

第 1 章 绪 论

1.1 区间二型模糊系统的产生背景

自 L.A.Zedeh 教授在 1965 年提出模糊集的概念^[1]起, 经过几十年的发展, 模糊集及系统的研究取得了长足的进步。模糊理论已经广泛地应用于系统控制、模式识别、信号处理及决策分析等领域^[2~10]。模糊理论诞生之初, 人们并未发现它在系统控制领域的作用。直到 20 世纪 70 年代, Mamdani 成功地将模糊逻辑应用到锅炉和蒸汽机的控制, 模糊控制理论才逐渐被认识和研究^[11~13]。由于 Mamdani 模糊控制方法简单、易理解、易实施, 它很快被工程师所接受。当前, Mamdani 模糊控制方法已成功地应用到了工业领域, 如污水处理^[14]、水泥窑炉控制^[15]等。在实际应用中, Mamdani 模糊控制方法通常可达到满意的控制性能, 但闭环系统的稳定性分析一直无法得到很好的解决。模糊闭环系统的稳定性分析是一个重要的课题, 但 Mamdani 模糊控制方法缺乏坚实的理论基础, 而且也缺乏合适的数学工具进行控制器性能的分析^[16]。Mamdani 模糊控制方法完全是基于启发式规则的语义表达, 并且没有任何模型描述, 这或多或少被认为是导致上述问题的根本原因^[17, 18]。为了解决 Mamdani 模糊控制方法所遭遇到的困难, 基于模型的模糊控制方法在过去 20 年得到了广泛的研究和发展。

特别地, T-S 模糊控制是基于模型的模糊控制的重要方法, 并且已经成为处理非线性系统稳定性分析及控制器综合的有力工具^[19]。Takagi 和 Sugeno 在 20 世纪 80 年代提出了 T-S 模糊模型^[20, 21]。最初, T-S 模糊模型仅仅被用于非线性函数的近似, 因此它在形式上还不是一个动态系统^[20, 21]。后来, Cao 等人为了实际应用的需要, 将原始的 T-S 模糊模型扩展到动态模型^[22~24], 并用于近似非线性动态系统(下文所指的 T-S 模糊模型就是被 Cao 等人所扩展的动态模型)。自此, 基于 T-S 模糊模型的稳定性分析和控制器设计得到了广泛的关注和发展。T-S 模糊模型是由非线性模糊权重将一系列线性子模型光滑连接而成的全局模型, 在任何凸紧集内, T-S 模糊模型能够以任意精度逼近任意光滑非线性函数^[23, 25~29]。该理论结果保证了 T-S 模糊模型能够用来表示非线性动态系统。T-S 模糊模型本质上是非线性系统, 但每条规则的后件又是线性系统, 这种半线性化的特征使得稳定性分析和控制器综合能够方便地实施。近 20 年来,

T-S 模糊控制已经逐渐成为学术研究的热点问题，并且成为非线性系统控制的重要方法。

传统的 T-S 模糊控制通常假定模糊权重不包含不确定性信息，并通常采用并行分布补偿 (Parallel Distributed Compensator, PDC) 策略设计反馈控制器，最后利用李雅普诺夫 (Lyaounov) 稳定性理论推导控制器的存在条件。在实际工业应用中，非线性系统常常伴随着不确定性，例如，具有不确定参数、包含不可测变量，以及/或具有未知扰动。于是，当用传统的 T-S 模糊模型去近似具有参数不确定性的非线性系统时，可能导致其模糊权重包含不确定的参数，此时 PDC 策略不能直接用来设计模糊反馈控制器^[30,31]。非并行分布补偿 (non-Parallel Distributed Compensator, non-PDC) 策略能够处理具有不确定隶属函数的 T-S 模糊系统。由于 non-PDC 策略不要求模糊控制器与模糊系统分享相同的前提隶属函数，且 non-PDC 策略不能有效利用隐藏在隶属函数中的不确定性信息，于是其分析结果常具有保守性^[32]。因此，提升系统处理不确定性的能力，并且保留 T-S 模糊模型的良好性质，是研究具有参数不确定性非线性系统的重点问题。

事实上，随着科技的进步和社会的发展，研究的系统越来越复杂并且通常具有不确定性，用一个确定隶属度值描述某个对象隶属于某个模糊集的程度显得越来越困难。特别是在高度不确定性环境中，传统模糊集 (L.A.Zedeh 在 1965 年提出的模糊集称为传统模糊集，也称为一型模糊集) 往往不能获得较好的效果。为了提高系统处理不确定性的能力，L.A.Zedeh 在 1975 年提出了二型模糊集的概念^[33]。二型模糊集的隶属度不再是确定值，而是表现为一型模糊集。从空间维数来看，一型模糊集可以用二维空间描述 (对象和隶属度)，而二型模糊集必须用三维空间描述 (对象、主隶属度及次隶属度)，因此二型模糊集大大地增加了设计的自由度，在高度不确定场合，二型模糊集往往可以获得比一型模糊集更好的效果^[34-38]。相对一型模糊集，二型模糊集被更多的参数描述，因此计算复杂度也会相应地增加。由于二型模糊集的计算代价太大，并且研究者将更多的关注放在了一型模糊集上，二型模糊集在提出之初并未得到太多的重视。直到 Mendel 等人提出了二型模糊集的简化计算^[39-42]，二型模糊集及系统才得到了学者们的极大关注。特别是在近 10 多年来，二型模糊集及系统理论已经逐渐成为学术界的热点研究问题^[43, 44]。

近年来，二型模糊集理论得到了极大的发展。然而，基于二型模糊逻辑的系统控制理论还研究得不多。特别地，关于二型模糊系统稳定性分析及镇定控制的报道还很少。正如前述，T-S 模糊模型具有逼近任意光滑非线性函数的良好能力，并且具有局部线性化的性质，而二型模糊集可以提高处理不确定性的

能力。因此，将二型模糊逻辑推广到 T-S 模糊模型会增强系统处理不确定性和非线性的能力。二型 T-S 模糊系统正是在此背景下诞生的。目前，二型 T-S 模糊系统已经用来表示具有参数不确定性的非线性系统，但关于二型 T-S 模糊系统稳定性分析及控制器综合的文献屈指可数^[32, 45~52]。这些文献主要关注二型 T-S 模糊系统的状态反馈控制，并且现有的状态反馈控制方法具有一定的保守性。获得较少保守性的设计条件可以扩大提出方法的应用范围，因此减少设计条件的保守性是 T-S 模糊控制领域的重要研究课题。此外，实际系统的状态通常无法直接量测，研究输出反馈控制问题具有重要的应用价值，然而据作者所知，二型 T-S 模糊系统的输出反馈控制仍然处于空白领域。因此，基于二型 T-S 模糊模型示具有参数不确定性的非线性系统，并设计二型模糊状态反馈控制器和输出反馈控制器，在此基础上，基于李雅普诺夫稳定性理论推导较少保守性的设计条件具有重要的理论意义和实际应用价值。

