

第 1 模块 电路分析基础

第 1 章 电路的基本定律与分析方法

引言

电路理论主要研究电路中发生的电磁现象。用电流、电压和电功率等物理量来描述其中的过程。本章首先介绍了电路及其相关的基本概念，电压、电流的参考方向及应用，电源的工作状态，以及在电路中经常使用的各种理想电路元件。

因为电路是由电路元件构成的，因而整个电路所体现的特性既要看元件的连接方式，又要看每个元件的特性，这就决定了电路中各支路电流、电压都要受到两种基本规律的约束，即：（1）电路元件性质的约束。也称为电路元件的伏安关系，如欧姆定律，它仅与元件性质有关，而与元件在电路中的连接方式无关。（2）电路连接方式的约束，这种约束关系与电路元件的性质无关，基尔霍夫定律是概括这种约束关系的基本定律。

虽然使用欧姆定律和基尔霍夫定律可以计算和分析电路，但当遇到复杂的电路分析时，往往要根据电路的结构特点去寻找分析与计算的简便方法，本章以直流电路为例讨论了几种常用的电路分析方法，其中有：支路电流法、节点电压法、电源的等效变换、叠加原理和等效电源定理。这些方法不仅适用于直流电路的分析，也适用于交流电路。

学习目标

- 理解物理量的参考方向的概念。
- 能够正确判断电路元件的电路性质，即电源和负载。
- 掌握各种理想电路元件的伏安特性。
- 掌握基尔霍夫定律。
- 能够正确使用支路电流法列写电路的方程。
- 能够使用节点电压法的标准形式列写出节点电压的方程。
- 理解等效的概念，掌握电源等效变换的分析方法。
- 能够正确应用叠加原理分析和计算电路。
- 掌握等效电源定理，在电路分析中能熟练地应用该定理。
- 理解电位的概念，掌握电位的计算。
- 了解包含受控源电路的分析方法。

1.1 电路的基本概念

1.1.1 电路的组成及作用

电路是电流通过的路径，是各种电气设备或元件按一定方式连接起来组成的总体。不管是简单的还是复杂的电路，都可分为三大部分：第一，提供电能（或信号）的部分称为电源，如蓄电池、发电机和信号源等；第二，吸收或转换电能的部分称为负载，如电动机、照明灯和电炉等；第三，连接和控制这两部分的称为中间环节。最简单的中间环节可以是两根连接导线，而复杂的中间环节可以是一个庞大的控制系统。

电路的作用可分为两类：一是传输和转换电能。典型的例子是电力系统，其电路示意图如图 1.1 所示。

发电机是电源，是供应电能的设备，它将热能或原子能等转换成电能。变压器和输电线是中间

环节，连接电源和负载，它们起传输和分配电能的作用。用户负载包括各种取用电能的设备，它们分别把电能转换成光能、机械能、热能等。显然，该电路的作用是实现能量的传输和转换。

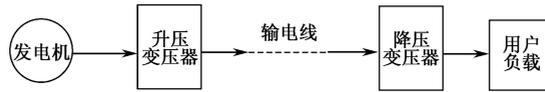


图 1.1 电力系统示意图

电路的另一作用是进行信号的传递和处理。例如电视机电路，电视机的接收天线在接收到载有声音、图像的电磁波后，将其转换为相应的电信号，而后通过电路对信号进行传递和处理，送到扬声器和显示器，还原为声音和图像。

不论电能的传输和转换，还是信号的传递和处理，其中电源或信号源的电压或电流称为激励，激励在电路的各部分产生的电压和电流称为响应。所谓电路分析，就是在已知电路的结构和元件的参数条件下，讨论电路中激励和响应的关系。

当电路中电流的大小和方向不随时间发生变化时，称电路为直流电路；当电路中电流的大小和方向随时间按正弦规律变化时，称电路为正弦交流电路。依照国家标准，直流量用大写字母表示，例如：电压、电流、电动势分别表示为： U ， I ， E ；交流量用小写字母表示，例如：电压、电流、电动势分别表示为： u ， i ， e 。

1.1.2 电流和电压的参考方向

电流、电压和电动势是电路中的基本物理量，在电路分析中，只有在电路图中标出它们的方向，才能正确列写电路方程式。电路中关于方向的规定有实际方向和参考方向之分。

在物理学中规定，电流的实际方向是指正电荷运动的方向；两点间电压的实际方向是从高电位端指向低电位端的方向；电动势的方向是低电位端指向高电位端的方向。实际方向如图 1.2 所示。

但在复杂电路的分析中，某一段电路的电压、电流、电动势的实际方向往往很难事先判断出来，有时它们的方向还在不断地改变。为了分析电路，需要引入参考方向（假定正方向）。

参考方向是任意假定的。电压、电流、电动势的正方向，可用箭头、“+”、“-”号或给电流、电压、电动势加双下标的方法来表示，如图 1.3 所示。

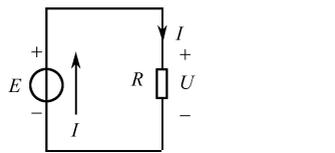


图 1.2 电路中电流、电压和电动势的方向

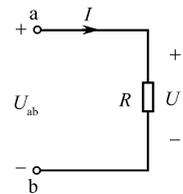


图 1.3 参考方向的表示方法

当参考方向设定以后，可以根据参考方向列写电路方程，求解电路中未知的电流、电压或电动势。若所得结果为正，则说明该物理量的实际方向与参考方向相同；若所得结果为负，则说明该物理量的实际方向与参考方向相反。若事先没有标出参考方向，则所得结果的正、负无任何意义！因此，只有在选定参考方向之后，电压、电流、电动势的正、负才有意义。所以，在分析电路之前，一定要先确定参考方向。如图 1.4 所示，电流的实际方向为虚线箭头表示的方向，当参考方向为实线箭头表示的方向时，图 (a) 中， $I > 0$ ；图 (b) 中， $I < 0$ 。

