括坏值为止。

剔除坏值以后的算术平均值 \bar{x}' 为

$$\bar{x}' = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} x_i \quad (2-17)$$

式中, $n' = n - a$, a 是坏值的数目。这时的剩余误差是剔除坏值后的,即

$$u'_i = x_i - \bar{x}' \quad (2-18)$$

这时的标准差估计值为

$$\hat{\sigma}' = \sqrt{\frac{1}{n'-i} \sum_{i=1}^{n'} (u'_i)^2} \quad (2-19)$$

随机不确定度为

$$\lambda' = 3\hat{\sigma}' \quad (2-20)$$

再剔除坏值。同理，测量次数 n 较少时，用 $|u_i'| > G\hat{\sigma}'$ 作为判断依据。

(7) 求算术平均值的标准差估计值 $\hat{\sigma}_{\bar{x}}$ 。

(8) 当 n 足够多时，求算术平均值的不确定度 $\lambda_{\bar{x}}$ 。

(9) 给出测量结果。

计算过程中，为避免误差的累积，可保留 2 位欠准数字，但最后的结果应按有效数字的规定处理，即保留 1 位欠准数字。

2.4.8 误差的合成与分配

间接测量的量是直接测量所得到的各个测量值的函数，而间接测量误差则是各个直接测得值误差的函数，故称这种误差为函数误差。研究函数误差的内容，实质上就是研究误差的传递问题，而对于这种具有确定关系的误差计算，又称误差合成。

另一方面，由于任何测量过程皆包含多项误差，而测量结果的总误差则由各单项误差的综合影响所确定。还要研究一个课题，即给定测量结果总误差的允差，要求确定各个单项误差。在进行测量工作前，应根据给定测量总误差的允差来选择测量方案，合理进行误差分配，确定各单项误差，以保证测量精度。

1. 误差传递公式

想要对测量结果进行误差分析，实现误差的合成与分解就必须知道直接测量值与间接测量值的函数关系，如何正确地分析和综合这些直接测量值的误差因素，并正确地表述这些误差的综合影响，就是误差合成要研究的基本内容。在间接测量中，函数的形式主要为初等函数，且一般有多个直接测量值，即函数为一个多元函数，则其表达式为

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-21)$$

式中， x_i 为各直接测量值； y 为间接测量值，对其求全微分，该函数的增量 dy 为

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \quad (2-22)$$

设各直接测量值的系统误差为 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ ，由于这些误差都比较小，则可用这些值来代替 dx_1, dx_2, \dots, dx_n ，那么间接测量值 y 的绝对误差 Δy 与 Δx_i 的关系可以表示为

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (2-23)$$

总误差是各分项误差 Δx_i 与其传递系数的代数和。 $\partial f / \partial x_i$ 为各个直接测量值在该测量点处的误差传递系数。当 Δx_i 和 Δy 的量纲或单位相同，则 $\partial f / \partial x_i$ 起到误差放大或缩小的作用；当 Δx_i 和 Δy 的量纲或单位不相同，则 $\partial f / \partial x_i$ 起到误差单位换算的作用。

那么测量值 y 与真实值相差不大时，认为近似相等，则测量值 y 的相对误差公式为

$$\gamma_A = \frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{y} \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (2-24)$$

式 (2-24) 即为相对误差传递公式。

2. 系统误差的合成

系统误差具有确定的变化规律, 不论其变化规律如何, 根据对系统误差的掌握程度, 可分为已定系统误差和未定系统误差。由于这两种系统误差的特征不同, 其合成方法也不相同。

1) 已定系统误差的合成

已定系统误差是指误差大小和方向均已确切掌握了系统误差。在测量过程中, 若有 n 个单项已定系统误差, 其误差值分别为 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, 相应的误差传递系数为 a_1, a_2, \dots, a_n , 则按代数和法进行合成, 求得总的已定系统误差为

$$\Delta x = \sum_{i=1}^n a_i \Delta x_i \quad (2-25)$$

在实际测量中, 有不少已定系统误差在测量过程中均已消除, 由于某些原因未予消除的已定系统误差也只是有限的少数几项, 它们按代数和法合成后, 还可以从测量结果中修正, 故最后的测量结果中一般不再包含已定系统误差。