1.2 一型 T-S 模糊控制研究现状

一型 T-S 模糊系统是表示光滑非线性系统的有力工具。一般地，两种方法可以获得一型 T-S 模糊模型^[18, 19]。第一种方法主要基于系统的输入-输出数据，并运用系统辨识算法获得一型 T-S 模糊模型。当无法获得非线性系统的数学模型，而系统的输入-输出数据又可以获得时，主要采用这一方法。第二种建模方法主要适合于非线性系统数学模型已知的情形。当非线性系统的数学模型已经被建立时，运用扇区非线性法或局部近似方法可以获得期望的一型 T-S 模糊模型。一般地，一型 T-S 模糊模型可以通过如下的规则描述。

系统规则 i ：如果 $f_1(\zeta(t))$ 是 M_1^i ，且……，且 $f_\psi(\zeta(t))$ 是 M_ψ^i ，则

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \quad (1-1)$$

式中， M_a^i 为相关于函数 $f_a(\zeta(t))$ 的一型模糊集， $a=1,2,\dots,\psi$ ， $i=1,2,\dots,p$ ； $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ 为状态向量； $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$ 为控制输入向量； $\zeta(t)$ 为前提变量。

经过单点模糊，乘积推理，加权平均去模糊化可得全局模型为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^p \omega_i(\zeta(t)) (\mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t)) \quad (1-2)$$

其中

$$\omega_i(\zeta(t)) = \frac{\prod_{j=1}^{\psi} \mu_{M_j^i}(f_j(\zeta(t)))}{\sum_{k=1}^p \prod_{j=1}^{\psi} \mu_{M_j^k}(f_j(\zeta(t)))} \quad (1-3)$$

$$\sum_{i=1}^p \omega_i(\zeta(t)) = 1 \quad (1-4)$$

式中， $\mu_{M_j}(f_j(\zeta(t)))$ 为隶属度， $\omega_i(\zeta(t))$ 为模糊权重。

针对已经建立的一型 T-S 模糊模型，PDC 策略常常用来设计各类模糊反馈控制器（如状态反馈控制器、静态输出反馈控制器、动态输出反馈控制器、基于观测器的状态反馈控制器）。PDC 策略的主要思想就是模糊控制器与模糊系统分享相同的前提隶属函数。基于 PDC 策略，一型 T-S 模糊状态反馈控制器可以定义如下。

控制器规则 i ：如果 $f_1(\zeta(t))$ 是 M_1^i ，且……，且 $f_p(\zeta(t))$ 是 M_p^i ，则

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_j \mathbf{x}(t) \quad (1-5)$$

式中， $\mathbf{G}_j \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 为控制器的反馈增益。

于是，全局的 PDC 状态反馈控制器可定义为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^p \omega_j(\zeta(t)) \mathbf{G}_j \mathbf{x}(t) \quad (1-6)$$

结合式 (1-2) 和式 (1-6)，在 PDC 策略下，一型 T-S 模糊闭环系统可以定义为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i(\zeta(t)) \omega_j(\zeta(t)) (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{G}_j) \mathbf{x}(t) \quad (1-7)$$

接下来，很多文献就是致力于找到反馈增益矩阵 \mathbf{G}_j ($j = 1, 2, \dots, p$)，使得一型 T-S 模糊闭环系统式 (1-7) 渐近稳定^[53-59]。

然而，当一型 T-S 模糊系统的模糊权重包含不确定信息时，PDC 策略将失效。文献[30, 31, 60~62]提出了基于 non-PDC 策略的模糊状态反馈控制器。本书所指的 non-PDC 策略不要求模糊控制器与模糊系统分享相同的前提隶属函数，因此 non-PDC 策略比 PDC 策略具有更大的设计自由度。基于 non-PDC 策略，一型 T-S 模糊状态反馈控制器可以定义如下。

控制器规则 j ：如果 $g_1(\theta(t))$ 是 N_1^j ，且……，且 $g_p(\theta(t))$ 是 N_p^j ，则

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_j \mathbf{x}(t) \quad (1-8)$$

于是，全局的 non-PDC 状态反馈控制器可定义为

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{j=1}^p h_j(\theta(t)) \mathbf{G}_j \mathbf{x}(t) \quad (1-9)$$

其中

$$h_i(\theta(t)) = \frac{\prod_{j=1}^p \mu_{N_j^i}(g_j(\theta(t)))}{\sum_{k=1}^p \prod_{j=1}^p \mu_{N_j^k}(g_j(\theta(t)))} \quad (1-10)$$

$$\sum_{i=1}^p h_i(\theta(t)) = 1 \quad (1-11)$$

类似地, $\mu_{N_j^i}(g_j(\theta(t)))$ 表示隶属度, $h_i(\theta(t))$ 表示模糊权重。在 non-PDC 技术下, 模糊控制器的模糊权重与模糊系统的模糊权重不相同, 即 $h_i(\theta(t)) \neq \omega_i(\zeta(t))$, $i = 1, 2, \dots, p$ 。结合式 (1-2) 和式 (1-9), 在 non-PDC 策略下, 一型 T-S 模糊闭环系统可以定义为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \omega_i(\zeta(t)) h_j(\theta(t)) (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{G}_j) \mathbf{x}(t) \quad (1-12)$$

因为前提变量 $\theta(t)$ 可以自由选择, 式 (1-9) 中的 non-PDC 控制器比式 (1-6) 中的 PDC 控制器具有更强的鲁棒性。然而, non-PDC 策略不再具有 PDC 策略的某些优点, 特别是很多减少保守性的方法不能用于 non-PDC 策略。于是, 基于李雅普诺夫稳定性理论寻找式 (1-12) 中的 \mathbf{G}_j ($j=1, 2, \dots, p$), 通常具有较多的保守性。

无论是对于 PDC 策略还是 non-PDC 策略, 如何减少设计条件的保守性, 成为当前研究的重要课题。到现在为止, 主要有三种方法减少设计条件的保守性。

(1) 利用模糊隶属函数的性质及模糊加权和的特性, 定义更多的松弛矩阵变量, 以达到减少保守性的目的。该方法也被称为“松弛变量法”, 主要用于 PDC 策略的放松, 特别是基于 Polya 定理, 获得了很多有价值的结果^[53~59]。然而, 单独基于该方法减少 non-PDC 策略的保守性作用不大, 一般都是将该方法与其他降低保守性方法相结合。

(2) 定义新型李雅普诺夫函数。早期的稳定性分析主要基于普通二次李雅普诺夫函数 (Common Quadratic Lyapunov Function, CQLF), 然而 CQLF 易导致稳定性分析的保守性, 一些参数依李雅普诺夫函数 (Parameter-Dependent

Lyapunov Functions, PDLF) 被期望用来获得更加放松的结果^[63~72]。当前, 模糊李雅普诺夫函数 (Fuzzy Lyapunov Function, FLF) 和分段李雅普诺夫函数 (Piecewise Lyapunov Function, PLF) 是研究得较多的两类 PDLF。

(3) 定义新的控制方案, 或者充分考虑隶属函数的形状信息。例如, 模糊切换控制器比单一的模糊控制器更能降低保守性^[73~79]。另外, 在设计条件中, 充分考虑隶属函数的形状信息, 进而定义一些松弛变量, 以达到减少保守性。

需要注意的是, 上述三种方法并不孤立, 而是可以相互结合、互相渗透的。例如, 利用 FLF 分析连续时间一型 T-S 模糊系统, 会出现模糊权重的微分, 通过考虑模糊权重微分的上界, 实际上包含隶属函数的形状信息。接下来, 主要对这三种减少保守性的方法做简要回顾。