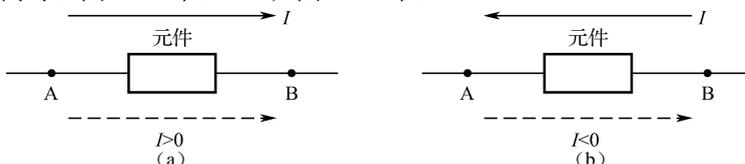


图 1.4 电流的实际方向和参考方向

若取一个元件或一段电路上的电压、电流的参考方向一致，则称为关联参考方向，如图 1.3 中电阻元件上的电压和电流。当选取关联参考方向时，只需标出一种参考方向即可。若两者不一致，则称为非关联参考方向。

在分析计算电路时，一般都采用关联参考方向。除特别说明外，本书中电路图上所标的电流、电压和电动势的方向都是参考方向。

【例 1.1】 已知 $E=2\text{V}$ ， $R=1\Omega$ ，求当 U 分别为 3V 和 1V 时， I_R 的大小和方向？

解：（1）假设物理量的参考方向如图 1.5 所示。

（2）列出电路的方程为： $U_R=U-E$

$$\text{则 } I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{U-E}{R}$$

（3）当 $U=3\text{V}$ 时， $I_R=1\text{A}$ ；实际方向与参考方向一致。

当 $U=1\text{V}$ 时， $I_R=-1\text{A}$ ，实际方向与参考方向相反。

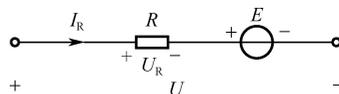


图 1.5 例 1.1 的图

1.1.3 能量与功率

电路在工作状态下总伴随着电能与其他形式能量的相互交换，根据能量守恒定律，电源提供的电能等于负载消耗或吸收的电能的总和。

从 t_0 到 t 的时间内，元件吸收的电能可以用电场力移动电荷所做的功来表示

$$W = \int_{q(t_0)}^{q(t)} u dq$$

因为 $i = \frac{dq}{dt}$ ，所以在关联参考方向下

$$W = \int_{t_0}^t u i dt \quad (1.1)$$

功率是能量对时间的导数，由式 (1.1) 可知，元件吸收的电功率可写成

$$p = ui$$

取电压、电流为关联参考方向，当 $p>0$ 时（此时电压、电流的实际方向相同），元件要吸收功率，具有负载的电路性质；而当 $p<0$ 时（此时电压、电流的实际方向相反），元件释放电能，即发出功率，具有电源的电路性质。

在 SI 制中，能量 W 的单位为焦耳 (J)，功率 P 的单位为瓦特 (W)。若时间用小时 (h)，功率用千瓦 (kW) 为单位，则电能的单位为“千瓦·小时”，也称为“度”，这是供电部门度量用电量的常用单位。

【例 1.2】 在图 1.6 (a) 所示电路中，方框代表电源或负载，电流和电压的参考方向如图所示。通过测量得知： $U_1 = 20\text{V}$ ， $U_2 = 20\text{V}$ ， $U_3 = -100\text{V}$ ， $U_4 = 120\text{V}$ ， $I_1 = -10\text{A}$ ， $I_2 = 20\text{A}$ ， $I_3 = -10\text{A}$ 。

（1）标出各电流、电压的实际方向和极性。

（2）判断哪几个方框是电源，哪几个方框是负载。

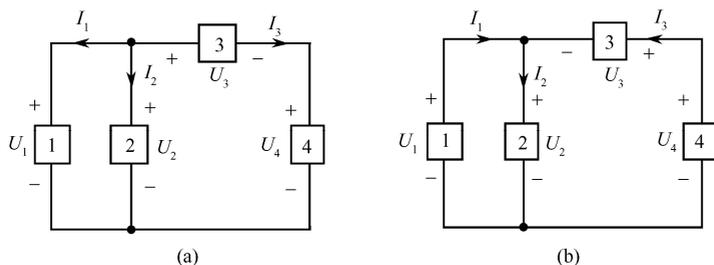


图 1.6 例 1.2 的图

解：（1）当电流、电压的参考方向与实际方向一致时，其值为正；相反时，其值为负。得各电流、电压的实际方向如图 1.6 (b) 所示。

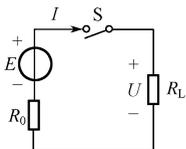
（2）当元件上的电压、电流实际方向一致时，该元件为负载；当电压、电流实际方向相反时，为电源。可得：方框 1, 4 为电源；方框 2, 3 为负载。

1.1.4 电源的工作状态

电源在不同的工作条件下，会处于不同的状态，具有不同的特点。下面以直流电路为例，分别讨论电压源的三种工作状态。

1. 有载工作状态

电源与负载接通，电路中有电流流动，此时电源发出功率，负载消耗功率。电源的这种状态称为有载状态。如图 1.7 所示， E 为电源电动势， R_0 为电源内阻， R_L 为负载电阻。开关 S 闭合，接通电源和负载，电路中的电流为



$$I = \frac{E}{R_0 + R_L} \quad (1.2)$$

图 1.7 电源的有载工作

负载两端的电压，即电源端电压为

$$U = E - IR_0 \quad (1.3)$$

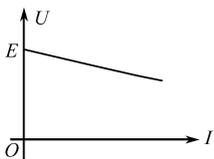


图 1.8 电源的外特性曲线

式 (1.3) 反映了电源端电压 U 和输出电流 I 的关系，称为电源的外特性，如图 1.8 所示。由此曲线可看出，由于电源内阻的存在，当负载电流增大时，电源端电压下降，因为此时内阻上的压降增加。这就是为什么在用电高峰期，会出现电压不足的原因。但通常电源内阻很小，所以正常工作时，电流变动引起的电压下降很小。

电源输出的功率为电动势与电流的乘积，电路中消耗功率为电源内阻和负载消耗功率之和（忽略连接导线产生的功率损耗），二者应平衡。电路产生的总功率等于电路消耗的总功率

$$\begin{aligned} EI &= I^2 R_0 + UI \\ UI &= EI - I^2 R_0 \\ P &= P_E - \Delta P \end{aligned} \quad (1.4)$$

