

力学实验部分

实验一 速度、加速度的测定

【实验目的】

1. 熟悉气垫导轨的构造，掌握正确的使用方法。
2. 熟悉光电计时系统的工作原理，学会用光电计时系统测量短暂时间的方法。
3. 学会测量物体的速度和加速度。

【仪器和用具】

气垫导轨，气源，通用电脑计数器，游标卡尺，物理天平，砝码及托盘等。

【实验原理】

牛顿第二定律的表达式为

$$F = Ma \quad (1-1)$$

式中， F 为系统所受到的合外力， M 为系统总质量， a 为系统的加速度。当系统的总质量 M 一定时，滑块的加速度 a 随着 F 的增大而增大，且有 $\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \dots = \text{常量} = M$ ，这就表明，当

系统总质量不变时，物体运动的加速度与其所受的合外力成正比。如果滑块所受的合外力不变，则滑块运动的加速度与系统总质量成反比，即 $a_1 m_1 = a_2 m_2 = \dots = \text{常量} = F$ 。即本实验可以做以下验证：

- (1) 验证 M 一定时， a 与 F 成正比。
- (2) 验证 F 一定时， a 与 M 成反比。

把滑块放在水平导轨上。滑块和砝码相连挂在滑轮上，由砝码盘、滑块、砝码和滑轮组成的这一系统，其系统所受到的合外力大小等于砝码（包括砝码盘）的重力 G 减去阻力，在本实验中阻力可忽略，因此砝码的重力 G 就等于作用在系统上合外力 F 的大小。系统的质量 M 就等于所加砝码质量 m_1 、滑块的质量 m_2 和滑轮的折合质量 $\frac{I}{r^2}$ 的总和，忽略滑块与导轨之间的粘性阻力和滑轮的摩擦阻力，根据牛顿第二定律，有

$$F = \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2} \right) a \quad (1-2)$$

由于折合质量 $\frac{I}{r^2}$ 相对于 (m_1+m_2) 而言很小, 故在实际实验中可以忽略, 于是, 式 (1-2) 可近似写成

$$F = (m_1 + m_2)a \quad (1-3)$$

实验装置侧面图如图 1-1 所示, 在导轨上相距 S 的两处放置两光电门 k_1 和 k_2 , 测出此系统在砝码重力作用下滑块通过两光电门的速度 v_1 和 v_2 , 则系统的加速度 a 为

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \quad (1-4)$$

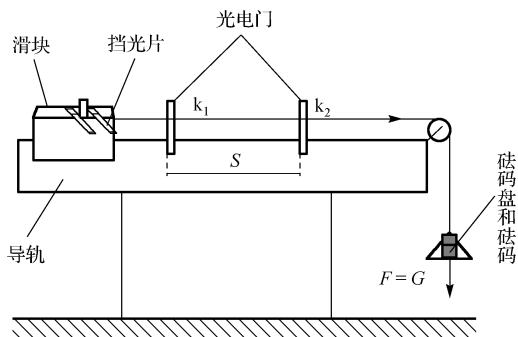


图 1-1 实验装置侧面图

在滑块上放置 U 形挡光片, 假设滑块经过 k_1 时计时器记录的时间为 t_1 , 经过 k_2 时计时器记录的时间为 t_2 , 滑块从 k_1 运动到 k_2 所用的时间为 Δt , 则有 $v_1 = \frac{d}{t_1}$ 和 $v_2 = \frac{d}{t_2}$, 其中 d 为挡光片的宽度。但是, 由于 d 较窄, 所以在 d 范围内, 滑块的速度变化比较小, 可把平均速度视为滑块上挡光片经过两光电门时的瞬时速度。 t 越小 (相应的遮光片宽度 d 也越窄), 则平均速度越能准确地反映滑块在该时刻运动的瞬时速度。

需要说明的是, 计时器中记录的滑块经过光电门运动距离 d 所用的时间才是本实验中的直接测量量, 式 (1-4) 中的速度 (v_1 和 v_2) 和加速度虽然都可以直接从计时器上读出, 但是都是间接测量量。

【实验内容与步骤】

1. M 一定时, 测 a

(1) 打开数字毫秒计时器, 选择“加速度”挡, 将细尼龙线的一端接在滑块上, 另一端绕过滑轮后悬挂一砝码盘, 先把所有砝码放在滑块上, 并将滑块置于第一个光电门外侧, 使挡光片距离第一个光电门约 20cm, 松开滑块, 测出滑块通过两个光电门的时间 t_1 和 t_2 , 以及滑块从第一个光电门到第二个光电门的时间 Δt , 然后按数字毫秒计时器面板上的“转换”键, 分别记录 v_1 、 v_2 ($v_1 = \frac{d}{t_1}$ 、 $v_2 = \frac{d}{t_2}$) 和加速度 a 。将数据记录于表 1-1 中。

(2) 逐次从滑块上取下砝码加到砝码盘上，重复上述的操作，测系统总质量相同时的加速度。

2. F 一定时，测 a

(1) 打开数字毫秒计时器，选择“加速度”挡，将细尼龙线的一端接在滑块上，另一端绕过滑轮后悬挂到一个装有一定量砝码的砝码盘上，将滑块置于第一个光电门外测，使挡光片距离第一个光电门约 20cm，松开滑块，测出滑块通过两个光电门的时间 t_1 和 t_2 ，以及滑块从第一个光电门到第二个光电门的时间 Δt ，然后按数字毫秒计时器面板上的“转换”键，分别记录 v_1 、 v_2 和加速度 a 。将数据记录于表 1-2 中。

(2) 逐次改变滑块的质量（通过改变配重），重复上述的操作，测相同作用力下的加速度。

【实验数据记录与处理】

(1) 数据记录：挡光片的挡光距离 $d = \underline{\hspace{2cm}}$ cm，滑块的质量 $m_{\text{滑}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

表 1-1 系统总质量不变时的实验数据表

次数	砝码质量 m/g	光电门 1 t_1/ms	光电门 2 t_2/ms	两光电门 $\Delta t/ms$	速度 1 $v_1/(cm/s)$	速度 2 $v_2/(cm/s)$	加速度 $a/(cm/s^2)$
1							
2							
3							
4							
5							