2) 未定系统误差的合成

未定系统误差是指误差大小和方向未能确切掌握。在一定条件下客观存在的某一系统误差, 一定是落在所估计的误差区间内的一个取值。当测量条件改变时, 该系统误差又是误差区间内的另一个取值。而当测量条件在某一范围内多次改变时, 未定系统误差也随之改变, 其相应的取值在误差区间内服从某一概率分布。

目前对未定系统误差的概率分布, 均是根据测量实际情况分析与判断未确定的系统误差, 并采用两种假设: 一种是按正态分布处理; 另一种是按均匀分布处理。

未定系统误差的取值具有一定的随机性, 服从一定的概率分布, 因而若干项未定系统误差综合作用时, 它们之间就具有一定的抵偿作用。这种抵偿作用与随机误差的抵偿作用相似, 因而未定系统误差的合成, 完全可以采用随机误差的合成公式, 这就给测量结果的处理带来很大方便。

3. 系统误差的分配

误差分配应考虑测量过程中所有误差组成项的分配问题。为便于说明误差分配原理, 这里只研究间接测量的函数误差分配, 但其基本原理也适用于一般测量的误差分配。由函数误差来求分项误差是不确定的, 原则上有无限多个解, 一般只能在某些假设的前提下进行分析, 通常采用同精度假设或等作用假设, 并按可能性进行误差的调整方法。

1) 等精度原则

在已知函数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 及误差的方差 δ_{y0} 、极限值 σ_{y0} 而方向未知的情况下, 假定各分项误差都相等, 即

$$\delta_{x1} = \delta_{x2} = \dots = \delta_{xn}, \quad \sigma_{x1} = \sigma_{x2} = \dots = \sigma_{xn}$$

则

$$\delta_i \leq \frac{\delta_{y0}}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i}}, \quad \sigma_{x1} \leq \frac{\sigma_{y0}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2}}$$

2) 等作用原则

各分项误差对函数误差的影响不相等但是对测量结果的影响是相等的, 在已知函数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 及误差的方差 δ_{y0} 、极限值 σ_{y0} 而方向未知的情况下, 即

$$\delta_i = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \frac{1}{\partial f / \partial x_i} = \frac{\delta}{\sqrt{n}} \frac{1}{a_i} \quad (2-26)$$

式中, δ 为函数的总极限误差; δ_i 为各单项误差的极限误差。

3) 按可能性调整误差

按等作用原则分配误差可能会出现不合理情况, 对各分项误差平均分配的结果, 会造成对部分测量误差的需求实现颇感容易, 而对另一些测量误差的要求难以达到。

在等影响原则分配误差的基础上, 根据具体情况进行适当调整。对难以实现测量的误差项适当扩大, 对容易实现的误差项尽可能缩小, 其余误差项不予调整。

4) 验算调整后的总误差

误差调整后, 计算总误差 δ_y 或 σ_y , 并检查 δ_y 或 σ_y 是否满足下面关系 $\delta_y \leq \delta_{y0}$ 、 $\sigma_y \leq \sigma_{y0}$ 。如果不满足, 则应选择可能缩小的误差项进行再次调整。若实际总误差较小, 可适当扩大难以实现的误差项的误差, 合成后与要求的总误差进行比较, 直到满足要求为止。有必要时, 还可以改变测量方案, 选择更加精确的仪器。

2.4.9 最佳测量条件与方案的确定

1. 最佳测量条件的确定

当测量结果与多个测量因素有关时, 就要寻找最佳测量条件, 从而得到较高精度的测量结果。从误差角度出发, 要满足以下条件:

$$\varepsilon_y = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j} \varepsilon_j = \min \quad (2-27)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_j} \sigma_j \right)^2 = \min \quad (2-28)$$