即

该公式称为功率平衡方程式。

【例 1.3】验证例 1.2 中的功率是平衡的。

解：在图 1.6 (a) 中，所有元件上的 U 、 I 都为关联参考方向。

所以电源发出的功率为

$$\begin{aligned} P_1 &= U_1 I_1 = 20 \times (-10) = -200\text{W} \\ P_4 &= U_4 I_3 = 120 \times (-10) = -1200\text{W} \end{aligned}$$

负载消耗的功率为

$$\begin{aligned} P_2 &= U_2 I_2 = 20 \times 20 = 400\text{W} \\ P_3 &= U_3 I_3 = -100 \times (-10) = 1000\text{W} \end{aligned}$$

由上面的计算得

$$\begin{aligned} P_1 + P_4 &= -200 + (-1200) = -1400\text{W} \\ P_2 + P_3 &= 400 + 1000 = 1400\text{W} \end{aligned}$$

可见，电路中电源发出的功率等于负载消耗的功率，功率是平衡的。

不管是电源还是负载，各种电气设备在工作时，其电压、电流和功率都有一定的限额。这些限额是用来表示它们的正常工作条件和工作能力的，称为电气设备的额定值。额定值是生产厂家为了

使产品能在给定的工作条件下正常工作而规定的容许值。额定值一般在电气设备的铭牌上标出，或写在其他说明中。使用时必须考虑这些额定数据。若负载的实际电压、电流值高于额定值，则可造成负载的损坏或降低使用寿命；若负载的实际电压、电流值低于额定值，则不能正常工作，有时也会造成负载的损坏或降低使用寿命。由于外界因素的影响，允许负载的实际电压、电流值与额定值有一定的误差。例如，由于电源电压的波动，允许负载电压在 $\pm 5\%$ 的范围内变化。

对于负载来说，正常工作时，实际值与额定值非常接近，而对于电源来说，其额定电压是一定的，额定功率只代表它的容量。实际工作时，其输出电流和功率的大小取决于负载的大小，即负载需要多少功率和电流，电源就提供多少。当实际功率小于额定功率时，称电源为轻载工作；当实际功率等于额定功率时，称电源为满载工作；当实际功率大于额定功率时，称电源为超载工作，电源的超载工作是不允许的。

分析可知，当电源外接负载电阻与电源内阻相同时，负载可获得最大功率。

【例 1.4】额定值为 220V，60W 的电灯，试求其电流和灯丝电阻。若每天用 3 小时，每月（30 天）用电多少？

解：

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{220} \approx 0.273\text{A}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220}{0.273} \approx 806\Omega$$

$$W = Pt = 60 \times (3 \times 30) = 5400\text{W} \cdot \text{h} = 5.4\text{kW} \cdot \text{h}$$

【例 1.5】标称值为 1000Ω ， $\frac{1}{2}\text{W}$ 的电阻，额定电流为多少？在使用时电压不得超过多少？

解：

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{0.5}{1000}} = 0.022\text{A}$$

使用时电压不得超过

$$U = IR = 0.022 \times 1000 = 22\text{V}$$

2. 开路

在图 1.7 所示的电路中，若开关 S 断开，则电源处于开路状态，如图 1.9 所示。当电源开路时，负载电阻 R_L 为无穷大，输出电流 I 为零，开路电压，即电源的空载电压 U_0 等于电源电动势 E 。即：

$$\begin{aligned} I &= 0 \\ U &= U_0 = E \\ P &= 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

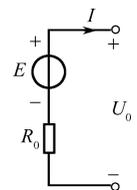


图 1.9 开路

3. 短路

当某一部分的电路两端用电阻可以忽略不计的导线连接起来，使得该部分电路中的电流全部被导线旁路，这部分电路所处的状态称为短路，如图 1.10 所示。因为电路中只有很小的电源内电阻，所以短路电流 I_s 很大。短路时电源所产生的能量全部被内阻消耗，此时超过额定电流若干倍的短路电流可以使供电系统中的设备烧毁或引起火灾。电源短路通常是一种严重的事故，应尽量预防。通常，在电路中接入熔断器等短路保护装置，以便在发生短路故障时，能迅速将电源与短路部分断开。但有时由于某种需要，可以将电路中的某一段短接，进行某种短路实验。

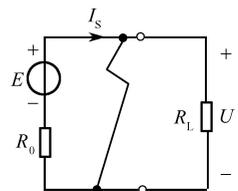


图 1.10 短路

当电源短路时，短路线上的电压为零，电动势全部降在电源内电阻上

$$U = 0$$

$$I_s = \frac{E}{R_0} \quad (1.6)$$

电源内阻消耗的功率为

$$P_s = R_0 I_s^2$$

1.1.5 理想电路元件

电路元件是组成电路的基本单元，每种元件都反映了某种确定的电磁性质，电路元件通过其端子与外电路相连接，元件的性质通常用端口处的伏安关系描述。

电路元件按照端子数目可分为二端、三端、四端元件等，还可以分为有源元件和无源元件、线性元件和非线性元件。

1. 电阻元件

电阻是表征电路中阻碍电流流动特性的参数，电阻元件是表征电路中消耗电能的理想元件，习惯上也简称为电阻，所以通常我们所说的电阻既是电路元件又是表征其量值大小的参数。电阻元件的电路符号如图 1.11 所示。

