

第一部分

概率论与数理统计同步 练习

第 1 章 概率论的基本概念

§1.1 随机试验及随机事件

1. 写出下列随机试验的样本空间：

- (1) 将一枚硬币连丢 3 次，观察正面 H，反面 T 出现的情形；
- (2) 将一枚硬币连丢 3 次，观察出现正面的次数；
- (3) 袋中装有编号为 1、2 和 3 的三个球，随机地取两个，考察这两个球的编号；
- (4) 袋中装有编号为 1、2 和 3 的三个球，依次随机地取两次，每次取一个，不放回，考察这两个球的编号；
- (5) 丢甲、乙两颗骰子，观察出现的点数之和；
- (6) 丢甲、乙两颗骰子，观察它们出现的点数。

2. 写出下列随机试验中所指的随机事件。

(1) 丢一颗骰子。

A：出现奇数点；B：点数大于 2。

(2) 一枚硬币连丢 2 次。

A：第一次出现正面；B：两次出现同一面；C：至少有一次出现正面。

(3) 从 1、2、3、4 四个数中随机地取一个，放回，再随机地取一个。

A：其中一个数是另一个数的两倍；B：两数的奇偶性相同。

(4) 10 个零件，其中有两个次品，随机地取 5 个。

A：正品个数多于次品个数；B：正品个数不多于次品个数。

姓名: _____ 学号: _____ 所在院系: _____ 所在班级: _____

§1.2 随机事件的关系和运算

1. 设 A, B, C 为三个事件, 用 A, B, C 的运算关系表示下列各事件:

- (1) A, B, C 都不发生; (2) A 与 B 都发生, 而 C 不发生;
(3) A 与 B 都不发生, 而 C 发生; (4) A, B, C 中最多两个发生;
(5) A, B, C 中至少两个发生; (6) A, B, C 中不多于一个发生。

2. 设 $S = \{x: 0 \leq x \leq 5\}$, $A = \{x: 1 < x \leq 3\}$, $B = \{x: 2 \leq x < 4\}$, 具体写出下列事件。

- (1) $A \cup B$, (2) AB , (3) $\overline{AB} = 0$, (4) $\overline{A} \cup B$, (5) $\overline{\overline{AB}}$ 。

3. 已知当 A 发生或 B 发生时, C 一定发生, 则不正确的是 ()。

- (A) $C \supset A$ (B) $C \supset AB$ (C) $C \supset A \cup B$ (D) $C \subset A \cup B$

姓名: _____ 学号: _____ 所在院系: _____ 所在班级: _____

§1.3 概率的定义和性质

1. 已知 $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, 则:
(1) $P(AB) =$ _____; (2) $P(\overline{A}\overline{B}) =$ _____; (3) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) =$ _____。
2. 已知 $P(A) = 0.7$, $P(AB) = 0.3$, 则 $P(A\overline{B}) =$ _____。
3. 已知 $A \subset B$, $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, 则: (1) $P(\overline{A}) =$ _____; (2) $P(\overline{A} \cup B) =$ _____;
(3) $P(AB) =$ _____; (4) $P(\overline{A}B) =$ _____, (5) $P(A - B) =$ _____。
4. 设 $P(AB) = 0$, 则一定正确的是 ()。
(A) A, B 互不相容 (B) $\overline{A}, \overline{B}$ 互不相容 (C) $\overline{A}, \overline{B}$ 相容 (D) $P(A - B) = P(A)$
5. 若 $A \supset C$, $B \supset C$, $P(A) = 0.7$, $P(A - C) = 0.4$, $P(AB) = 0.5$, 求 $P(AB - C)$ 。
6. 已知 $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.7$, 求 $P(AB)$ 的最大值和最小值。
7. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = 0.4$, A 与 B 互不相容, $P(AC) = 0.1$, $P(BC) = 0.2$, 求 A, B, C 全不发生的概率。
8. 已知 $P(AB) = P(\overline{A}\overline{B})$, $P(A) = r$, 求 $P(B)$ 。

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

9. 已知 $P(A) = 0.8$, $P(A-B) = 0.7$, 求 $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ 。

§1.4 等可能概率问题（古典概率）

1. 某班有 30 个同学，其中 8 个女同学，随机地选 10 个学生，求：（1）正好有两个女同学的概率；（2）最多有两个女同学的概率；（3）至少有两个女同学的概率。