式(2-27)表示准确度高, 式(2-28)表示精密度高。解决此类问题要从减小相对误差入手, 通过微分学原理求函数的极小值寻找最佳条件。为了让 ε_y 最小, 在确定函数形式时, 可以选择适当的测量状态, 使测量误差减小到最低程度。另外, 还要注意选择最有利的合成误差公式, 分项误差的数目越少, 合成误差越小。所以间接测量时, 应选择测量值数目最少和函数关系最简单的公式。

在选择最佳方案时, 除了考虑上述注意到的因素外, 还要考虑到客观条件的限制, 兼顾经济、简便等因素。

2. 测量方案的设计

根据测量条件, 选择不同的测量方式, 在测量方案的设计时, 主要考虑以下几个方面。

1) 根据被测量的特点, 明确测量目的

例如, 如果被测量是直流量, 应当预先估计其内阻大小; 如果是交流量, 明确它是低频量还是高频量, 是正弦量还是非正弦量, 是线性变化量还是非线性变化量, 是测量有效值、平均值还是峰值等, 这些都要认真考虑。

2) 确定测量原理, 制订测量方案

根据被测对象的性质, 估计误差范围, 分析主要影响因素, 制订测量方案。对于复杂的测量任务, 可采用间接测量方法, 绘制测量框图并搭建测量电路, 确定测量步骤及其计算公式等。

3) 明确准确度要求, 明确选择仪器类型

计量室或科研实验室多采用精密测量方法, 要严格进行误差分析。对于工程性质的问题, 多采用技术测量方法, 对于测量误差, 虽然要求不是很严格, 但也要采用正确的测量方法并合理地选择仪器仪表。

由被测量的性质及环境条件选择仪器的类型及技术指标, 并配置合适的标准元件; 由被测量的大小和频率范围选择仪器仪表的量程, 以满足测量的准确度要求。

4) 环境条件要符合测量要求

测量现场的温度、电磁干扰、仪器设备的安放位置及安全设施等, 均应符合测量任务的要求。必要时采用空调、屏蔽及减震等措施。

2.5 本章小结

本章介绍了电气测试技术的基础知识。

(1) 电气测量是根据电磁现象的基本规律, 用电工仪器仪表对各种电磁量、电路参数、电信号特性等进行测量。

(2) 电工仪表分为指示仪表、比较仪表和数字式仪表三大类。

指示仪表按工作原理分为磁电系仪表(如安培表、伏特表)、电磁系仪表、电动系仪表(如功率表)、感应系仪表(如电能表)等。

(3) 电气测试方法根据测量方法分为直接测量、间接测量和组合测量; 根据测量方式可分为直读测量法和比较测量法。其中比较测量法又分为零位测量法、微差测量法和替代测量法。

(4) 测量误差主要分为三大类: 系统误差、随机误差和粗大误差。

(5) 误差可以表示为绝对误差和相对误差。

绝对误差用符号 Δx 表示, 是指仪表的指示值 x 与被测量真值 A 之差, 定义式为

$$\Delta x = x - A$$

相对误差用符号 γ_A 表示, 是指绝对误差与真值的比值, 一般用百分数表示, 定义式为

$$\gamma_A = \frac{|\Delta x|}{A} \times 100\% = \frac{|x - A|}{A} \times 100\%$$

(6) 通过正确认识误差的性质和来源, 对原始测量数据中经过加工、整理等处理方法求出被测量的最佳估计值, 并计算其精确度。数据处理方式主要包括有效数字的取舍规则、运算规则及粗差判别准则。