电阻元件可以分为线性电阻和非线性电阻，这里我们只讨论线性电阻。线性电阻的阻值 R 是一个常数。在线性电阻中，任一瞬间其两端的电压与通过它的电流的关系总是满足欧姆定律。即：

$$u = iR \quad (1.7)$$

根据欧姆定律，可以得出线性电阻元件的伏安特性是一条直线，如图 1.12 所示。

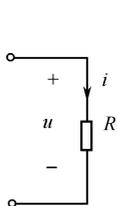


图 1.11 电阻元件的电路符号

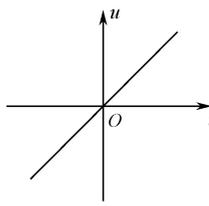


图 1.12 电阻元件的伏安特性

电阻元件是一种耗能元件，其能量转换过程是不可逆的。电阻吸收的功率为

$$p = ui = i^2 R = \frac{u^2}{R} \quad (1.8)$$

电阻元件上的功率总为正值，从 t_0 到 t 的时间内，电阻消耗的能量为

$$W = \int_{t_0}^t u i dt \quad (1.9)$$

电阻的单位是 Ω （欧姆），对于大电阻，常用 $k\Omega$ （千欧）或 $M\Omega$ （兆欧）作为单位。

当 n 个电阻串联时，可等效为一个电阻，其等效电阻 R 为

$$R = \sum_{k=1}^n R_k \quad (1.10)$$

当有 n 个电阻并联时，可等效为一个电阻，其等效电阻 R 为

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (1.11)$$

一般负载都是并联运用的，负载并联时，它们承受相同的电压，任一负载的工作状态基本不受其他负载的影响。

并联的负载电阻越多（负载增加），则总电阻越小，电路中总电流和总功率越大，但是每个负载的电流和功率却没有变动。

2. 电感元件

电感元件是由储存磁场能的物理过程抽象出来的理想电路元件，即凡是磁场储能的物理过程都可以用电感元件来表示。线圈是典型的电感元件。当忽略线圈的电阻时，可以认为它是一个理想的电感元件。电感元件的电路符号如图 1.13 (a) 所示。

当电流 i 通过线圈时，线圈中就会有磁通 ϕ ，若线圈匝数为 N ，则磁链为 $\psi = N\phi$ 。

磁链 ψ 与电流 i 的比值称为线圈的电感

$$L = \frac{\psi}{i} = \frac{N\phi}{i} \quad (1.12)$$

L 是表征线圈产生磁通能力的物理量。

若 L 不随电流或者磁通的变化而变化，则称为线性电感。例如，空心线圈，因为空气的磁导率是常数， L 也为常数， i 与 ϕ 的关系为线性的。本书中除特别指明之外，讨论的均是线性电感。电感的单位是 H（亨利）。

电感反映了电能转换为磁场能，即电流建立磁场的物理本质。磁通 ϕ 与电流 i 之间的方向符合右手螺旋法则，如图 1.13 (b) 所示。

当线圈中的电流发生变化时，它产生的磁通也发生变化，根据电磁感应定律，在线圈两端将有感应电动势产生。规定感应电动势的方向与电流的方向一致，即 ϕ 与 e_L 的方向也符合右手螺旋法则，则

$$e_L = -\frac{dN\phi}{dt} = -N\frac{d\phi}{dt} \quad (1.13)$$

因为 $Li = N\phi$ ，所以

$$e_L = -\frac{dLi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \quad (1.14)$$

根据图 1.13 规定的电压方向（与电流方向一致），则电感元件的伏安关系为

$$u = -e_L = L\frac{di}{dt} \quad (1.15)$$

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^t u dt = i_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u dt \quad (1.16)$$

式中， i_0 为 $t=0$ 时电感元件中的电流，称为电流的初始值。若 $i_0=0$ ，则

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t u dt$$

式 (1.14) 说明电感元件两端的电压与通过它的电流的变化率成正比。只有当电流变化时，电感元件两端才有电压。若电感元件中通过的电流是直流，因为 $\frac{di}{dt}=0$ ，则电感元件两端的电压为零，即电感元件对直流可视为短路。

电感元件是一种储能元件。当通过电感的电流增大时，电感将电能变为磁场能储存在磁场中；当通过电感的电流减小时，电感将储存的磁场能变为电能释放给电源。因而当通过电感的电流发生变化时，电感只进行电能与磁场能的转换，理想电感本身不消耗能量。电感在任一时间内的储能可用下式计算

$$W_L = \int_{-\infty}^t u idt = \int_0^i Lid i = \frac{1}{2}Li^2 \quad (1.17)$$

因此，电感储存的磁场能只与该时刻电流的大小有关。

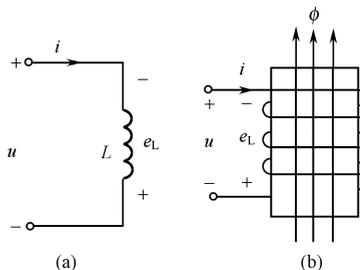


图 1.13 电感元件

选用电感元件时，既要选择合适的电感值，又不能使实际工作电流超过其额定电流。当单个电感不能满足要求时，可把几个电感串联或并联使用。

多个电感可以串联或者并联工作，当 n 个电感串联时，可以等效为一个电感，其等效电感值为

$$L = \sum_{k=1}^n L_k \quad (1.18)$$

当 n 个电感并联时，可以等效为一个电感，其等效电感值为

$$\frac{1}{L} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad (1.19)$$

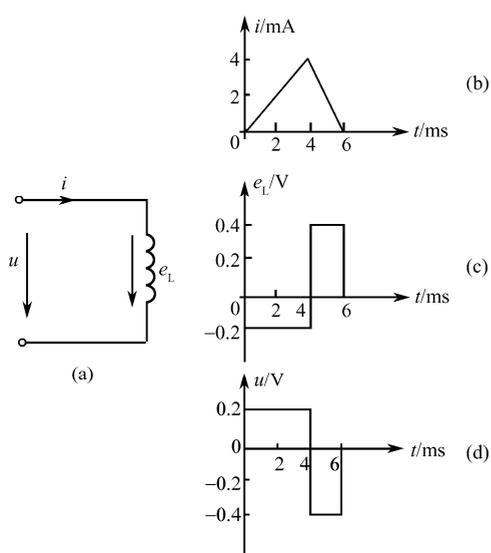


图 1.14 例 1.6 的图

【例 1.6】电感元件 $L = 0.2\text{H}$ ，通过的电流 i 的波形如图 1.14 (b) 所示。求电感中产生的感应电动势 e_L 和电感两端电压 u 的波形。