表 1-2 合外力不变时的实验数据表

次数	滑块总质量 m/g	光电门 1 t_1/ms	光电门 2 t_2/ms	两光电门 $\Delta t/ms$	速度 1 $v_1/(cm/s)$	速度 2 $v_2/(cm/s)$	加速度 $a/(cm/s^2)$
1							
2							
3							
4							
5							

(2) 分别绘制 $a-F$ 图、 $a-M$ 图，并对图像进行分析。

【注意事项】

1. 防止碰伤轨面和滑块。轨面和滑块之间只有不到 0.2mm 的间隙，如果轨面和滑块内表面被碰伤或变形，则可能出现接触摩擦使阻力显著增大；气轨不供气时，不要在轨上推动滑块。

2. 检查轨面喷气孔是否堵塞。给导轨通气，用小薄纸条逐一检查气孔，发现堵塞时要用细钢丝通一下；使用前可用沾了少许酒精的纱布擦拭轨面及滑块的内表面。

3. 选择合适的挡光。首先检查计时装置是否正常。将计时装置与光电门连接好，要注意套管插头和插孔要正确插入。将两光电门按在导轨上，双挡光片第一次挡光开始计时，第二次挡光停止计时就说明光电计时装置能正常工作；挡光片放在滑块上，再把滑块置于导轨上。

4. 实验后取下滑块，盖上布罩。

【思考题】

1. 式(1-1)中的质量 M 应该包括哪些物体的质量？作用在滑块上的作用力 F 是由什么力产生的？

2. 实验中如果导轨未调平，对验证牛顿第二定律有何影响？

实验二 动量守恒的验证

【实验目的】

1. 在完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞两种情形下验证动量守恒定律。
2. 学习使用气垫导轨和数字毫秒计。
3. 了解完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞的特点。

【仪器和用具】

气垫导轨、滑块、光电门、挡光片、数字毫秒计、游标卡尺、尼龙粘胶扣。

【实验原理】

动量守恒定律指出：若一个系统不受力或受到的合外力等于零，则该系统的总动量（包括方向和大小）保持不变，即总动量

$$P = \sum_{i=1}^n m_i v_i = \text{恒量} \quad (2-1)$$

式中， m_i 和 v_i 分别是系统中第 i 个物体的质量和速度， n 是组成该系统的物体的个数。若系统所受合力在某一方向的分量为零，则此系统在该方向的总动量守恒。

本实验研究两个滑块在水平的气垫导轨上沿一直线碰撞的情况，如图 2-1 所示。水平气垫导轨上滑块的运动可近似看成无摩擦阻力的，且空气阻力及粘滞力可忽略不计，则两个滑块所组成的系统在水平方向上除了受到碰撞时彼此相互作用的内力外，不受其他合外力作用，该系统在运动方向上动量守恒。

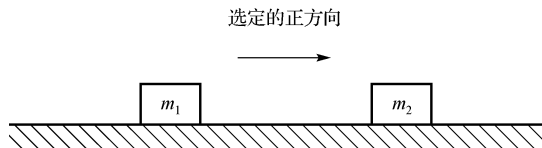


图 2-1 碰撞示意图

设两个滑块的质量分别为 m_1 和 m_2 ，它们碰撞前的速度分别为 v_{10} 和 v_{20} ，碰撞后的速度分别为 v_1 和 v_2 ，若设定了速度的正方向，则有下列关系

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (2-2)$$

下面分两种情况讨论。

1. 完全弹性碰撞

完全弹性碰撞下，系统的动量守恒，机械能也守恒。实验中，将两滑块相碰端装上缓冲弹簧圈，由于缓冲弹簧圈形变后能迅速恢复原状，系统的机械能近似无损失，从而实现两滑块的碰撞为弹性碰撞。由于两滑块碰撞前后无势能的变化，故系统的机械能守恒就体现为系统的总动能守恒，即

$$\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (2-3)$$

若两个滑块质量相等，即 $m_1 = m_2 = m$ 且 $v_{20} = 0$ ，则由式 (2-2) 和式 (2-3)，并考虑物理上的实际情况，将得到两个滑块彼此交换速度，即

$$v_1 = 0, v_2 = v_{10}$$

若两个滑块质量不相等，即 $m_1 \neq m_2$ ，仍令 $v_{20} = 0$ ，则有

$$m_1 v_{10} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \text{和} \quad m_1 v_{10}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

将上面两式联立，可解得

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{10} \quad (2-4)$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{10} \quad (2-5)$$

由此可见，若 $m_1 < m_2$ ， $v_1 < 0$ 、 $v_2 > 0$ ，即两滑块相向运动；若 $m_1 > m_2$ ，两滑块则始终同向运动。

2. 完全非弹性碰撞

若两滑块相碰后，以同一速度沿直线运动而不分开，则称这种碰撞为完全非弹性碰撞，其特点是碰撞前后系统的动量守恒，而机械能不守恒。在实验中将滑块碰撞端装上尼龙粘胶扣，以使两滑块碰撞后粘在一起以同一速度运动，从而实现完全非弹性碰撞。

设完全非弹性碰撞后两滑块的共同速度为 v ，即 $v_1 = v_2 = v$ ，则有

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v \quad (2-6)$$

所以
$$v = \frac{m_1 v_{10} + m_2 v_{20}}{m_1 + m_2} \quad (2-7)$$

当 $m_1 = m_2$ ，且 $v_{20} = 0$ 时，则有 $v = \frac{1}{2} v_{10}$ 。

【实验内容与步骤】

1. 在完全弹性碰撞情形下验证动量守恒定律

(1) 将气垫道轨调水平，数字毫秒计功能键选择到“碰撞”挡，使数字毫秒计处于正常工作状态。

(2) 取两个质量近似相等的滑块，分别装上挡光片和弹簧圈，用天平称出两个滑块的质量 m_1 和 m_2 （包括挡光片和弹簧圈，此时有 $m_1 \approx m_2$ ）。