1.2.1 松弛变量法及参数依赖李雅普诺夫函数法

一型 T-S 模糊控制系统的稳定性分析可以追溯到 20 世纪 90 年代。Wang 和 Tanaka 运用 PDC 策略和 CQLF 获得了一组保证闭环系统渐近稳定的充分条件^[80, 81], 该条件可以描述如下。

定理 1.1 假如存在矩阵 $N_j \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 及 $M = M^T \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ 使得如下线性矩阵不等式 (Linear Matrix Inequalities, LMIs) 成立

$$M > 0 \quad (1-13)$$

$$A_i M + M A_i^T + B_i N_j + N_j^T B_i^T < 0 \quad (1-14)$$

则一型 T-S 模糊闭环系统式 (1-7) 渐近稳定。其中, 反馈增益矩阵可定义为

$$G_j = N_j M^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (1-15)$$

显然, 文献[80, 81]的结果相当保守, 为了进一步减少设计条件的保守性, 运用松弛变量技术, 文献[53~59]获得了具有较少保守性的结果。其主要思想就是利用 Polya 定理, 进而介绍更多的松弛变量, 从而达到减少保守性的目的。

松弛变量法在一定程度上减少了设计条件的保守性, 但文献[53~59]推导镇定条件时使用了 CQLF, 即

$$V(t) = \mathbf{x}(t)^T P \mathbf{x}(t) \quad (1-16)$$

从式 (1-16) 的定义可以看出, CQLF 的时间微分在整个运行域内必须为负, 这在一定程度上导致了镇定条件的保守性。因此, 很多研究者尝试运用 PDLF 推导模糊反馈控制器的存在条件。

FLF 通过模糊权重将一些局部二次李雅普诺夫函数光滑连接，具体形式可以描述为

$$V(t) = \sum_{i=1}^p \omega_i(\zeta(t)) \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P}_i \mathbf{x}(t) \quad (1-17)$$

从式 (1-17) 可以看到，即使存在某些局部二次李雅普诺夫函数的时间微分不为负，FLF 的时间微分也可能为负。另外，CQLF 的时间微分在整个运行域内必须为负，因此，FLF 比 CQLF 可获得更少保守性的结果。目前，基于 FLF 进行一型 T-S 模糊闭环系统的稳定性分析取得了很多有价值的成果，相关成果通过仿真实例显示了 FLF 比 CQLF 具有较少的保守性^[66~72]。

然而，利用 FLF 分析连续时间一型 T-S 模糊系统时，FLF 的时间微分将变得非常复杂，导致推导过程变得十分困难。因为对于连续时间情形，FLF 的时间微分将出现前提变量微分，大多数文献都将其用上界代替。然而，很多一型 T-S 模糊系统的前提变量就是系统状态，而状态变量的微分将依赖控制输入，因此估计状态变量微分的上界十分困难。为了解决该困难，文献[82]提出了一类新型的线性积分 FLF，该 FLF 可以避免出现前提变量微分，因此可能在实际应用中扮演更重要的角色。

PLF 也是由一些局部的二次李雅普诺夫函数组成的。相对于 CQLF，PLF 也具有减少保守性的潜力。目前，文献中主要存在两类 PLF，它们的主要思想都是对模糊空间进行划分，从而定义若干子空间，再在每个子空间定义局部二次李雅普诺夫函数。第一类 PLF 主要见文献[83~85]。它依据模糊权重的大小，将前提变量空间划分为 p 个子域，即

$$S_l = \{\zeta(t) | \omega_l(\zeta(t)) > \omega_i(\zeta(t)), i=1,2,\dots,p, i \neq l\}, \quad (1-18)$$

$$l=1,2,\dots,p$$

然后基于该划分方式重新描述原始的一型 T-S 模糊闭环系统，再使用 PLF 推导反馈控制器的存在条件，其 PLF 可定义为

$$V(t) = \mathbf{x}(t)^T \mathbf{P}_l \mathbf{x}(t), \quad \zeta(t) \in S_l, \quad l=1,2,\dots,p \quad (1-19)$$

在利用第一种划分方式重新表述原始的一型 T-S 模糊闭环系统时，子系统之间的相互作用得到了加强。然而，子系统之间的相互作用是通过不确定项表述的。在推导镇定条件时，一般用其最坏上界处理该不确定项，这在一定程度上带来了保守性。有关第一类 PLF 的相关报道可参考文献[83~86]。

第二类 PLF 主要由文献[87]提出。它依据模糊权重的特性，将前提变量空间划分为若干子空间。首先将前提变量空间划分为两类域，分别称为清晰域和模糊域。在任意清晰域中，必存在某个 $l \in \{1, 2, \dots, p\}$ 有 $\omega_l(\zeta(t)) = 1$ 且 $\omega_i(\zeta(t)) = 0$, $i \neq l$ 。也就是说，在清晰域中，有一个模糊权重的值恒为 1，而其他模糊权重的值恒为 0。因此在清晰域内，系统的动态可通过一个局部线性子系统表述。在模糊域中，所有的模糊权重值都满足 $0 < \omega_l(\zeta(t)) < 1$ ($l = 1, 2, \dots, p$)，即系统动态是一些线性子系统的凸组合。于是，模糊域和清晰域具有不同的子模型，再在每个子域内定义局部二次李雅普诺夫函数，就可以构成形式如式 (1-19) 的第二类 PLF。第二类 PLF 在实际应用中获得了不错的效果^[88-90]。然而，它对于清晰域和模糊域不明显的一型 T-S 模糊系统效果不是很理想^[86]。

FLF 通过模糊权重将局部的二次李雅普诺夫函数光滑连接而成，类似软切换方式。从式 (1-19) 可知，PLF 实质上是一种硬切换，因此局部二次李雅普诺夫函数必须在每个域的边界处连续，以使全局函数是一个有效的李雅普诺夫函数。文献[87]讨论了相关问题。另外，FLF 和 PLF 虽然比 CQLF 可以获得更少保守性的结果^[66-72, 82-101]，但基于 FLF 和 PLF 的推导过程会比 CQLF 复杂，且带来更大的计算负担。随着高性能计算机的出现，计算负担可以得到一定程度的缓解，因此本书主要致力减少设计条件的保守性。

1.2.2 隶属函数形状依赖分析法

隶属函数形状依赖 (Membership Function Shape Dependent, MFSD) 分析法是相对于隶属函数形状独立 (Membership Function Shape Independent, MFSI) 分析法而言的。MFSI 分析法不考虑隶属函数的形状信息，一旦推导的镇定条件保证了模糊闭环系统的稳定性，系统的稳定性将不受隶属函数形状的影响。明显地，MFSI 分析法容易导致保守性的结果。MFSD 分析法可将隶属函数的形状信息代入设计条件，于是 MFSD 分析法可能获得比 MFSI 分析法更少的保守性。目前，隶属函数界 (Membership Function Boundary, MFB) 分析法和阶梯隶属函数 (Staircase Membership Function, SMF) 分析法是主要的两类 MFSD 分析法。