解：用分段函数表示 i

$$i = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 4\text{ms} \\ -2t + 12, & 4 \leq t \leq 6\text{ms} \end{cases}$$

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = \begin{cases} -0.2\text{V}, & 0 \leq t \leq 4\text{ms} \\ +0.4\text{V}, & 4 \leq t \leq 6\text{ms} \end{cases}$$

波形如图 1.14 (c) 所示。

$$u_L = L \frac{di}{dt} = \begin{cases} 0.2\text{V}, & 0 \leq t \leq 4\text{ms} \\ -0.4\text{V}, & 4 \leq t \leq 6\text{ms} \end{cases}$$

波形如图 1.14 (d) 所示。

3. 电容元件

电容元件是由电场储能的物理过程抽象出来的理想元件，凡是电场储能的物理过程都可以用电容元件来表示。一个电容器，当忽略它的电阻和电感时，可以认为它是一个理想的电容元件。电容元件的电路符号如图 1.15 所示。

在电容元件两端加上电压 u ，电容开始充电，建立电场。设极板上所带的电荷为 q ，则电容的定义为

$$C = \frac{q}{u} \quad (1.20)$$

C 是电容元件的参数，称为电容（量），它表征电容储存电荷的能力。当电容上的电压 u 和电荷 q 之间的关系为线性时， C 为常数，该电容为线性电容。在国际单位制中，电容的单位是 F（法拉），常用 μF （微法）或 pF （皮法）作为单位。

$$1\text{F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{pF}$$

当电容元件上的电压 u 增大时，极板上的电荷 q 增加，电容充电；当电压减小时，极板上的电荷 q 减小，电容放电。根据电流的定义

$$i = \frac{dq}{dt}$$

得到电容上电压电流的关系为

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1.21)$$

$$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = u_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i dt \quad (1.22)$$

式中, u_0 是 $t=0$ 时, 电容上的初始电压。若 $u_0 = 0$, 则

$$u = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

在关联参考方向下, 电容元件的电流与其电压的变化率成正比, 当电容两端的电压是直流时, 因为 $\frac{du}{dt} = 0$, 所以 $i = 0$, 即电容对直流可视为开路。

电容也是一种储能元件。当其两端电压增大时, 电容充电, 将电能储存在电场中; 当电压减小时, 电容放电, 将储存的能量释放给电源。电容通过其两端电压的变化, 进行能量的转换。电容本身不消耗能量, 电容元件在任一瞬间的储能可用下式计算

$$W_C = \int_{-\infty}^t u i dt = \int_0^u C u du = \frac{1}{2} C u^2 \quad (1.23)$$

选择电容时, 不但要选择合适的电容值, 而且要选择合适的耐压值。当单个电容器不能满足要求时, 可以把几个电容器串联或并联使用。

多个电容可以串联或者并联工作。当 n 个电容并联时, 可以等效为一个电容, 其等效电容值为

$$C = \sum_{k=1}^n C_k \quad (1.24)$$

当 n 个电容串联时, 可以等效为一个电容, 其等效电容值为

$$\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad (1.25)$$

各种电容器上都标有电容的标称值和额定工作电压。额定工作电压也称为耐压值, 是电容器长期可靠地安全工作的最高电压, 其值一般为电容器击穿电压的 $\frac{1}{2} \sim \frac{2}{3}$ 。

4. 理想电压源

理想电压源两端的电压总保持为某个给定的时间函数, 与通过它的电流无关。通过理想电压源电流的大小取决于外接电路。若理想电压源的电压大小恒等于常数, 则称为恒压源。理想电压源的电路符号如图 1.16 (a) 所示。恒压源也可以用如图 1.16 (b) 所示的符号来表示。

理想电压源的伏安特性如图 1.17 所示, 即

$$\begin{aligned} U &= E \\ I &= \frac{E}{R_L} \end{aligned} \quad (1.26)$$

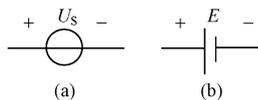


图 1.16 理想电压源的电路符号

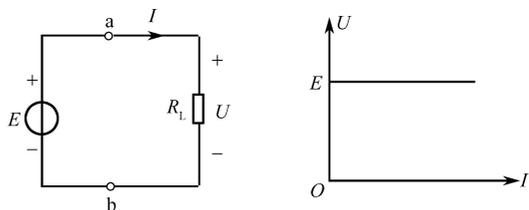


图 1.17 理想电压源的伏安特性

由于理想电压源的电压与外电路无关, 因此与理想电压源并联的电路 (或元件), 其两端电压等于理想电压源的电压。

对于理想电压源是不允许其短路的, 因此在电压源的应用电路中通常会加入短路保护, 以免电路短路时, 造成过大的短路电流而损坏电压源。而当电压源闲置时, 应将其开路保存。

n 个电压源串联时如图 1.18 (a) 所示, 可以等效为一个电压源如图 1.18 (b) 所示, 这个等效

电压源的电压为

$$u_s = u_{s1} + u_{s2} + \cdots + u_{sn} = \sum_{k=1}^n u_{sk} \quad (1.27)$$

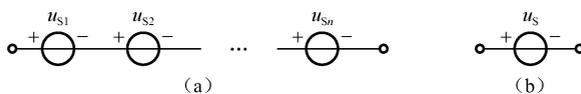


图 1.18 电压源的串联

如果 u_{sk} 的参考方向与 u_s 的参考方向一致，则式中的该项应取正号，不一致时取负号。

只有电压相等极性一致的电压源才允许并联，其等效电路为其中任一电压源，但这个并联电路向外部提供的电流在各个电压源之间如何分配则无法确定。

5. 理想电流源

理想电流源的电流总保持为某个给定的时间函数，与其两端的电压无关。理想电流源两端电压的大小取决于外接电路。若理想电流源的电流大小恒等于常数，则称为恒流源。理想电流源的电路符号如图 1.19 所示。