2. 将 3 个不同的球随机地投入到 4 个盒子中，求有 3 个盒子各有一球的概率。

3. 一副扑克牌（52 张）随机地等分给 4 个人，求 4 张 A 都在指定的一人手里的概率。

姓名: _____ 学号: _____ 所在院系: _____ 所在班级: _____

4. 在房间里有 10 个人, 分别有 1 到 10 的编号, 从中随机地取选 3 个人, 求: (1) 最小号码为 5 的概率; (2) 最大号码为 5 的概率。

5. 从 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数中随机地取 3 个数, 则至少有一个奇数的概率是 ()。

- (A) $C_5^1 C_4^2 / C_9^3$ (B) $(C_4^3 + C_5^1 C_4^2) / C_9^3$
(C) $C_5^1 C_8^2 / C_9^3$ (D) $1 - C_4^3 / C_9^3$

6. 在 10 个人中至少有两人生日相同的概率是 ()。(设一年为 365 天)

- (A) $P_{365}^{10} / 365^{10}$ (B) $1 - P_{365}^{10} / 365^{10}$
(C) $C_{10}^2 C_{365}^1 P_{364}^8 / 365^{10}$ (D) $C_{10}^1 C_9^1 C_{365}^1 P_{364}^8 / 365^{10}$

7. 从 1 到 2002 中随机地取一个整数, 求: (1) 能被 6 和 8 整除的概率; (2) 能被 6 或 8 整除的概率。

姓名: _____ 学号: _____ 所在院系: _____ 所在班级: _____

8. 从 $1, 2, 3, \dots, 2n$ 中随机地取两个数, 求和为偶数的概率。

9. 两个红球, 两个白球, 随机地放入两个盒中, 求盒中球同色的概率。

10. 在区间 $(0, 1)$ 上随机地取两个数, 求它们的乘积大于 $\frac{1}{4}$ 的概率。

§1.5 条件概率与乘法公式

1. 盒内有 10 个签, 其中两个是“中”, 从盒内随机地取一个签, 不放回, 再随机地取一个签, A 表示第一次取到“中”, B 表示第二次取到“中”, 则:

$P(B|A)=$ ____; $P(B|\bar{A})=$ ____; $P(\bar{B}|A)=$ ____; $P(\bar{B}|\bar{A})=$ ____。

2. 设事件 A, B, C 满足 $P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C)$, 则正确的是 ()。

(A) $P(AB)=0$ (B) $P(AB|C)=0$

(C) $P(AB|\bar{C})=0$ (D) 以上都不对

3. 丢甲、乙两颗均匀的骰子, 已知点数之和为 7, 求其中一颗点数为 1 的概率。

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

4. 从 1~100 这 100 个数中随机地取一个数，已知取到的数不大于 50，求这个数是 2 或 3 的倍数的概率。

5. 盒内有 10 个签，其中两个是“中”，从盒内随机地取一个签，不放回，再随机地取一个签，求：(1) 两次都是“中”的概率；(2) 两次都不是“中”的概率；(3) 一次是“中”一次不是“中”的概率。

6. 据统计，某市发行 A 、 B 、 C 三种报纸，订阅情况为 $P(C)=0.6$ ， $P(B|C)=0.5$ ， $P(A|BC)=0.4$ ，求订阅 B 报和 C 报但不订阅 A 报的概率。

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

7. 已知 $P(A) = 1/4$, $P(B|A) = 1/3$, $P(A|B) = 1/2$, 求 $P(A \cup B)$ 。

8. 已知 $P(A) = P(B) = 1/3$, $P(A|B) = 1/6$, 求 $P(A|\bar{B})$ 。

9. 已知事件 A 与 B 互不相容, $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, 求: $P(A|\bar{B})$ 。

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

10. 已知 $P(\bar{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A\bar{B}) = 0.5$, 求 $P(B|A \cup \bar{B})$ 。

§1.6 全概率公式

1. 有 10 个签，其中两个是“中”，第一人随机地抽一个签，不放回，第二人再随机地抽一个签，说明两人抽“中”签的概率相同。

2. 盒中有 4 个红球 6 个白球，从中随机地取一个球，观察颜色，放回，再加入两个同色球，然后再从中随机地取一个球，求取到红球的概率。