习 题

1. 什么是测量? 测量仪表是如何分类的?
2. 准确度与精密度有何区别?
3. 直读仪表中电流表和电压表的准确度按什么划分? 分哪几级?
4. 一块数字电压表, 读数范围是 $0 \sim 9999$ 。求满刻度读数为 8.888V 时电压表以伏为单位的分辨率。
5. 指出下列各数有效数字的位数。
(a) 520 ; (b) 0.52 ; (c) 52.52 ; (d) 0.000052 ; (e) 50000 。
6. 4 个电阻相串联, 其值分别为 25.8Ω 、 205.4Ω 、 3.505Ω 、 0.34Ω , 每个数的末尾有不确定性。计

算串联电阻的总阻值，答案仅给出适当的有效数字。

7. 有两只直流电压表，甲表为2.5级、0~75V；乙表为1.0级、0~250V，现在要测量50V的电压，为了减小测量误差，选用哪只表好？为什么？

8. 已知电阻上的电压及电流的相对误差分别为 $\gamma_U = \pm 3\%$ ， $\gamma_I = \pm 2\%$ 。问：电阻消耗功率 P 的相对误差是多少？

9. 用指针式频率计测量放大电路的频带宽度，已知仪器的满度值 $f_m = 10\text{MHz}$ ，准确度为 $\pm 1\%$ ，高频端测量值 $f_H = 10\text{MHz}$ ，低频端 $f_L = 9\text{MHz}$ ，试计算频带宽度的合成误差。

10. 一整流电路，在滤波电容两端并联一泄放电阻，欲测量其消耗功率，要求功率的测量误差不大于 $\pm 4\%$ ，初测电阻上电压 $U_R = 10\text{V}$ ，电流 $I_R = 40\text{mA}$ 。当采用这种分配方法时，应分配给 U_R 及 I_R 的误差各是多少？

11. 用0.5级，上限为250V的电压表测220V和110V电压，试计算其相对误差。

12. 有5个1000 Ω 的电阻串联，若各电阻的系统误差分别为 $\varepsilon_1 = -4\Omega$ ， $\varepsilon_2 = 5\Omega$ ， $\varepsilon_3 = -3\Omega$ ， $\varepsilon_4 = 6\Omega$ ， $\varepsilon_5 = 4\Omega$ ，求总电阻的相对误差 γ_R 。

13. 用DA—16型晶体管毫伏表的3V量程测量一个100kHz的1.5V电压。已知该仪表的基本误差为 $\pm 3\%$ （1kHz时），频率附加误差 $r_f = \pm 3\%$ （在20Hz~1MHz范围内）。试求相对系统不确定度。

习题答案

1. 测量是通过物理实验的方法，把被测量与同类的单位量进行比较的过程。测量仪表根据作用原理分为磁电系、电磁系、电动系、感应系。测量仪表根据工作电流分为直流表、交流表、交直流两用表。测量仪表根据使用方式分为安装式和便携式。

2. 准确度是仪器读数与被测量真值的接近程度，而精密度是测量重复性的一种度量。它们的区别在于一个是与真值的比较，另一个是与测量值的比较。

3. 仪表的最大相对百分误差的绝对值作为准确度等级。

电流表、电压表准确度分为11级：0.05、0.1、0.2、0.3、0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0、5.0。

4. 分辨率是仪器能够响应的被测量的最小变量。分辨率为0.001V。

5. (a) 3；(b) 2；(c) 4；(d) 6；(e) 5。

6. $R = 25.8 + 205.4 + 3.505 + 0.34 = 235.045\Omega$ 。有效数字为235.0 Ω 。

7. 该量程的最大绝对误差为

$$\Delta U_{m1} = \pm 2.5\% U_{m1} = \pm 2.5\% \times 75\text{V} = \pm 0.188\text{V}$$

$$\Delta U_{m2} = \pm 1.0\% U_{m2} = \pm 1.0\% \times 250\text{V} = \pm 2.5\text{V}$$