理想电流源的伏安特性如图 1.20 所示。即

$$\begin{aligned} I &= I_s \\ U &= I_s R_L \end{aligned} \quad (1.28)$$

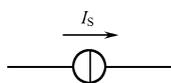


图 1.19 理想电流源的电路模型

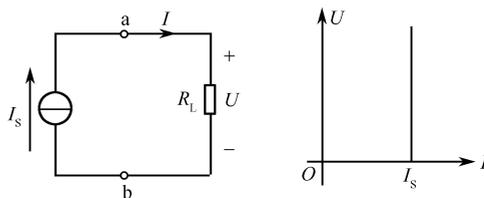


图 1.20 理想电流源的伏安特性

因为理想电流源的电流与外电路无关，所以与理想电流源串联的电路（或元件），其电流等于理想电流源的电流。

对于理想电流源，不允许其开路运行，否则这与电流源的特性不相符，因此当电流源闲置时，应将其短路保存。

当 n 个电流源并联时如图 1.21 (a) 所示，可以等效为一个电流源如图 1.21 (b) 所示。

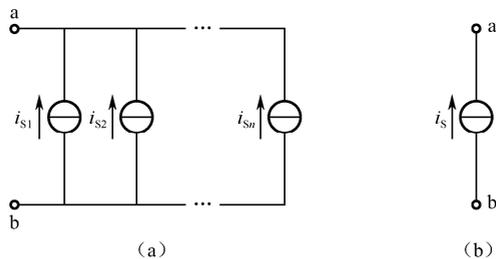


图 1.21 电流源的并联

等效电流源的电流为

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum_{k=1}^n i_{sk} \quad (1.29)$$

如果 i_{sk} 的参考方向与 i_s 一致，则取正值；若不一致，则取负值。

只有电流相等并且方向一致的电流源才允许串联，其等效电路为其中任一电流源，但是这个串

联电路的总电压如何在各个电流源中分配是无法确定的。

常见的实际电源（如发电机、蓄电池等）的工作机理比较接近电压源，其电路模型是理想电压源与电阻的串联组合。像光电池一类的器件，工作时的特性比较接近电流源，其电路模型是理想电流源与电阻的并联组合。另外，有专门设计的电子电路可作为实际电流源用。上述电压源与电流源常常被称为“独立”电源，“独立”二字是相对于下面介绍的“受控”电源而言的。

6. 理想受控源

受控源又称为“非独立”电源，它在电路中能起电源作用，但其电压或电流受电路中其他部分电压或电流的控制。受控源按照电源的特性不同，可分为受控电压源和受控电流源。也可以根据受控源的控制量不同，分为电流控制受控源和电压控制受控源。综合起来，共有 4 种类型：压控电压源（VCVS），压控电流源（VCCS），流控电压源（CCVS），流控电流源（CCCS）。这 4 种理想受控源的电路模型如图 1.22 所示。

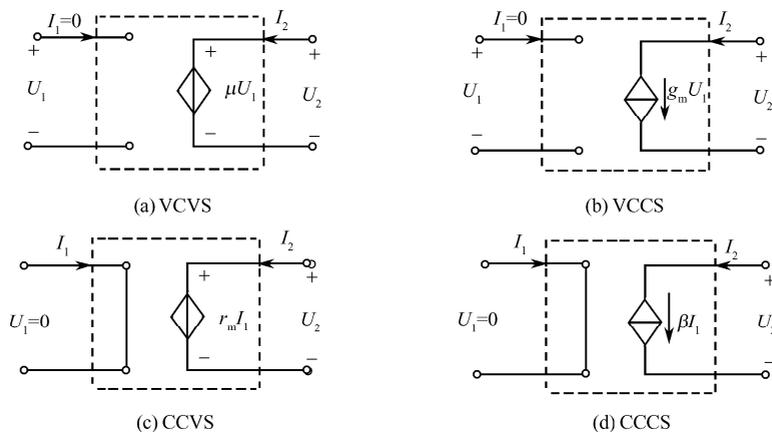


图 1.22 理想受控源电路模型

其中的 μ ， g_m ， r_m ， β 称为控制系数，各种受控源的控制关系为

$$\begin{aligned}
 \text{VCVS: } U_2 &= \mu U_1 \\
 \text{VCCS: } I_2 &= g_m U_1 \\
 \text{CCVS: } U_2 &= r_m I_1 \\
 \text{CCCS: } I_2 &= \beta I_1
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

μ 和 β 是量纲为 1 的量， g_m 和 r_m 分别具有电导和电阻的量纲。当这些系数为常数时，被控制量与控制量成正比，这些受控源为线性受控源。

受控源在电路中虽然有时起电源的作用，但它却受另一电流或电压的控制，与前面所讲的理想电压源、电流源不同。

1.1.6 电路模型

实际电路都是由许多实际电路元件或器件构成的，它们的电磁性质较为复杂。例如，白炽灯，它除了具有消耗电能的性质（电阻性）外，当电流流过时也会产生磁场，即它也具有电感性。但由于它的电感微小，可以忽略不计，所以可将白炽灯看作一个纯电阻元件。这种为了便于对实际电路进行分析研究，在一定条件下突出实际器件的主要电磁性质，忽略其次要因素的过程，称为元件建模。

元件建模的过程就是用理想元件或它们的组合模拟实际器件，建模时必须考虑工作条件，并按照不同精确度的要求把给定工作情况下的主要物理现象及功能反映出来。例如，对一个线圈的建模，在直流电路下，可以是一个电阻元件；在低频电路中，可以用电阻元件和电感元件的串联电路模拟；

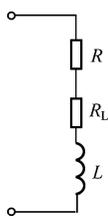


图 1.23 日光灯的电路模型

在高频电路中，还应考虑导体表面的电荷作用，即电容效应。可见，在不同的条件下，同一实际器件可能采用不同的模型。

在实际电路中，将实际元件建模，用理想元件或其组合来近似代替，将得到实际电路的电路模型。例如，一个日光灯电路，其灯管可以用一个电阻 R 来表示，而镇流器接入电路时将发生电能转换为磁场能量和电能转换为热能两种情况，所以，可用一个电阻元件和电感元件的串联来表示，可得出如图 1.23 所示的电路模型。