MFB 分析法主要考虑将模糊权重的上、下界利用在设计条件中，并运用线性矩阵不等式技术定义更多的松弛变量，从而获得更少的保守性结果。基于 MFB 分析法获得的镇定条件只适用于满足界约束的特殊类模糊系统，而不适合于任何隶属函数形状的模糊系统，这在一定程度减少了设计条件的保守性。

文献[30]通过考虑模糊控制器与模糊系统的模糊权重上、下界,提出了基于 LMI 的镇定条件,该条件放松了文献[81]的结果。文献[31]通过考虑模糊权重的仿射界约束,提出的镇定条件比文献[30]具有更少的保守性。文献[61]研究了具有不匹配前提隶属函数的模糊闭环系统,通过考虑模糊权重的界约束及其性质,介绍了更多松弛变量,给出了反馈控制器存在的充分条件,仿真例子证实了该方法的优越性。文献[69]通过运用 FLF,并且同时考虑模糊权重微分及模糊权重的界约束,获得了基于 LMI 的镇定条件和性能条件。文献[102]通过考虑模糊权重的界及模糊权重乘积的界,放松了文献[55]的结果。文献[103]考虑了关于隶属函数形状的多项式约束,进而将其整合到镇定条件,数值例子表明了该方法的有效性。

前述的 MFB 分析法主要考虑整个运行域的界信息,这种全局信息并不能反映隶属函数的局部形状信息。所以,将运行域划分为若干子域,再在每个子域内使用 MFB 分析法,该方式可能比在整个域内直接使用 MFB 分析法更能反映隶属函数的形状信息。文献[104~107]利用隶属函数的局部形状信息,获得了较少保守性结果。文献[104]不要求模糊控制器与模糊系统分享相同的前提隶属函数和模糊规则数,通过考虑分段隶属函数的界、形状和位置,并利用李雅普诺夫稳定性理论获得了基于 LMI 的镇定条件。文献[105]使用多项式函数近似模糊控制与模糊系统的权重乘积项,再运用 S-过程(S-procedure)获得了具有较少保守性的镇定条件。文献[106]通过采样点特征化原始的模糊权重,并在每个局部域内考虑隶属函数及其微分的界信息,再运用 FLF 给出了保证闭环系统渐近稳定的充分条件。文献[107]将整个运行域划分为若干子域,再在每个子域内考虑隶属函数的界信息,并构造了基于多维模糊和形式的不等式约束,利用不等式约束定义了少数松弛矩阵变量,从而获得了较少保守性的镇定条件。事实上,文献[108]提出的 SMF 分析法也在一定程度上反映隶属函数的局部信息,而不是笼统考虑隶属函数的全局形状信息,这在一定程度上减少了设计条件的保守性。SMF 分析法通过阶梯函数近似模糊系统及模糊控制器的模糊权重,将模糊权重的采样点信息考虑进了推导过程,进而获得了较少保守性结果。当阶梯函数的步长尺寸趋于零时,阶梯函数也就越加逼近原始的模糊权重。因此阶梯函数划分得越细,获得的镇定性条件越放松。

MFSD 分析法比 MFSI 分析法能获得较少的保守性,然而 MFSD 分析法比 MFSI 分析法更加复杂,在一定程度上加剧了模糊反馈控制器设计的难度。

1.3 二型模糊控制研究现状

1.3.1 二型模糊集及系统

二型模糊系统比一型模糊系统更加复杂，因此 Zadeh 提出二型模糊集后，并未很快地得到发展，仅有少量的研究者从事了这方面的研究。在 20 世纪 70 年代，研究者将大量的精力投入到了一型模糊系统的研究，随着一型模糊理论不断发展，人们才开始将注意力投入到了更具挑战的二型模糊理论。到了 20 世纪 90 年代末，以 Mendel 为代表的科学家开启了二型模糊集的研究热潮^[39-42,109-130]。近年来，一些二型模糊集的新表示方法被提出后，二型模糊集在学术界得到了极大关注。二型模糊集最初主要是基于垂直切片表示法进行数学描述。因为垂直切片表示法直观易懂，它在二型模糊集理论发展中占有重要地位^[40]。下面有关二型模糊集的概念引自文献[40, 109, 110]。论域 X 上二型模糊集合 \tilde{A} 的垂直切片表示法如下所示。

$$\tilde{A} = \int_{x' \in X} \mu_{\tilde{A}}(x') / x' = \int_{x' \in X} \left[\int_{u' \in J_{x'}} f_{x'}(u') / u' \right] / x', \quad 0 \leq f_{x'}(u') \leq 1, \quad J_{x'} \subseteq [0,1] \quad (1-20)$$

式中， $\mu_{\tilde{A}}(x') = \int_{u' \in J_{x'}} f_{x'}(u') / u'$ 为 \tilde{A} 的次隶属函数， $J_{x'}$ 为主隶属度， $f_{x'}(u')$ 为次隶属度。

若二型模糊集合 \tilde{A} 的次隶属度全为 1，则被称为区间二型模糊集，如下

$$\tilde{A} = \int_{x' \in X} \mu_{\tilde{A}}(x') / x' = \int_{x' \in X} \left[\int_{u' \in J_{x'}} 1 / u' \right] / x', \quad J_{x'} \subseteq [0,1] \quad (1-21)$$

区间二型模糊集作为普通二型模糊集的特殊版本，计算相对简单，同时它保留了二型模糊集处理不确定性的良好性质，因此，区间二型模糊集在实际应用中更受重视。

集合 \tilde{A} 中主隶属度所组成的区域称为不确定性的迹 (Footprint Of Uncertainty, FOU)，其定义可见下式。

$$\text{FOU}(\tilde{A}) = \bigcup_{x' \in X} J_{x'} \quad (1-22)$$

FOU 的上、下边界分别被称为上、下隶属度函数，分别记为 $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x')$ 和 $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x')$ 。下面用一个简单的实例来直观说明前述概念。图 1-1 引自文献[110]，它描述了普

通二型模糊集和区间二型模糊集的特征。图 1-1 (a) 和图 1-1 (b) 共同描述了一个普通二型模糊集合，其中阴影部分表示 FOU，图 1-1 (b) 表示 \tilde{A} 在论域 $x' = 2$ 处的次隶属函数。图 1-1 (a) 和图 1-1 (c) 共同描述了一个区间二型模糊集合，其中阴影部分表示 FOU，次隶属度恒为 1。

文献[116]基于垂直切片表示法，并利用扩展原理定义了二型模糊集的集合运算。为了减少集合运算的复杂度，Karnik 和 Mendel 又给出了集合运算的一般形式，并讨论了具有特殊形状的二型模糊集合的简化运算^[117]。尽管垂直切片表示法易于理解，但会增加计算的复杂性。因此，二型模糊集合的表示法也是一个重要研究方向。后来，人们相继提出了波浪切片表示法^[118]、计算几何学表示法^[119]、Z 切片表示法^[120]及 a-平面表示法^[121]。这些新表示方法的提出，为二型模糊集及系统的发展提供了一定的理论基础和潜在的应用。