(3) 接通气阀后，将滑块 m_2 置于两光电门之间（两光电门距离不可太远），并令它静止（ $v_{20} = 0$ ）。如图 2-2 所示，将另一个滑块 m_1 放置在导轨的另一端，通过缓冲弹簧来推动滑块 1，也可在滑块 m_1 后面再加一小滑块，用小滑块去推动滑块 m_1 ，让滑块 m_1 与 m_2 相撞，记下 m_1 通过第一个光电门的时间 Δt_{10} ，按下数字毫秒计的“转换”键，就可以得到 m_1 通过第一个光电门的速度 v_{10} 。

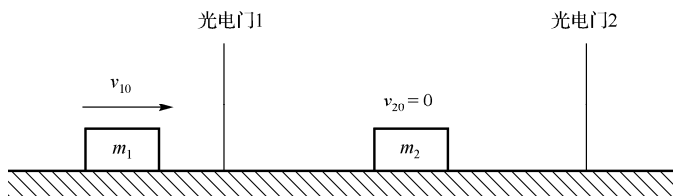


图 2-2 验证动量守恒定律示意图

(4) 两滑块碰撞之后，滑块 m_1 将静止，而滑块 m_2 以速度 v_2 向前运动，记下 m_2 通过第二个光电门的时间 Δt_2 ，按下数字毫秒计的“转换”键，就可以得到 m_2 通过第二个光电门的速度 v_2 ，重复三次，记录所测数据，填入表 2-1。

(5) 取一大一小两个滑块（如 $m_1 > m_2$ ），重复（1）、（2）、（3），并记录 m_1 通过第一个光电门的时间 Δt_{10} ，按下数字毫秒计的“转换”键，就可以得到 m_1 通过第一个光电门的速度 v_{10} ，以及碰撞之后，滑块 m_1 和滑块 m_2 先后通过第二个光电门的时间 Δt_1 和 Δt_2 ，按下数字毫秒计的“转换”键，就可以得到相应的速度 v_1 和 v_2 ，重复三次，记录所测数据，填入表 2-2。

(6) 利用测得的数据分别验证每次碰撞前后的动量是否守恒，并计算相对误差 $E = \frac{\Delta p}{p} = \frac{|p' - p_0|}{p_0} \times 100\%$ ，其中 p' 为末动量， p_0 为碰撞之前的总动量，写出实验的结论。

2. 在完全非弹性碰撞情形下验证动量守恒定律

(1) 在选定的两个滑块的相碰端安装尼龙粘胶扣。

(2) 检验以下两种情形下，动量是否守恒。

- ① 两滑块的质量相等时 ($m_1 \approx m_2$), 并且 $v_{20} = 0$;
 - ② 两滑块的质量不等时 ($m_1 \neq m_2$), 并且 $v_{20} = 0$ 。
- (3) 参照实验内容 1, 自行完成实验, 自拟数据表格, 计算出实验结果, 写出实验的结论。

【实验数据记录与处理】

表 2-1 完全弹性碰撞实验数据记录表 ($m_1 \approx m_2$)

$m_1 = \underline{\quad}$ g, $m_2 = \underline{\quad}$ g, $v_{20} = 0$ cm/s, 挡光板宽度 $\Delta x = \underline{\quad}$ cm						
次数	$\Delta t_0 / s$	$v_{10} / (\text{cm/s})$	$\Delta t_2 / s$	$v_2 / (\text{cm/s})$	$P_0 = m_1 v_{10} / (\text{g} \cdot \text{cm/s})$	$P' = m_1 v_1 + m_2 v_2 / (\text{g} \cdot \text{cm/s})$
1						
2						
3						

表 2-2 完全弹性碰撞实验数据记录表 ($m_1 \neq m_2$)

$m_1 = \underline{\quad}$ g, $m_2 = \underline{\quad}$ g, $v_{20} = 0$ cm/s, 挡光板宽度 $\Delta x = \underline{\quad}$ cm								
次数	$\Delta t_0 / s$	$v_{10} / (\text{cm/s})$	$\Delta t_2 / s$	$v^2 / (\text{cm/s})$	$\Delta t_1 / s$	$v_1 / (\text{cm/s})$	$m_1 v_{10} / (\text{g} \cdot \text{cm/s})$	$m_1 v_1 + m_2 v_2 / (\text{g} \cdot \text{cm/s})$
1								
2								
3								

【注意事项】

1. 实验时, 应保证安装在滑块上的弹簧圈是对称和牢固的, 以保证对心碰撞, 尽量避免碰撞时滑块的晃动。
2. 实验时, 最好不要用手直接推滑块 m_1 去撞滑块 m_2 , 可通过缓冲弹簧来推动滑块 m_1 , 也可在滑块 m_1 后面再加一小滑块, 用小滑块去推动滑块 m_1 , 以保证推力和轨面平行。

【思考题】

1. 实验时气轨是否要调水平? 若没有调水平, 气轨向右或向左倾斜时, 对实验有何影响?
2. 当光电门距离碰撞点的位置不同时, 对实验是否有影响? 试比较把光电门放在靠近或远离碰撞位置时的实验结果。
3. 对你使用的实验装置, 如果取 $m_1 = m_2$, $v_{20} = 0$, 并且认为 $v_1 = 0$, 将对结果引入多大的误差?