甲表的误差比较小，所以选甲表。

8. 因为电阻消耗功率为 $P = UI$ ，所以，电阻消耗功率的相对误差为

$$\gamma_P = \pm (|\gamma_U| + |\gamma_I|) = \pm (3\% + 2\%) = \pm 5\%$$

9. 仪器的最大绝对误差为

$$\Delta f_m = \pm 5\% \cdot f_m = \pm 1\% \times 10\text{MHz} = 0.1\text{MHz}$$

即

$$\Delta f_H \approx \Delta f_L = 0.1\text{MHz}$$

频带宽度的相对误差为

$$\gamma_B = \frac{|\Delta f_H| + |\Delta f_L|}{f_H - f_L} = \pm \frac{0.1 + 0.1}{10 - 9} = 20\%$$

10.

$$P_R = U_R I_R = 10 \times 80 = 800 \text{mW}$$

$$\varepsilon_P \leq 800 \times (\pm 5\%) = \pm 40 \text{mW}$$

即总误差不能超过 40mW。

$$\varepsilon_U \leq \frac{\varepsilon_P}{n \frac{\partial P}{\partial U}} = \frac{\varepsilon_P}{n \frac{\partial (U_R I_R)}{\partial U_R}} = \frac{\varepsilon_P}{n I_R} = \frac{40}{2 \times 80} \text{V} = 0.25 \text{V}$$

即电压的误差不能超过 0.25V。

$$\varepsilon_I \leq \frac{\varepsilon_P}{n \frac{\partial P}{\partial I}} = \frac{\varepsilon_P}{n \frac{\partial (U_R I_R)}{\partial I_R}} = \frac{\varepsilon_P}{n U_R} = \frac{40}{2 \times 10} \text{mA} = 2 \text{mA}$$

即电流的误差不能超过 2mA。可见 ε_U 及 ε_I 的分项误差的值不同，但对功率误差的影响是相同的。因为：

$$\frac{\partial P}{\partial U} \varepsilon_U = 80 \text{mA} \times 0.25 \text{V} = 20 \text{mW}$$

这体现了对总误差影响相同的原理。

11. 该量程的最大绝对误差为

$$\Delta U_m = \pm 0.5\% U_m = \pm 0.5\% \times 250 \text{V} = \pm 1.25 \text{V}$$

220V 的相对误差为

$$\gamma_m = \frac{\Delta U_m}{U_1} = \pm \frac{1.25 \text{V}}{220 \text{V}} \times 100\% = \pm 0.6\%$$

110V 的相对误差为

$$\gamma_m = \frac{\Delta U_m}{U_1} = \pm \frac{1.25 \text{V}}{110 \text{V}} \times 100\% = \pm 1.1\%$$

12.

$$\begin{aligned} \varepsilon_R &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial R}{\partial R_j} \Delta R_j = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5 \\ &= -4 + 5 - 3 + 6 + 4 = 8 \end{aligned}$$