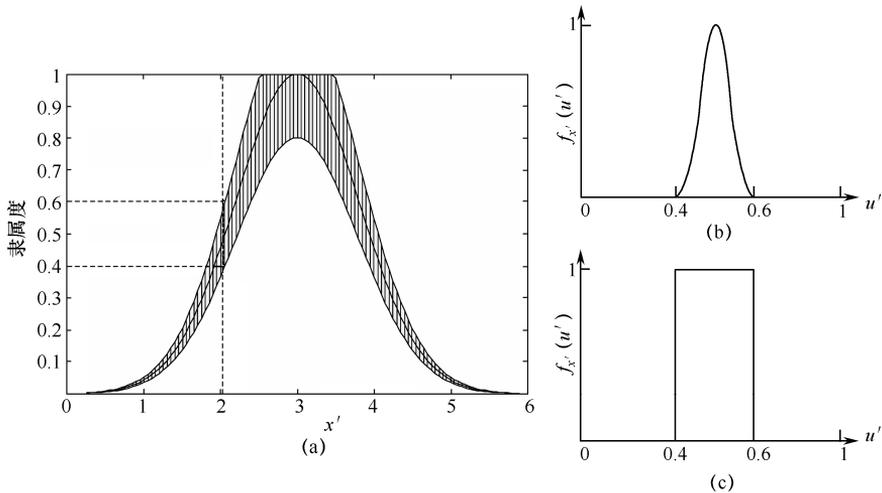


图 1-1 普通二型模糊集和区间二型模糊集的特征

相对一型模糊系统，二型模糊系统多了降型这一步骤，其系统框图如图 1-2 所示。降型是造成二型模糊系统复杂度增大的一个重要因素，最早的降型算法是由 Karnik 等人提出的 KM 迭代降型算法^[122]。为了减少时间复杂度，一些新的降型算法被相继提出。Mendel 针对对称区间二型模糊集，给出了新的质心计算方法，并可以减少 50%的计算量^[123]。Mendel 等人给出了区间二型模糊集的质心闭公式，并研究了它的性质，为二型模糊系统的实际应用打下了理论基础^[124]。进一步，Mendel 从理论上证明了基于 KM 迭代降型算法求区间二型模糊集的质心单调收敛，保证了 KM 降型算法的合理性^[125]。Wu 在 KM 算法的基础上，研究了初始点及终止条件对算法性能的影响，提出了复杂度更低的 EKM

算法^[126]。Liu 等人从理论上解释了 EKM 算法对初始点选择的依据，并将 EKM 算法扩展到三种形式的 WEKM 算法，证明了 EKM 算法为 WEKM 算法的特殊标现形式^[127]。Chi-Yuan Yeh 等人针对广义二型模糊集，提出了增强的降型算法，实验表明该算法能获得较好的效果^[128]。Zhai 等人基于 α -平面理论提出了计算广义二型模糊质心的 Centroid-Flow 算法，仿真例子显示该算法可以大大减少时间复杂度^[129]。

大量的实验表明，在不确定性场合，二型模糊系统具有超越一型模糊系统的能力。然而，关于二型模糊系统稳定性分析及控制器综合还研究得较少。

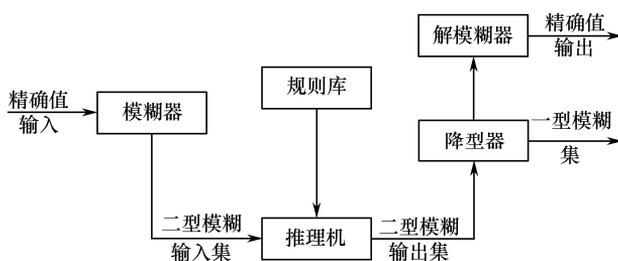


图 1-2 二型模糊系统框图

1.3.2 二型 T-S 模糊控制

二型模糊控制类似一型模糊控制，也可以分为 Mamdani 模糊控制和 T-S 模糊控制两类。相对于一型模糊控制，二型模糊控制只是将一型模糊逻辑推广到了二型模糊逻辑，其形式与一型模糊控制完全一样。二型 Mamdani 模糊控制可以提高处理不确定性的能力，在很多场合具有超越一型 Mamdani 模糊控制的潜力^[130]。然而，二型 Mamdani 模糊控制仍然会遭遇一型 Mamdani 模糊控制遇到的困难，即如何以严格的数学方式分析闭环系统的稳定性仍然无法得到很好的解决。

二型 T-S 模糊模型保留了一型 T-S 模糊模型的优点，同时将一型模糊逻辑推广到了二型模糊逻辑，因此有潜力提高系统处理不确定性的能力。然而，关于二型 T-S 模糊模型的相关控制问题还研究得较少。文献[46]研究了两类区间二型 T-S 模糊控制系统的稳定性，第一类为被控对象和控制器均是区间二型 T-S 模糊模型的单输入-单输出系统；第二类为被控对象是一型 T-S 模糊模型，而控制器是区间二型 T-S 模糊模型的多输入-多输出系统。文献[47]和[48]分别研究了离散二型 T-S 模糊系统的稳定性分析和控制器设计，但获得的结果

依赖于特殊类型隶属函数，这就限制了它的应用范围。文献[49]在文献[47]和[48]的基础上研究了连续二型 T-S 模糊系统的控制器综合，并且对隶属函数没有任何限制，这在一定程度上扩大了所获成果的应用范围。然而，文献[49]仅依据隶属函数的支撑信息推导反馈控制器的存在条件，该做法减少了系统分析的复杂度，但也导致了较多的保守性。此外，文献[46~49]提出的二型 T-S 模糊模型不方便处理具有参数不确定的非线性系统或具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统。相对一型 T-S 模糊模型，二型 T-S 模糊模型的种类更多，依据不同的降型算法和前、后件的形式，可以分为不同类型的二型 T-S 模糊模型^[40]。文献[32]通过两个非线性函数定义了一种新的降型算法，基于该降型算法定义的区间二型 T-S 模糊模型可以很好地表示具有参数不确定的非线性系统或具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统。通过文献[32]所定义的区间二型 T-S 模糊模型，非线性系统中的不确定性信息可以被区间二型模糊集的 FOU 有效捕获。接下来，主要介绍区间二型 T-S 模糊模型的定义，以及通过一个例子表明它的意义，该部分内容可见文献[19, 32]。区间二型 T-S 模糊模型可通过如下规则描述。

系统规则 i ：如果 $f_1(\mathbf{x}(t))$ 是 \tilde{M}_1^i ，且……，且 $f_\psi(\mathbf{x}(t))$ 是 \tilde{M}_ψ^i ，则

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) \quad (1-23)$$

式中， \tilde{M}_a^i 为关于函数 $f_a(\mathbf{x}(t))$ 的区间二型模糊集， $a=1,2,\dots,\psi$ ， $i=1,2,\dots,p$ ； $\mathbf{x}(t) \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$ 为状态向量； $\mathbf{u}(t) \in \mathfrak{R}^{m \times 1}$ 为控制输入向量。

第 i 条规则的激活强度可定义为如下的区间集。

$$\tilde{\omega}_i(\mathbf{x}(t)) = [\omega_i^L(\mathbf{x}(t)), \omega_i^U(\mathbf{x}(t))] \quad (1-24)$$