实验三 用三线摆测量刚体转动惯量

【实验目的】

1. 掌握用三线摆测量刚体转动惯量的原理和方法。
2. 验证平行轴定理。

【仪器和用具】

三线摆实验仪、通用计数计时器、游标卡尺、米尺、待测样品（圆环，两个圆柱体）。

【实验原理】

三线摆是通过扭转运动测量刚体转动惯量的一种装置，图 3-1 所示为三线摆实验仪结构简图。图 3-2 所示为三线摆实验装置的示意图。它是将一个均质圆盘，以等长的三条线对称地悬挂在一个水平固定的小圆盘下面。上、下圆盘均处于水平，悬挂在横梁上。三个对称分布的等长悬线将两圆盘相连。上圆盘固定，下圆盘可绕中心轴 OO' 扭转做扭摆运动。扭摆运动的过程也就是圆盘势能与动能的转化过程。扭摆运动的周期 T 和下圆盘的质量分布有关，当改变下圆盘的转动惯量（改变质量分布）时，扭摆运动周期也相应地发生变化。三线摆就是通过测定它的扭摆运动周期来测定待测物的转动惯量的。

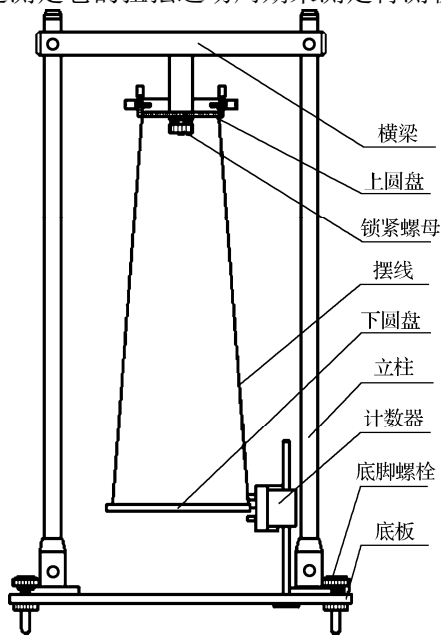


图 3-1 实验仪结构简图

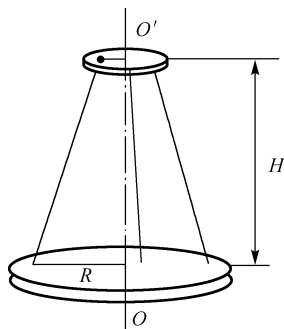


图 3-2 三线摆实验装置的示意图

当下盘转动角度很小，且略去空气阻力时，扭摆的运动可近似视为简谐运动。根据能量守恒定律和刚体转动定律均可以导出物体绕中心轴 OO' 的转动惯量。如图 3-3 所示，下圆盘可绕 OO' 轴扭转，设下圆盘质量为 m ，当它绕 OO' 做小角度扭动 θ 时，圆盘位置升高了 h ，则势能 E_p 为

$$E_p = mgh \quad (3-1)$$

动能 E_k 为

$$E_k = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 = \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (3-2)$$

式中, I_0 为下圆盘沿 OO' 轴的转动惯量, 若不计摩擦阻力, 则下圆盘的势能与动能之和应保持不变, 即

$$mgh + \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \text{常量} \quad (3-3)$$

设悬线长为 L , 上、下圆盘半径分别为 r 和 R , 当上、下圆盘扭转一角度 θ 时, 从上圆盘 B 点作下圆盘垂线, 与升高 h 前、后的下圆盘分别交于 C 和 C_1 , 如图 3-3 所示, 则有

$$h = BC - BC_1 = \frac{BC^2 - BC_1^2}{BC + BC_1} \quad (3-4)$$

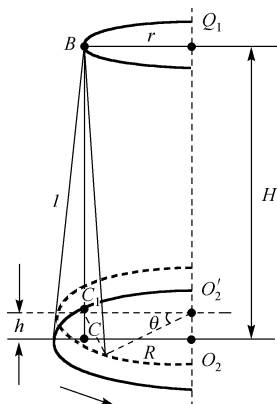


图 3-3 下圆盘

$$\text{而 } BC^2 = AB^2 - AC^2 = L^2 - (R-r)^2$$

$$BC_1^2 = A_1B^2 - A_1C_1^2 = L^2 - (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta)$$

所以

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \theta)}{BC + BC_1} = \frac{4Rr \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}{BC + BC_1} \quad (3-5)$$

在偏转角很小时, $\sin \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$, 而 $BC + BC_1 \approx 2H$, 则

$$h = \frac{Rr\theta^2}{2H} \quad (3-6)$$

将式 (3-6) 代入式 (3-3), 并对 t 微分可得

$$I_0 \frac{d\theta d^2 \theta}{dt dt^2} + mg \frac{Rr}{H} \theta \frac{d\theta}{dt} = 0 \quad (3-7)$$

即

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{mgRr}{I_0 H} \theta \quad (3-8)$$

式 (3-8) 为一简谐振动方程, 故该振动的角频率 ω 的平方应为

$$\omega^2 = \frac{mgRr}{I_0 H} \quad (3-9)$$

振动周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$, 所以

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_0 H}{mgRr} \quad (3-10)$$

由此得出

$$I_0 = \frac{mgRr}{4\pi^2 H} T_0^2 \quad (3-11)$$

式 (3-11) 是测量下圆盘绕线中心轴转动惯量的计算公式。若在实验过程中, 分别测出 m 、 R 、 r 、 H 及 T , 就可以通过式 (3-11) 求出圆盘的转动惯量 I_0 。如果在下圆盘上放上另一个质量为 M 、转动惯量为 I (对 OO' 轴) 的物体时, 则有

$$I + I_0 = \frac{(m+M)gRr}{4\pi^2 H} T^2 \quad (3-12)$$

将式 (3-11) 代入式 (3-12) 得

$$I = \frac{gRr}{4\pi^2 H} [(m+M)T^2 - mT_0^2] \quad (3-13)$$

根据式 (3-13), 通过长度、质量和扭摆周期的测量, 便可求出刚体绕中心轴的转动惯量。由式 (3-13) 可知, 各物体对同一转轴的转动惯量满足线性相加减的关系。

用三线摆法还可以验证平行轴定理。若质量为 m 的物体绕过其质心轴的转动惯量为 I_c , 当转轴平行移动距离 d 时, 则此物体对新轴的转动惯量为 $I' = I_c + md^2$ 。

这一结论称为转动惯量的平行轴定理。

将两个相同的圆柱体对称地置于下圆盘上, 如图 3-4 所示, 圆柱体的中心到下圆盘中心的距离为 d 。

设圆柱体的质量为 m_1 , 对圆柱轴线的转动惯量为 I_1 , 则根据平行轴定理, 如图放置圆柱体时, 下圆盘加圆柱体后的转动惯量为 $I_0 + 2(I_1 + m_1 d^2)$, 其总质量为 $m + 2m_1$ 。