总电阻为

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 5000 \Omega$$

相对误差为

$$\gamma_R = \frac{\varepsilon_R}{R} \times 100\% = \frac{8}{5000} = 0.16\%$$

13. 由仪表的基本误差求出仪表 3V 量程最大的绝对误差为

$$\Delta U_m = \pm S\% U_m = \pm 3\% \times 3 \text{V} = \pm 0.09 \text{V}$$

最大示值相对误差为

$$\gamma_m = \frac{U_m}{U_x} \times 100\% = \frac{\pm 0.09}{1.5} = \pm 6\%$$

相对系统不确定度为

$$\gamma_{ym} = \pm(|\gamma_m| + |\gamma_f|) = \pm(6\% + 3\%) = \pm 9\%$$

参 考 文 献

- [1] 门赫. 电气测量误差的分析与消除方法[J]. 镇江高专学报, 2003, 16(3): 47-49.
- [2] 许江勇. 电工仪表测量误差的实验分析[J]. 黔西南民族师范高等专科学校学报, 2009, 1:89-93.
- [3] 张滨. 电工仪表测量误差的实验研究[J]. 中国新技术新产品, 2016, 1:51.
- [4] 王国翠. 浅谈电工仪表的测量误差与消除方法[J]. 电子技术与软件工程, 2013, 23(03):131.
- [5] 印赞华. 非参数测量误差模型的统计推断[D]. 长春: 东北师范大学, 2013.
- [6] Carroll R J, Ruppert D, Stefanski LA, Crainiceanu C M. Measurement Error in Nonlinear Models second edition[M]. Boca Raton: Chapman and Hall CRC Press, 2006.
- [7] Fuller W A. Measurement Error Models[M]. New York: John Wiley & Sons, 1987.
- [8] Tosteson T, Stefanski LA, Schafer DW. A measurement error model for binary and ordinal regression[J]. Statistics in Medicine, 1989, 8:1139-1147.
- [9] Reeves G K, Cox D R, Darby S C, Whitley E. Some aspects of measurement error in explanatory variables for continuous and binary regression models[J]. Statistics in Medicine, 1998, 17:2157-2177.
- [10] Rosner B, Willett W C, Spiegelman D. Correction of logistic regression relative risk estimates and confidence intervals for systematic within-person measurement error[J]. Statistics in Medicine, 1989, 8:1051-1070.
- [11] Cook J R, Stefanski L A. Simulation-extrapolation estimation in parametric measurement error models[J]. Journal of the American Statistical Association, 1994, 89:1314-1328.
- [12] Stefanski L A, Cook J. Simulation extrapolation: the measurement error jack-knife[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90:1247-1256.
- [13] Devanarayan V, Stefanski L A. Empirical simulation extrapolation for measurement error models with replicate measurements[J]. Statistics & Probability Letters, 2002, 59:219-225.
- [14] Hanfelt J J. Conditioning to reduce the sensitivity of general estimating functions to nuisance parameters[J]. Biometrika, 2003, 90:517-531.
- [15] Delaigle A, Fan J, Carroll R J. A Design-adaptive Local Polynomial Estimator for the Errors-in-Variables Problem[J]. Journal of the American Statistical Association, 2009, 104:348-359.
- [16] Delaigle A, Hall P, Meister A. On Deconvolution with repeated measurements[J]. Annals of Statistics, 2008, 36:665-685.
- [17] Buonaccorsi J P, Lin C D. Berkson measurement error in designed repeated measures studies with random coefficients[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2002, 104:53-72.
- [18] Koul H L, Song W. Regression model checking with Berkson measurement errors[J]. Journal of Statistical Planning and Inference, 2008, 138:1615-1628.
- [19] Li Y, Guolo A, Hoffman F O, Carroll R J. Shared uncertainty in measurement error problems, with application to Nevada Test Site Fallout data[J]. Biometrics, 2007, 63:1226-1236.
- [20] Carroll R J, Delaigle A, Hall P. Testing and estimating shape-constrained nonparametric density and regression in the presence of measurement error[J]. Journal of the American Statistical Association, 2011, 106:191-202.
- [21] Yi G Y Y, Ma Y, Carroll R J. A robust, functional generalized method of moments approach for longitudinal studies

- with missing responses and covariate measurement error[J]. *Biometrika*, 2012, 99:151-165.
- [22] Liang H, Li R. Variable selection for partially linear models with measurement errors[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2009, 104:234-248.
- [23] 吕锋, 文成林, 闫莉萍, 等. 电气测量中的多传感器信息融合技术[J]. *传感器技术*, 2002, 10:1-3.
- [24] 冷芳. 浅析电工仪表的测量误差及其消除方法[J]. *辽宁省交通高等专科学校校报*, 2013, 15(1): 27-29.
- [25] 陈立周. 电气测量[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [26] 牛永奎, 冷芳. 传感器及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [27] 陈慧群, 杨杰. 电工仪表与电气测量[M]. 北京: 中国劳动社会保障出版社, 2011.
- [28] 高原. 浅析电工仪表的正确选用[J]. *电气传动自动化*, 2007, 29(2):59-60.
- [29] 刘渊. 误差理论与数据处理[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [30] 朱智军. 复杂电气信号相量测量方法研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2012.