其中

$$\omega_i^L(\mathbf{x}(t)) = \underline{u}_{\tilde{M}_1^i}(f_1(\mathbf{x}(t))) \times \underline{u}_{\tilde{M}_2^i}(f_2(\mathbf{x}(t))) \times \dots \times \underline{u}_{\tilde{M}_\psi^i}(f_\psi(\mathbf{x}(t))) \quad (1-25)$$

$$\omega_i^U(\mathbf{x}(t)) = \bar{u}_{\tilde{M}_1^i}(f_1(\mathbf{x}(t))) \times \bar{u}_{\tilde{M}_2^i}(f_2(\mathbf{x}(t))) \times \dots \times \bar{u}_{\tilde{M}_\psi^i}(f_\psi(\mathbf{x}(t))) \quad (1-26)$$

式(1-25)和式(1-26)中， $\underline{u}_{\tilde{M}_a^i}(f_a(\mathbf{x}(t))) \in [0,1]$ 和 $\bar{u}_{\tilde{M}_a^i}(f_a(\mathbf{x}(t))) \in [0,1]$ ($a=1,2,\dots,\psi$) 分别表示下、上隶属度。

全局的区间二型 T-S 模糊模型可定义为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^p \omega_i(\mathbf{x}(t))(\mathbf{A}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t)) \quad (1-27)$$

其中

$$\omega_i(\mathbf{x}(t)) = \omega_i^L(\mathbf{x}(t))\underline{v}_i(\mathbf{x}(t)) + \omega_i^U(\mathbf{x}(t))\bar{v}_i(\mathbf{x}(t)) \quad (1-28)$$

$$\sum_{i=1}^p \omega_i(\mathbf{x}(t)) = 1 \quad (1-29)$$

$v_i(\mathbf{x}(t)) \in [0,1]$ 和 $\bar{v}_i(\mathbf{x}(t)) \in [0,1]$ 是两个非线性函数, 并且满足 $v_i(\mathbf{x}(t)) + \bar{v}_i(\mathbf{x}(t)) = 1$ 。

注 1.1: 式 (1-28) 通过两个非线性函数定义了一种新的降型方法。一旦 $v_i(\mathbf{x}(t))$ 和 $\bar{v}_i(\mathbf{x}(t))$ 都被确定为 0.5, 式 (1-27) 就退化为文献[39]中的区间二型 T-S 模糊模型。

注 1.2: 由于考虑的非线性系统包含不确定参数, $v_i(\mathbf{x}(t))$ 和 $\bar{v}_i(\mathbf{x}(t))$ 将会依赖于这些不确定参数。然而, $v_i(\mathbf{x}(t))$ 和 $\bar{v}_i(\mathbf{x}(t))$ 在实际应用中不必知道, 但确实存在。区间二型 T-S 模糊模型可以认为是设计区间二型模糊控制器的工具。

下面的实例表明了区间二型 T-S 模糊模型式 (1-27) 在处理参数不确定性方面的作用。考虑如下的动态系统

$$\dot{x}(t) = \sin(a(x(t))x(t))x(t) \quad (1-30)$$

式中, $x(t) \in [-2,2]$ 为系统状态, $a(x(t)) = \frac{b(t)x^2(t)+1}{10}$, $b(t) \in [0,1]$ 是未知函数。显然, $a(x(t)) \in [0.1,0.5]$ 。基于扇区非线性方法, 上述的非线性系统可以表示为如下的一型 T-S 模糊模型。

系统规则 i : 如果 $x(t)$ 是 M_i^1 , 则 $\dot{x}(t) = A_i x(t)$, $i=1,2$ 。

式中, M_1^1 和 M_1^2 是一型模糊集, $A_1 = -1$, $A_2 = 1$, $u_{M_1^1}(x(t)) = \frac{1 - \sin(a(x(t))x(t))}{2}$

且 $u_{M_1^2}(x(t)) = \frac{1 + \sin(a(x(t))x(t))}{2}$ 。全局的一型 T-S 模糊模型可以定义为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \hat{\omega}_i(x(t))A_i x(t) \quad (1-31)$$

式中, $\hat{\omega}_i(x(t)) = \frac{u_{M_i^1}(x(t))}{u_{M_i^1}(x(t)) + u_{M_i^2}(x(t))}$, $i=1,2$ 。

由于 $a(x(t))$ 为不确定函数, 因此式 (1-31) 中的模糊权重 $\hat{\omega}_i(x(t))$ 包含不确定信息。图 1-3 显示了 $a(x(t))$ 在区间 $[0.1,0.5]$ 取大量具体数值时, $u_{M_1^1}(x(t))$ 的变化曲线。明显地, $u_{M_1^1}(x(t))$ 随着 $a(x(t))$ 的变化将形成不同的曲线。

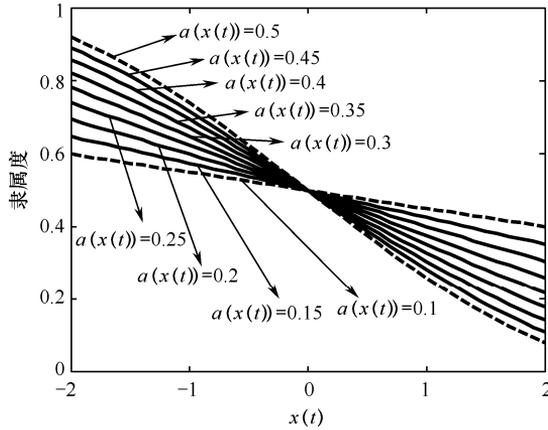


图 1-3 $a(x(t))$ 取不同数值时, $u_{M_1^i}(x(t))$ 的变化曲线

接下来, 用区间二型 T-S 模糊模型式 (1-27) 表示非线性系统式 (1-30), 其规则描述如下。

系统规则 i : 如果 $x(t)$ 是 \tilde{M}_1^i , 则 $\dot{x}(t) = A_i x(t)$, $i = 1, 2$ 。

式中, \tilde{M}_1^i ($i = 1, 2$) 是区间二型模糊集, $A_1 = -1$, $A_2 = 1$ 。 $\underline{u}_{\tilde{M}_1^i}(x(t))$ 、 $\bar{u}_{\tilde{M}_1^i}(x(t))$ 、 $\underline{u}_{\tilde{M}_1^2}(x(t))$ 和 $\bar{u}_{\tilde{M}_1^2}(x(t))$ 满足如下关系式。

$$\underline{u}_{\tilde{M}_1^1}(x(t)) = \begin{cases} \frac{1 - \sin(0.1x(t))}{2}, & x(t) < 0 \\ \frac{1 - \sin(0.5x(t))}{2}, & x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1-32)$$

$$\bar{u}_{\tilde{M}_1^1}(x(t)) = \begin{cases} \frac{1 - \sin(0.5x(t))}{2}, & x(t) < 0 \\ \frac{1 - \sin(0.1x(t))}{2}, & x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1-33)$$

$$\underline{u}_{\tilde{M}_1^2}(x(t)) = \begin{cases} \frac{1 + \sin(0.5x(t))}{2}, & x(t) < 0 \\ \frac{1 + \sin(0.1x(t))}{2}, & x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1-34)$$

$$\bar{u}_{\tilde{M}_1^2}(x(t)) = \begin{cases} \frac{1 + \sin(0.1x(t))}{2}, & x(t) < 0 \\ \frac{1 + \sin(0.5x(t))}{2}, & x(t) \geq 0 \end{cases} \quad (1-35)$$