通过实验测出两小圆柱体和下圆盘绕中心轴 OO' 的转动周期 T_1 , 则

$$I_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{(m_0 + 2m_1)gRr}{4\pi^2 H} T_1^2 - I_0 \right] \quad (3-14)$$

如果测出小圆柱中心与下圆盘中心之间的距离 d 及小圆柱体的半径 R_x , 则由平行轴定理可求得

$$I'_1 = m_1 d^2 + \frac{1}{2} m_1 R_1^2 \quad (3-15)$$

比较 I_1 与 I'_1 的大小, 可验证平行轴定理。

【实验内容与步骤】

1. 测定圆环对于通过质心且垂直于环面的轴的转动惯量

(1) 调节底座水平: 将水平泡置于横梁中心位置, 调节底脚螺栓, 使水平泡处于中间位置。

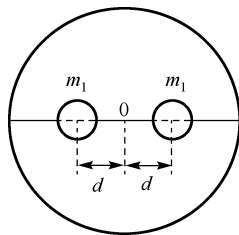


图 3-4 圆柱体对称图

(2) 调节下盘水平：将水平仪放在下盘中央，调节三根摆线的调节螺栓，使水平仪气泡处于中间位置，用米尺测量上、下圆盘间高度 H 。

(3) 记下下圆盘、圆环、小圆柱的质量。

(4) 用游标卡尺测出上、下圆盘圆心到悬挂点的距离 r 和 R ：由于悬挂点构成一个正三角形，测量出上圆盘悬挂点之间的距离 a ，则 $r = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ ，同法可测 R 。上述各量都做多次测量，再取平均值。

(5) 用累积放大法测定扭摆转动的周期，即用计时工具测量累积多个周期的时间，然后求出其运动周期（想一想，为什么不直接测量一个周期？）。如用秒表手动计时，应以过平衡位置作为计时的起止时刻（想一想，为什么？），并默读 5、4、3、2、1、0，当数到“0”时启动停表，这样既有一个计数的准备过程，又不至于少数一个周期。

(6) 检验下圆盘的转动惯量 I_0 。

计算下圆盘的转动惯量 I_0 ，将测量值 I_0 与理论值 I' ($I' = mD^2/8$ ， D 为下圆盘直径) 相比，二者差异是否超过测量误差范围。如果差异较大，分析其原因，重新做实验。

(7) 把待测圆环置于下圆盘的圆心位置上（注意使圆环与圆盘中心重合），测出圆环与下圆盘叠加后的振动周期 T 。

(8) 求出此时的转动惯量，并减去下圆盘的转动惯量，即为圆环的转动惯量。

2. 验证转动惯量的平行轴定理

(1) 将两个相同的圆柱体对称地置于下圆盘上，如图 3-4 所示。圆柱体的中心到下圆盘中心的距离为 d 。圆柱体的质量为 m_1 ，对圆柱轴线的转动惯量为 I_1 。测出此时扭摆的转动周期 T_1 ，根据式 (3-14) 和式 (3-15) 即可验证平行轴定理。

(2) 也可以用作图法。根据平行轴定理，如图 3-4 放置圆柱体时，下圆盘加圆柱体后的转动惯量为 $I_0 + 2(I_1 + m_1 d^2)$ ，其总质量为 $m + 2m_1$ ，参照式 (3-10) 可推算出：

$$T_1^2 = \frac{4\pi^2 H}{(m + 2m_1)gRr} [I_0 + 2(I_1 + m_1 d^2)] \quad (3-16)$$

展开式 (3-16) 得

$$T_1^2 = \left[\frac{4\pi^2 H}{(m + 2m_1)gRr} (I_0 + 2I_1) \right] + \left[\frac{4\pi^2 H \cdot 2m_1}{(m + 2m_1)gRr} \right] d^2 \quad (3-17)$$

从 $d=0$ 改变圆柱体的位置，测出各 d 值对应的周期值 T_1 ，然后用坐标纸或用计算机作 $T_1^2 - d^2$ (T_1^2 为纵坐标， d^2 为横坐标) 直线，该直线的纵轴截距将等于式 (3-17) 中的 $\frac{4\pi^2 H}{(m + 2m_1)gRr} (I_0 + 2I_1)$ ，

直线斜率为 $\frac{4\pi^2 H \cdot 2m_1}{(m + 2m_1)gRr}$ ，直线的截距和斜率的比值为 $\frac{I_0 + 2I_1}{2m_1}$ 。

验证平行轴定理，在此检验：

(1) 用 Excel 作 $T_1^2 - d^2$ 的关系曲线，判断其是否为线性关系。

(2) 下圆盘加上圆柱体后的转动惯量为 $I_0+2(I_1+m_1d^2)$, 取 $d=0$, 结合式 (3-12) 求出总的转动惯量 I_0+2I_1 。比较直线 $T_1^2-d^2$ 的截距和斜率之比是否等于 $\frac{I_0+2I_1}{2m_1}$ (在测量范围之内)。求 $T_1^2-d^2$ 直线的截距和斜率, 可用直线拟合法拟合直线求出。

【实验数据记录与处理】

参考表格:

表 3-1 累积法测周期的实验数据记录表

摆动 20 次所需时间/s	次数	下圆盘	下圆盘加圆环	下圆盘加圆柱体
	1			
	2			
	3			
	4			
	5			
	平均值			
周期		$\bar{T}_0 = \text{___} \text{s}$	$\bar{T} = \text{___} \text{s}$	$\bar{T}_1 = \text{___} \text{s}$

表 3-2 有关长度多次测量的实验数据记录表

项目次数	上盘悬孔间距 a/cm	下盘悬孔间距 b/cm	待测圆环		小圆柱体直径 $2R_x/\text{cm}$
			外直径 $2R_1/\text{cm}$	内直径 $2R_2/\text{cm}$	
1					
2					
3					
4					
5					
平均					
	$\bar{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \bar{a} = \text{___}$	$\bar{b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \bar{b} = \text{___}$	$\bar{R}_1 = \text{___}$	$\bar{R}_2 = \text{___}$	$\bar{R}_x = \text{___}$