【思考与练习】

1-1-1 在图 1.24 所示电路中，求：通过电容元件的电流 $i_C = ?$ 电容元件两端的电压 $u_C = ?$ 电容的储能是否为零？为什么？

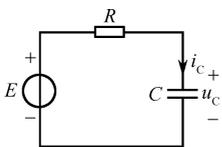


图 1.24 思考与练习 1-1-1 的电路

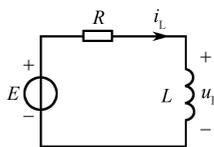


图 1.25 思考与练习 1-1-2 的电路

1-1-2 在图 1.25 所示电路中，求：通过电感的电流 $i_L = ?$ 电感两端的电压 $u_L = ?$ 电感的储能是否为零？为什么？

1-1-3 额定值为 220V，100W 的电灯，当其正常工作时，流过的电流为多大？电阻为多大？

1-1-4 额定值为 1W，1000Ω 的电阻，使用时，电流和电压不得超过多大数值？

1-1-5 如何根据 U ， I 的实际方向判断电路中元件是电源还是负载？如何根据 P 的正、负判断电路中元件是电源还是负载？

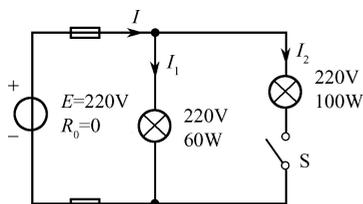


图 1.26 思考与练习 1-1-7 的电路

1-1-6 直流发电机的额定值为：40kW，230V，174A。何为发电机的空载、轻载、满载、过载运行？若给发电机接上一个额定功率为 60W 的负载，则此时发电机发出的功率是多少？

1-1-7 在图 1.26 所示电路中，求：

(1) 开关闭合前后的电流 I_1 ， I_2 ， I 是否发生变化？为什么？

(2) 若由于接线不慎，100W 电灯被短路，则后果如何？100W 电灯的灯丝是否被烧断？

1.2 电路的基本定律

电路分析的基本依据是电路的基本定律，即欧姆定律和基尔霍夫定律。

1.2.1 欧姆定律

欧姆定律反映了电阻元件上电压与电流的约束关系。当电阻上的电压和电流采用关联参考方向时，表示为

$$u = iR \quad (1.31)$$

1.2.2 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律包括电流定律和电压定律，是电路中节点上的电流和回路中的电压所满足的普遍规律。

在讨论基尔霍夫定律之前，首先介绍电路中常用的几个名词。

支路：电路中的分支称为支路。一条支路流过一个电流，称为支路电流。

节点：三条或三条以上支路的连接点称为节点。

回路：电路中任一闭合路径称为回路。

网孔：内部不含有其他支路的回路称为网孔。

如图 1.27 所示电路，有三条支路，两个节点（a、b），三个回路（abca, abda, adbca），两个网孔（abca, abda）。

1. 基尔霍夫电流定律（KCL）

基尔霍夫电流定律也称基尔霍夫第一定律。其具体内容为：在任一瞬间，流入电路中任一节点的电流的总和必等于流出该节点的电流的总和。在图 1.27 中，对节点 a 可以写出

$$I_1 + I_2 = I_3$$

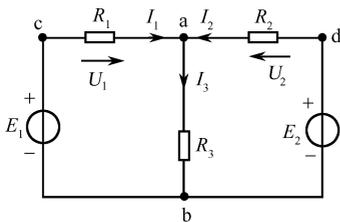


图 1.27 电路的支路和节点

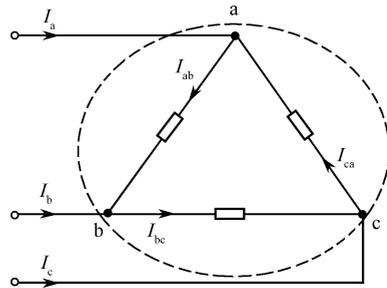


图 1.28 基尔霍夫电流定律的推广

上式可以改写成： $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ 。因此，基尔霍夫定律还可以这样描述：在任一瞬间，任一节点上电流的代数和恒等于零（如果规定流入节点的电流为正，则流出节点的电流就取负），即

$$\sum I = 0 \quad (1.32)$$

KCL 还可以推广应用到电路中任意假设的封闭面。即在任一瞬间，通过任一封闭面的电流的代数和恒等于零。如图 1.28 所示的封闭面有三个节点，可列出三个 KCL 方程。

对节点 a： $I_a = I_{ab} - I_{ca}$

对节点 b： $I_b = I_{bc} - I_{ab}$

对节点 c： $I_c = I_{ca} - I_{bc}$

上列三式相加，便得

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

即满足广义的 KCL。

基尔霍夫电流定律是电流连续性的具体体现，是“电荷守恒”的一种反映，因为任一节点的电荷既不会产生又不会消失，也不可能积累。不管电路是线性的还是非线性的，不管电流是直流还是交流，也不管电路中接有何种元件，基尔霍夫电流定律普遍适用。

【例 1.7】在图 1.29 所示电路中，已知： $I_1 = 2A$ ， $I_3 = -4A$ 。

求： $I_4 = ?$ $I_2 = ?$

解：对节点 a 列 KCL 方程

$$I_1 + I_3 - I_4 = 0$$

$$I_4 = -2A$$

对虚线中的封闭面列 KCL 方程

$$I_1 + I_2 = 0$$

$$I_2 = -I_1 = -2A$$

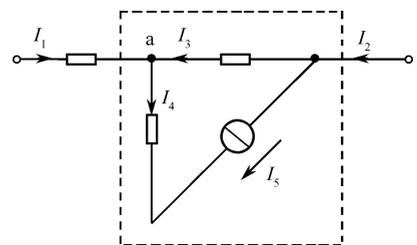


图 1.29 例 1.7 的电路

2. 基尔霍夫电压定律（KVL）

基尔霍夫电压定律也称基尔霍夫第二定律。其具体内容为：任一瞬间，沿任一闭合回路绕行一

周，各部分电压的代数和恒等于零，即

$$\sum U = 0 \quad (1.33)$$

应用式 (1.33) 列写 KVL 电压方程时，应首先标出各段电压的参考方向，选定一个回路绕行方向，若规定各段电压的参考方向与回路绕行方向一致取正，则与回路绕行方向相反取负。如图 1.30 所示的回路，其 KVL 方程为

$$U_1 - U_2 - E_1 + E_2 = 0$$

上式也可以写成： $U_1 + E_2 = U_2 + E_1$ ，因而基尔霍夫电压定律也可以描述为：任一瞬间，沿任一闭合回路绕行一周，电位降（电压）的代数和等于电位升（电动势）的代数和。