基于式 (1-27)，全局的区间二型 T-S 模糊模型可定义为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \left(\omega_i^L(x(t)) \underline{v}_i(x(t)) + \omega_i^U(x(t)) \bar{v}_i(x(t)) \right) A_i x(t) \quad (1-36)$$

式中， $\omega_i^L(x(t)) = \underline{u}_{\tilde{M}_i}(x(t))$ 且 $\omega_i^U(x(t)) = \bar{u}_{\tilde{M}_i}(x(t))$ ， $i = 1, 2$ 。

通过 $\underline{u}_{\tilde{M}_i}(x(t))$ 和 $\bar{u}_{\tilde{M}_i}(x(t))$ 的定义可得到 $\underline{u}_{\tilde{M}_i}(x(t)) \leq u_{M_i}(x(t)) \leq \bar{u}_{\tilde{M}_i}(x(t))$ ， $i = 1, 2$ 。图 1-4 显示了 $\underline{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ ， $\bar{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 及 $u_{M_1}(x(t))$ 在 $a(x(t)) = 0.35$ 时的变化曲线。从图 1-4 可以看出，不确定一型隶属函数 $u_{M_1}(x(t))$ 可以通过 $\underline{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 和 $\bar{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ ，及未知非线性函数 $\underline{v}_1(x(t))$ 和 $\bar{v}_1(x(t))$ 重新构造。事实上，当 $x(t) = -1.5$ 时， A 、 B 、 C 三点的隶属度分别为 0.8408、0.7506 和 0.5745。应该指出， A 和 C 的隶属度也分别是 $\bar{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 和 $\underline{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 在 $x(t) = -1.5$ 处的隶属度。对于 B 点的隶属度，它可以重新写成 $0.75506 = 0.5747 \times 0.3390 + 0.8480 \times 0.6610$ 。于是在 $x(t) = -1.5$ 和 $a(x(t)) = 0.35$ 处，一型模糊权重 $\hat{\omega}_1(x(t))$ 可以重新表示为

$$\hat{\omega}_1(x(t)) = \omega_1^L(x(t)) \underline{v}_1(x(t)) + \omega_1^U(x(t)) \bar{v}_1(x(t)) \quad (1-37)$$

式中， $\underline{v}_1(x(t)) = 0.3390$ 且 $\bar{v}_1(x(t)) = 0.6610$ 。类似地，对于其他的 $x(t)$ 、 $a(x(t))$ 和 $\hat{\omega}_2(x(t))$ ，式 (1-37) 也成立。也就是说，在 FOU 内的曲线都可以通过上、下隶属函数重新构造。

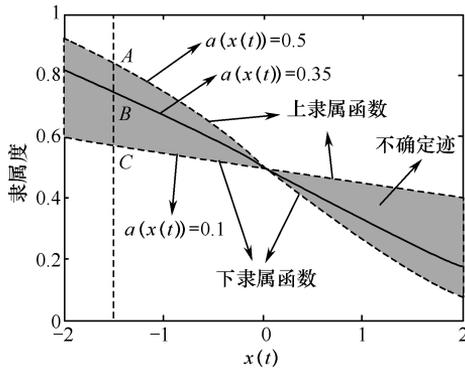


图 1-4 $\underline{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 、 $\bar{u}_{\tilde{M}_1}(x(t))$ 及 $u_{M_1}(x(t))$ 在 $a(x(t)) = 0.35$ 时的变化曲线

通过使用区间二型模糊集，参数不确定性成功地被上、下隶属函数捕获。于是区间二型 T-S 模糊模型式 (1-27) 可以用来表示具有参数不确定性的非线性系统式 (1-30)。事实上，当 $a(x(t))$ 取定某个具体的数值时，对应的非线性函数 $\underline{v}_1(x(t))$ 和 $\bar{v}_1(x(t))$ 也会存在一个具体的数值，进而区间二型 T-S 模糊模型就

退化为一型 T-S 模糊模型。当 $a(x(t))$ 变化时, 区间二型 T-S 模糊模型式 (1-27) 可以看成无限个具有确定隶属函数的一型 T-S 模糊模型的集合。因此, 区间二型 T-S 模糊模型式 (1-27) 比一型 T-S 模糊模型具有更强的处理不确定性能力。

针对上述定义的区间二型 T-S 模糊系统, 文献[32]基于 CQLF 研究了区间二型模糊状态反馈控制器的设计算法, 并利用 MFSD 分析法, 给出了保证闭环系统渐近稳定的 LMI 条件。然而, CQLF 易导致控制器设计条件的保守性, 因此文献[32]的结果仍具有改进的空间。文献[45]考虑了时滞区间二型 T-S 模糊系统的状态反馈控制问题, 利用自由权矩阵技术, 给出了时滞依赖镇定条件。文献[50]考虑了前提隶属函数不匹配的情形, 也就是说控制器和被控对象不分享相同的前提变量。进一步, 将上、下隶属函数的信息整合进稳定性分析中, 文献[50]给出了区间二型模糊状态反馈控制器的存在条件。文献[51]探究了区间二型 T-S 模糊系统的滤波器设计问题, 通过定义新型的性能标准, 给出了区间二型模糊滤波器的存在条件。文献[52]研究了区间二型 T-S 模糊系统的故障诊断问题, 通过定义区间二型模糊故障诊断滤波器, 利用李雅普诺夫稳定性理论给出了保证故障诊断系统渐近稳定并满足 H_{∞} 性能的 LMI 条件。文献[131]研究了具有执行器故障的区间二型 T-S 模糊系统的采样数据控制问题, 利用李雅普诺夫稳定性理论, 设计的区间二型模糊采样数据控制器能够保证闭环系统渐近稳定, 并且可使得闭环系统在故障发生时仍然具有可靠性。文献[132]研究了非线性网络控制系统的区间二型模糊模型预测控制问题。利用区间二型 T-S 模糊系统表示具有参数不确定性的非线性系统, 并在此基础上定义了区间二型模糊状态反馈模型预测控制器。通过介绍松弛矩阵变量, 推导了具有较少保守性的设计条件。文献[133]通过考虑间歇数据丢包和量化因素, 给出了区间二型 T-S 模糊系统的滤波器设计算法。上述结果在一定程度上推动了区间二型 T-S 模糊系统的发展, 然而如何进一步减少设计条件的保守性及研究区间二型 T-S 模糊系统的输出反馈控制策略, 是有待进一步研究的课题。

1.4 现有研究结果的空白及不足

镇定控制是系统控制的一个重要课题。关于一型 T-S 模糊系统的镇定性条件, 文献中存在很多有价值的成果。然而, 存在的结果也有一些缺陷, 一旦原始非线性系统包含不确定性参数, 一型 T-S 模糊模型的隶属函数可能具有不确定性信息。于是, 基于 PDC 策略的镇定性结果会失效。为了处理具有不确定隶属函数的一型 T-S 模糊模型, Lam 提出了一型 non-PDC 模糊反馈控制器, 并利