下盘质量 $m = \text{___}$, 待测圆环质量 $M = \text{___}$, 圆柱体质量 $m_1 = \text{___}$, $H = \text{___}$ 。

根据以上数据, 求出待测圆环的转动惯量, 将其与理论值计算值比较, 求相对误差, 并进行讨论。已知理想圆环绕中心轴转动惯量的计算公式为 $I_{\text{理论}} = \frac{M}{2}(\bar{R}_1^2 + \bar{R}_2^2)$ 。直径为 D , 质量为 m 的圆盘的转动惯量理论计算公式为 $I_0 = \frac{1}{8}mD^2$ 。

表 3-3 验证平行轴定理的实验数据记录表

项目 次数	小孔间距 $2d/\text{cm}$	周期 T_1/s	实验值/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	理论值/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
			$I_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{(m+2m_1)g\bar{R}\bar{r}}{4\pi^2 H} T_1^2 - I_0 \right]$	$I'_1 = m_1 d^2 + \frac{1}{2} m_1 \bar{R}_x^2$
1				
2				

续表

项目 次数	小孔间距 $2d/\text{cm}$	周期 T_1/s	实验值/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ $I_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{(m + 2m_1)g\bar{R}\bar{r}}{4\pi^2 H} T_1^2 - I_0 \right]$	理论值/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ $I_1' = m_1 d^2 + \frac{1}{2} m_1 R_x^2$
3				
4				
5				

由上表数据分析实验误差，由得出的数据给出是否验证了平行轴定理的结论。

【思考题】

1. 将一半径小于下圆盘半径的圆盘放在下圆盘上，并使中心一致，试讨论此时三线摆的周期和空载时的周期相比是增大、减小还是不一定？
2. 你是否能用其他的方法验证平行轴定理？
3. 用三线摆测刚体转动惯量时，为什么必须保持下盘水平？
4. 在测量过程中，如下盘出现晃动，对周期测量有影响吗？如有影响，应如何避免？
5. 测量圆环的转动惯量时，若圆环的转轴与下盘转轴不重合，对实验结果有何影响？
6. 如何利用三线摆测定任意形状的物体绕某轴的转动惯量？
7. 三线摆在摆动中受空气阻尼，振幅越来越小，它的周期是否会变化？对测量结果影响大吗？为什么？

实验四 拉伸法测定杨氏模量

【实验目的】

1. 掌握用拉伸法测定金属丝的杨氏模量。
2. 学会用光杠杆测量长度的微小变化。
3. 学会用逐差法处理数据。

【仪器和用具】

杨氏模量测量仪，光杠杆，镜尺组，钢卷尺，螺旋测微计，钢直尺，砝码。

【实验原理】

1. 胡克定律和杨氏弹性模量

当固体受外力作用时，它的体积和形状将要发生变化，这种变化称为形变。物体的形变可分为弹性形变和塑性形变。固体材料的弹性形变又可分为纵向、切变、扭转、弯曲。当外力不太大时，物体的形变与外力成正比，且外力停止作用物体立即恢复原来的形状和体积，

这种形变称弹性形变。当外力较大时，物体的形变与外力不成比例，且当外力停止作用后，物体形变不能完全消失，这种形变称为范性形变。范性形变的产生是由于物体形变而产生的内应力（大小等于单位面积上的作用力）超过了物体的弹性限度（屈服极限）的缘故。如果再继续增大外力，当物体内产生的内应力超过物体的强度极限时，物体便被破坏了。胡克定律指出：在物体的弹性限度内，应力与应变成正比，其比例系数称为杨氏模量（记为 E ）。在数值上等于产生单位应变时的应力。它的单位与应力的单位相同。其中：单位面积上所受到的力称为应力，应变是指在外力作用下的相对形变，它反映了物体形变的大小。杨氏模量来描述材料抵抗纵向弹性形变的能力。

设有一根长为 L ，横截面积为 S 的钢丝，在外力 F 作用下伸长了 ΔL ，则

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (4-1)$$

式中，比例系数 E 称为杨氏模量，单位为 $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ 。设实验中所用钢丝直径为 d ，则 $S = \frac{1}{4} \pi d^2$ ，将此式代入式 (4-1) 整理以后得

$$E = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (4-2)$$

式 (4-2) 表明，对于长度 L ，直径 d 和所加外力 F 相同的情况下，杨氏模量 E 大的金属丝的伸长量 ΔL 小。因而，杨氏模量表达了金属材料抵抗外力产生拉伸（或压缩）形变的能力。杨氏模量是表征固体材料性质的一个重要的物理量，是工程设计上选用材料时常需涉及的重要参数之一，一般只与材料的性质和温度有关，与外力及物体的几何形状无关。对一定材料而言， E 是一个常数，它仅与材料的结构、化学成分及其加工制造的方法有关。杨氏模量的大小标志了材料的刚性。

为能测出金属丝的杨氏模量 E ，必须准确测出式 (4-2) 中右边各量。其中 L 、 d 、 F 都可用一般方法测得，唯有 ΔL 是一个微小的变化量，用一般量具难以测准，为了测量细钢丝的微小长度变化，实验中使用了光杠杆放大法间接测量。利用光杠杆不仅可以测量微小长度变化，也可测量微小角度变化和形状变化。由于光杠杆放大法具有稳定性好、简单便宜、受环境干扰小等特点，在许多生产和科研领域得到广泛应用。

