

第一部分

线性代数同步练习

第 1 章 行列式同步练习

1.1 数域与排列

1. 对一组整数进行四则运算，所得结果是什么数？

2. 写出 4 个数码 1, 2, 3, 4 的所有 4 阶排列.

3. 分别计算下列四个 4 阶排列的逆序数，然后指出奇排列是 ()

A. 4312; B. 4132; C. 1342; D. 2314

4. 计算以下各排列的逆序数，并指出它们的奇偶性.

(1) 314265; (2) 314265789; (3) 542391786;
(4) 987654321; (5) 246813579; (6) $n(n-1)\cdots 21$.

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

5. 在由 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 组成的下述 9 阶排列中, 选择 i 与 j 使得:

(1) $2147i95j8$ 为偶排列;

(2) $1i25j4896$ 为奇排列;

(3) $412i5769j$ 偶排列;

(3) $i3142j786$ 奇排列.

均要求说明理由.

6. 写出全体形如 $5**2*$ 及 $2*5*3$ 的 5 阶排列。总结一下, 有 k 个位置数码给定的 $n(n > k)$ 阶排列有多少个?

1.2 行列式的定义

1. 按行列式定义，计算下列行列式（要求写出过程）：

$$(1) \begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix};$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix};$$

$$(3) \begin{vmatrix} \tan \theta & \sin \theta \\ 1 & \cos \theta \end{vmatrix};$$

$$(4) \begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix};$$

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix};$$

$$(6) \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & d & e \end{vmatrix}.$$

2. 在 6 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中，下列项应该取什么符号？为什么？

(1) $a_{23}a_{31}a_{42}a_{56}a_{14}a_{65}$;

(2) $a_{32}a_{43}a_{54}a_{11}a_{66}a_{25}$;

(3) $a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{65}a_{34}$;

(4) $a_{51}a_{13}a_{32}a_{44}a_{26}a_{65}$.

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

3. 当 $i = \underline{\quad}$, $k = \underline{\quad}$ 时 $a_{1i}a_{32}a_{4k}a_{25}a_{53}$ 成为 5 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中一个取负号的项, 为什么?

4. 若 $(-1)^{\tau(4k1i5)+\tau(12345)}a_{41}a_{k2}a_{13}a_{i4}a_{55}$ 是 5 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中的一项, 则当 $i = \underline{\quad}$, $k = \underline{\quad}$ 时该项的符号为正, 当 $i = \underline{\quad}$, $k = \underline{\quad}$ 时该项的符号为负, 为什么?

5. 写出 4 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中包含因子 $a_{42}a_{23}$ 的项, 并指出正负号.

6. 写出 4 阶行列式 $|a_{ij}|$ 中所有取负号且包含因子 a_{23} 的项.

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

7. 按行列式定义，计算下列行列式（(4)中 $n > 1$ ，并均要求写出计算过程）：

$$(1) \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 \\ a & -2 & 0 \\ 0 & b & -3 \end{vmatrix};$$

$$(2) \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix};$$

$$(3) \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ d_1 & d_2 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_2 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

$$(4) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & 0 & 0 \\ a_{n1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$8. \text{问} \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}$$

为什么错？正确答案是什么？

9. 若 n 阶行列式 $D = |a_{ij}|$ 中元素 a_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) 均为整数，则 D 必为整数，这结论对不对？为什么？

10. 计算 $n(n > 1)$ 阶行列式
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

1.3 行列式的性质

1. 设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a \neq 0$ ，据此计算下列行列式（要求写出计算过程）：

(1)
$$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{31} \end{vmatrix};$$

姓名：_____ 学号：_____ 所在院系：_____ 所在班级：_____

$$(2) \begin{vmatrix} 2a_{11} & 3a_{13} - 5a_{12} & a_{12} \\ 2a_{21} & 3a_{23} - 5a_{22} & a_{22} \\ 2a_{31} & 3a_{33} - 5a_{32} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

2. 用行列式性质计算下列行列式 (要求写出计算过程):

$$(1) \begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2001 & 2002 & 2003 \\ 2004 & 2005 & 2006 \end{vmatrix};$$

$$(2) \begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix};$$

$$(3) \begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix};$$