用 MFSD 分析法获得了基于 LMI 形式的镇定条件^[31]。然而, non-PDC 策略不能较好地利用隐藏在隶属函数中的不确定信息, 从而其结果通常具有保守性。区间二型模糊集作为普通二型模糊集的特殊版本, 计算相对简单, 同时它保留了二型模糊集处理不确定性的良好性质, 因此更具实际应用价值。Lam 在文献[32]提出了一个区间二型 T-S 模糊模型, 用此模型表示具有参数不确定性的非线性系统或具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统。该模型提高了处理不确定性的能力, 参数不确定性可以被上、下隶属函数有效捕获。基于提出的区间二型 T-S 模糊模型, 文献[32]设计了区间二型模糊状态反馈控制器保证闭环系统渐近稳定。运用 CQLF 和 MFSD 分析法, 文献[32]给出了基于 LMI 的镇定条件。文献[45, 50~52, 131~133]扩展了文献[32]的结果。尽管现有研究结果推进了一型 T-S 模糊系统及区间二型 T-S 模糊系统的发展, 但仍然存在一些有待进一步解决和尚未解决的问题, 主要包括以下几个方面。

(1) 现有研究结果主要关注区间二型 T-S 模糊系统的单一全局模糊状态反馈控制器的设计, 但单一全局模糊状态反馈控制器可能在补偿非线性上遭遇困难, 从而导致获得的结果具有较大的保守性。随着科技的发展, 被控对象的非线性和不确定性越来越高, 提高区间二型模糊状态反馈控制器的镇定能力具有重要的实际意义。切换控制器比单一全局控制器更能减少设计条件的保守性, 但如何利用切换控制技术处理区间二型 T-S 模糊系统是有待进一步解决的问题。

(2) 现有研究结果主要基于 CQLF 推导区间二型模糊状态反馈控制器的设计条件, 然而 CQLF 极易导致设计条件的保守性。文献已经证实 FLF 比 CQLF 更能减少设计条件的保守性, 大量文献已经研究了基于 FLF 设计一型模糊状态反馈控制器, 但如何利用 FLF 设计区间二型模糊状态反馈控制器是有待进一步解决的问题。

(3) 实际系统的状态通常无法直接量测, 而静态输出反馈控制结构简单且易实施, 因此研究静态输出反馈控制方法具有重要的实际应用价值。然而, 据作者掌握的资料, 区间二型 T-S 模糊系统的静态输出反馈控制仍然处于空白领域。另外, 现有的一型模糊静态输出反馈控制方法也存在一些缺陷, 如被控对象必须具有公共的输出矩阵或行满秩的输出矩阵, 设计条件存在等式约束, 设计条件是双线性矩阵不等式。提出一个既适合于一型 T-S 模糊系统, 又适合于区间二型 T-S 模糊系统的静态输出反馈控制方法, 并且能消除一型模糊静态输出反馈控制方法现有缺陷, 具有重要的实际意义。

(4) 文献中存在的一型模糊动态输出反馈 H_∞ 控制器通常依赖被控对象的

模糊权重，因此一型 T-S 模糊系统的模糊权重需假定不包含不确定信息。也就是说，现有结果仅可应用到具有确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统。区间二型 T-S 模糊系统可以等价表示具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统。因此，给出区间二型 T-S 模糊系统的动态输出反馈 H_∞ 控制方法可以解决现有结果的不足。

(5) 具有不可测前提变量的一型 T-S 模糊系统在实际应用中扮演了重要角色，然而该系统的观测器设计问题也更具难度。现有的结果通常存在如下缺陷：考虑的系统具有公共的输入矩阵或输出矩阵；考虑的系统具有行满秩输出矩阵或列满秩输入矩阵；镇定条件表示为双线性矩阵不等式；李雅普诺夫矩阵具有特殊的结构约束。此外，基于观测器的区间二型 T-S 模糊系统的 H_∞ 控制是尚未解决的问题。提出基于观测器的区间二型 T-S 模糊系统的 H_∞ 控制方法，并且消除现有一型模糊观测器设计算法的缺陷具有重要的理论意义和实际应用价值。

1.5 本书主要内容

本书利用区间二型 T-S 模糊模型表示具有参数不确定的非线性系统或具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统，并从区间二型模糊状态反馈控制和输出反馈控制两方面进行了深入研究。本书包含如下内容。

第 1 章：绪论。介绍区间二型模糊系统的产生背景，回顾一型 T-S 模糊控制的研究现状，简要介绍二型模糊集及系统的概念，并阐述二型 T-S 模糊控制的研究现状。详细地说明二型 T-S 模糊模型的意义，最后介绍本书的主要研究内容。

第 2 章：区间二型 T-S 模糊系统的域值切换控制。通过划分系统的运行域，在每个子域都定义一个局部状态反馈控制器，从而形成全局的区间二型模糊域值切换控制器。提出的控制器比现有的单一全局区间二型模糊状态反馈控制器具有更强的镇定能力。基于李雅普诺夫稳定性理论和 MFSD 分析法，给出了保证闭环系统渐近稳定的 LMI 条件。提出的镇定条件比文献中类似结果具有更少的保守性。

第 3 章：区间二型 T-S 模糊系统的状态反馈控制新方法。提出了新的区间二型模糊状态反馈控制器，该控制器比现有的区间二型模糊状态反馈控制器具有更强的补偿非线性能力。利用 FLF 分析法，同时将隶属函数的微分信息直接整合到推导过程，给出了具有较少保守性的 LMI 条件。

第 4 章：区间二型 T-S 模糊系统的静态输出反馈控制。提出基于静态输出反馈策略镇定区间二型 T-S 模糊系统。运用矩阵不等式和 CQLF，给出了基于 LMI 的 MFSI 镇定条件。该条件也可应用到一型 T-S 模糊系统，并且消除了现有结果存在的缺陷。通过考虑上、下隶属函数的形状信息，给出了具有较少保守性的 MFSD 条件。在此基础上，通过考虑外界扰动，研究了区间二型模糊静态输出反馈 H_∞ 控制器的设计方法。

第 5 章：区间二型 T-S 模糊系统的动态输出反馈 H_∞ 控制。研究了区间二型模糊动态输出反馈 H_∞ 控制器的设计问题，基于广义系统冗余表示法，分离了系统矩阵和增益矩阵的交叉项。在此基础上，利用 CQLF 分析法，给出了区间二型模糊动态输出反馈 H_∞ 控制器存在的 MFSI 条件。该条件也可直接处理具有不确定模糊权重的一型 T-S 模糊系统，因此它消除了现有一型模糊动态输出反馈 H_∞ 控制方法存在的缺陷。进一步，考虑上、下隶属函数交叉乘积的界信息，给出了具有较少保守性的 MFSD 条件。

第 6 章：基于观测器的区间二型 T-S 模糊系统的 H_∞ 控制。通过矩阵不等式和 CQLF，解除了系统矩阵和观测增益矩阵的耦合，运用松弛变量法给出了保证闭环系统渐近稳定并满足 H_∞ 性能的 MFSI 条件。该条件不但适合处理具有不可测前提变量的一型 T-S 模糊系统，并且还消除了现有一型模糊观测器设计算法的缺陷。在此基础上，通过划分前提变量域，并在每个子域内考虑上、下隶属函数的局部界信息，得到了具有较少保守性的 MFSD 条件。

第 7 章：概括全书的结论及创新成果，并展望下一步的研究工作。