2. 光杠杆和镜尺系统是测量微小长度变化的装置

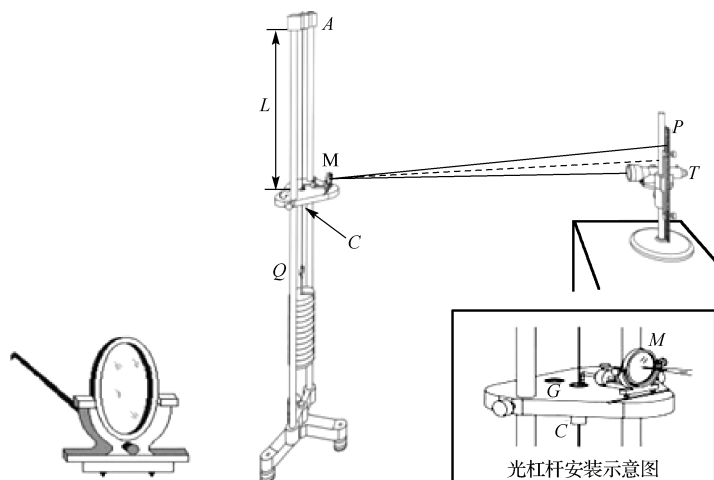
光杠杆结构如图 4-1(a) 所示，它实际上是附有三个尖足的平面镜。三个尖足的边线为等腰三角形。前两足刀口与平面镜在同一平面内（平面镜俯仰方位可调），后足在前两足刀口的中垂线上。镜尺系统由一把竖立的毫米刻度尺和在尺旁的一个望远镜组成。镜尺系统和光杠杆组成如图 4-1(b) 所示的测量系统。

另一种杨氏模量测量装置如图 4-2 所示，两种装置的原理是完全一样的，只是构造上略有不同而已。

将光杠杆和镜尺系统按图 4-1 或图 4-2 安装好，并按仪器调节步骤调节好全部装置之后，就会在望远镜中看到由镜面 M 反射的直尺（标尺）的像。标尺是一般的米尺，但中间刻度为 0。其光路部分如图 4-3 所示。图中 M_1 表示钢丝处于伸直情况下光杠杆小镜的位置。从望远

镜的目镜中可以看见水平叉丝对准标尺的某一刻度线 n_0 ，当在钩码上增加砝码（第 i 块）时，因钢丝伸长致使置于钢丝下端附着在平台上的光杠杆后足 P 跟随下降到 P' ， PP' 即为钢丝的伸长 ΔL_i ，于是平面镜的法线方向转过角度 θ ，此时平面镜处于位置 M_2 。在固定不动的望远镜中会看到水平叉丝对准标尺上的另一刻线 n_i ，假设开始时对光杠杆的入射和反射光线重合，当平面镜转角度 θ 时，入射到光杠杆镜面的光线方向就要偏转 2θ ，故 $\angle n_0 O n_i = 2\theta$ ，因 θ 很小， OO' 也很小，故可认为平面镜到标尺的距离 $D \approx O'n_0$ ，且有

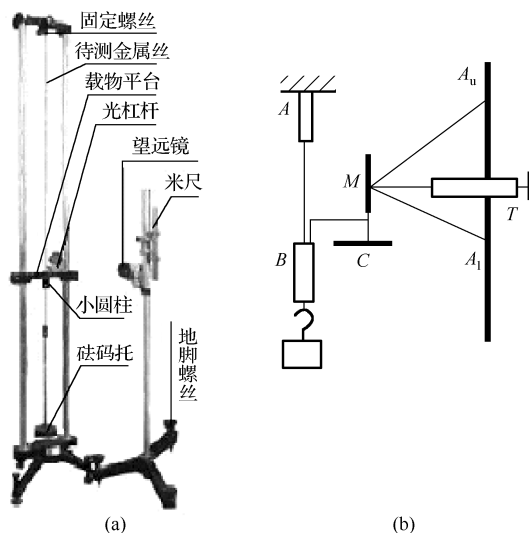
$$\tan 2\theta \approx 2\theta \approx \frac{n_i - n_0}{D} = \frac{\Delta n}{D}$$



(a) 光杠杆结构

(b) 测量系统

图 4-1 光杠杆和实验装置示意图（一）



(a)

(b)

图 4-2 光杠杆和实验装置示意图（二）

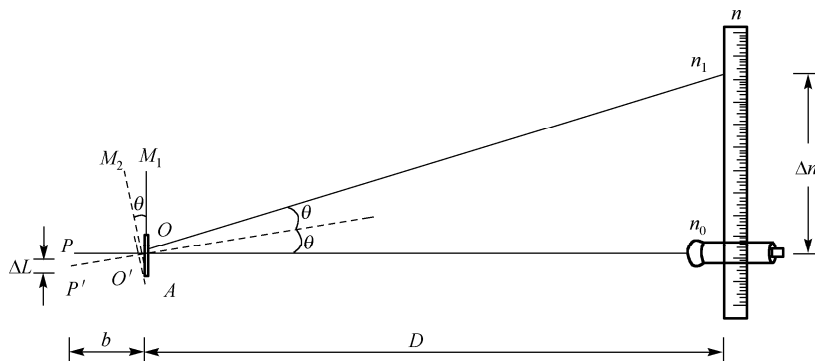


图 4-3 光杠杆放大原理

即

$$\theta = \frac{\Delta n}{2D} \quad (4-3)$$

又从 OPP' , 得

$$\theta \approx \tan \theta \approx \frac{\Delta L_i}{b} \quad (4-4)$$

式中, b 为光杠杆后足至两前足连线的垂直距离, 称为光杠杆常数。由以上两式得

$$\Delta L_i = \frac{b\Delta n}{2D} = W\Delta n \quad (4-5)$$

式中, $\frac{1}{W} = \frac{2D}{b}$, 可称为光杠杆的“放大率”。式中 b 和 D 可以直接测量, 因此当增加质量为 m 的砝码时, 只要在望远镜测得标尺刻线移过的距离 Δn , 即可算出钢丝的相应伸长 ΔL_i 。将 ΔL_i 值代入式 (4-2) 后得:

$$E = \frac{8mgLD}{\pi bd^2(n_i - n_0)} = \frac{8mgLD}{\pi bd^2\Delta n} \quad (4-6)$$

常用单位是 N/m^2 。式中的 $\Delta n = (n_i - n_0)$ 为加砝码前后望远镜直尺读数的变化量, 若设 $K = \frac{n_i - n_0}{m}$, 则 K 为砝码质量改变一个单位时, 望远镜中所见的读数变化量, 则式 (4-6) 也可写成

$$E = \frac{8mgLD}{\pi d^2 Kb} \quad (4-7)$$

【实验内容与步骤】

1. 夹好钢丝, 调整支架呈竖直状态, 在钢丝的下端悬一钩码和适量砝码 (这些质量不算在以后各次所加质量之内), 使钢丝能够自由伸张。
2. 将光杠杆放在平台上, 调节平台的上下位置, 尽量使三足在同一个水平面上。

3. 安置好光杠杆，前足刀口置于固定平台的沟线内，后足置于钢丝下端附着平台上，并靠近钢丝，但不能接触钢丝。不要靠着圆孔边，也不要放在夹缝中。使平面镜 M 与平台大致垂直。

4. 在杨氏模量测定仪前方约 1.5m 处放置望远镜直横尺，并使望远镜和光杠杆在同一个高度，并使光杠杆的镜面和标尺都与钢丝平行。

5. 调节望远镜，使之处与平面镜处于同一高度；沿望远镜筒上面的缺口和准星观察到平面镜 M ；通过改变平面镜 M 的仰角，能够从标尺附近通过平面镜 M 反射看到望远镜。调节右侧的物镜调焦手轮和调节镜筒下面的竖直旋钮，改变平面镜 M 的仰角，从望远镜中先寻找到平面镜 M ，并对准平面镜 M 中心；然后调节望远镜物镜调焦手轮看到标尺的像。如无标尺的像，则可在望远镜外观察，移动望远镜，使准星 A 、 B 与平面镜中标尺像在一条直线上，这时在望远镜中就可以看到标尺的像。调节目镜看清十字叉丝。观察望远镜中能清楚地看到标尺刻度。标尺要竖直，望远镜应水平对准平面镜中部。

6. 试加几个砝码，估计一下满负荷时标尺读数是否够用，如不够用，应对平面镜进行微调，调好后取下砝码。

7. 记录望远镜中水平叉丝对准的标尺刻度初始读数 n_0 （不一定要为零），再在钢丝下端加砝码（1.0kg），记录望远镜中标尺读数 n_1 ，以后依次加 1.0kg 的砝码，并分别记录望远镜中标尺读数。这是增量过程中的读数。然后每次减少 1.0kg 的砝码，并记下减重时望远镜中标尺的读数，填写在数据记录表格中（见后面数据记录部分）。

8. 用米尺测量平面镜与标尺之间的距离、钢丝长度，用游标卡尺测量光杠杆长度 b （用光杠杆在纸上按一下，留下 z_1 、 z_2 、 z_3 三点的痕迹，连成一个等腰三角形。作其底边上的高，即可测出 b 。用螺旋测微器测量钢丝直径 d ，测量 5 次。可以在钢丝的不同部位和不同径向测量。

9. 用分组逐差法计算 $(n_i - n_0)$ ，
$$n_i - n_0 = \frac{(n_3 - n_0) + (n_4 - n_1) + (n_5 - n_2)}{3}$$
，此时 $F = mg$ ， $m = 3\text{kg}$ ，由式（4-6）就可以计算杨氏模量 E ，并计算误差 ΔE （误差公式为 $\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta(n_i - n_0)}{n_i - n_0}$ ， $\Delta(n_i - n_0) = \frac{\Delta n_0 + \Delta n_1 + \Delta n_2 + \Delta n_3 + \Delta n_4 + \Delta n_5}{3}$ ，其中不计砝码质量的误差）。

【注意事项】

1. 实验系统调好后，一旦开始测量，在实验过程中绝对不能对系统的任一部分进行任何调整。否则，所有数据将重新再测。

2. 增减砝码时要防止砝码晃动，以免钢丝摆动造成光杠杆移动并使系统稳定后才能读取数据。并注意槽码的各槽口应相互错开，防止因钩码倾斜使槽码掉落。

3. 注意保护平面镜和望远镜，不能用手触摸镜面。

4. 待测钢丝不能扭折, 如果严重生锈和不直, 则必须更换。
5. 光杠杆的支脚 z_1 、 z_2 的尖端必须放在 V 形槽的最深处, 此时光杠杆最平衡。支脚应放在圆柱夹头的圆平面处, 而不能放在圆柱形夹头的顶部夹住钢丝的孔或缝中。
6. 望远镜调整要消除视差。
7. 因刻度尺中间刻度为零, 在逐次加砝码时, 如果望远镜中标尺读数由零的一侧变化到另一侧时, 应在读数上加负号。
8. 在读数时应随时注意读数是否有误。这可以由两点来判断: (1) 在相同的 F 下, 增重与减重时标尺上的读数应大致相同; (2) 由于应变与应力成正比, 因此每次加 1.0kg 时引起的伸长量 (相邻两个读数误差) 应大致相同。如果离这两点要求偏差过大, 应检验仪器是否正常, 钢丝本身是否直, 光杠杆主杆尖脚 z_3 不要与金属丝相碰, 钢丝夹头是否夹紧 (特别是光杠杆的支脚位置及平面镜是否松动), 读数是否正确。
9. 测量 D 时应该是标尺到平面的垂直距离。测量时卷尺应该放水平。
10. 实验完成后, 应将砝码取下, 防止钢丝疲劳。

【实验数据记录与处理】

光杠杆平面镜到尺子的距离 $D =$ _____ mm, $\Delta D =$ _____ mm;

光杠杆前后足尖的垂直距离 $b =$ _____ mm, $\Delta b =$ _____ mm;

钢丝长度 $L =$ _____ mm, $\Delta L =$ _____ mm。

表 4-1 测量钢丝直径的实验数据表

物理量	1	2	3	4	5	平均值	误差
钢丝直径 d/mm							

表 4-2 钢丝伸长记录表

(单位: cm)

每个砝码的质量 $m =$ _____ kg

物理量	n_0	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
加砝码						
减砝码						
加砝码						
减砝码						
平均值						
误差						

【思考题】

1. 从光杠杆的放大倍数考虑, 增大 D 与减小 b 都可以增加放大倍数, 那么它们有何不同?
2. 怎样提高测量微小长度变化的灵敏度? 是否可以增大 D 无限制地增大放大倍数? 其放大倍数是否越大越好? 放大倍数增大有无限限制?
3. 为什么在测量中, 望远镜中标尺的读数应尽可能在望远镜所在处标尺位置的上下附近?