KVL 还可以推广应用到电路中任一不闭合的假想回路，但要开口处的电压列入方程。如图 1.31 所示的电路，其 KVL 方程为

$$U + IR_0 = E$$

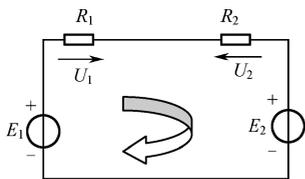


图 1.30 回路

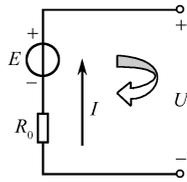


图 1.31 基尔霍夫电压定律的推广

基尔霍夫电压定律体现出，在任何电路中，任意两点之间的电压与计算时所取的路径无关。

综上所述，基尔霍夫定律只与电路的结构有关，而与元件的性质无关，KCL 反映了电路的结构对节点上各支路电流所引起的约束关系，而 KVL 反映了电路结构对回路中的各段电压所引起的约束关系。

【例 1.8】如图 1.32 所示电路，已知： $E_1 = 10\text{V}$ ， $E_2 = 2\text{V}$ ， $E_3 = 1\text{V}$ ， $R_1 = R_2 = 1\Omega$ 。求： $U = ?$

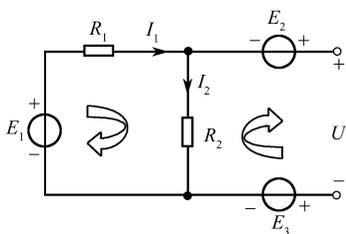


图 1.32 例 1.8 的电路

解：对左回路列 KVL 方程

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1$$

因为右回路为开路状态，所以， $I_1 = I_2$ 。代入数据，得

$$I_1 = I_2 = 5\text{A}$$

对右回路列 KVL 方程

$$U + E_3 = I_2 R_2 + E_2$$

代入数据，得

$$U = 6\text{V}$$

【思考与练习】

1-2-1 求图 1.33 电路中的未知电流 I_1 和 I_2 。

1-2-2 求图 1.34 电路中的未知电流 I 及电压 U_{ab} 。

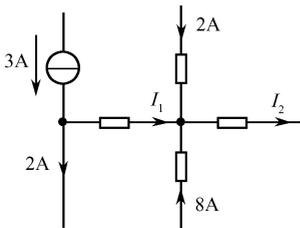


图 1.33 思考与练习 1-2-1 的电路

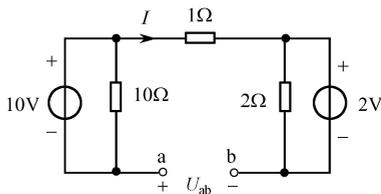


图 1.34 思考与练习 1-2-2 的电路

1.3 电路的分析方法

电路分析通常是已知电路的结构和参数, 求解电路中的基本物理量。对于简单的电路可以用电阻的串、并联等效, 以及串联分压、并联分流公式来分析计算。但对于一些较为复杂的电路, 还应根据电路的结构和特点, 归纳出分析和计算的简便方法。下面介绍几种常用的分析方法。

1.3.1 支路电流法

支路电流法以支路电流作为电路中的未知量, 利用元件的伏安关系将元件电压表示成支路电流的函数, 根据 KCL 和 KVL 分别对节点和回路列出关于支路电流的线性方程组, 联立求解, 得到各支路电流。

如果电路参数已知, 且有 n 个节点, b 条支路, 则利用支路电流法分析电路的步骤如下:

- ① 标出各支路电流参考方向。
- ② 列出电路中独立的 KCL 方程。

若电路中有 n 个节点, 可以列出 n 个节点的 KCL 方程, 但只有 $(n-1)$ 个方程是独立的, 第 n 个节点的 KCL 方程可以从其他 $(n-1)$ 个方程中推导出来。

例如, 在图 1.35 中, 对 a 点列出的 KCL 方程为: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

对 b 点列出的 KCL 方程为: $-I_1 - I_2 + I_3 = 0$

显然这两个方程并不是独立的, 独立 KCL 方程的个数为 $(2-1)$ 个。

- ③ 选取独立回路, 列出电路中独立的 KVL 方程。

在平面电路中, 通常选择网孔作为独立回路列出 KVL 方程, 当电路中有 b 条支路时, 可以选出 $b-(n-1)$ 个网孔列出回路电压方程。

- ④ 联立上述方程, 为 b 元一次方程组。求解该方程组, 即得各支路电流。

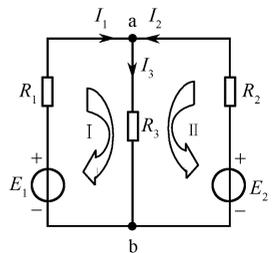


图 1.35 支路电流法

如图 1.35 所示电路, $n=2$, $b=3$, 各支路电流方向如图示。据上述步骤, 可得

$$\text{KCL 方程: } I_1 + I_2 = I_3$$

$$\text{KVL 方程: } I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1$$

$$I_3 R_3 + I_2 R_2 = E_2$$

解此方程组, 得出 I_1 , I_2 , I_3 。根据 I_1 , I_2 , I_3 可进一步求出 U_{R1} , U_{R2} , U_{R3} 等电路中其他物理量。

【例 1.9】 电路如图 1.36 所示, 用支路电流法计算各支路电流。

解: 选定各支路电流的参考方向和回路绕行方向如图 1.36 所示。图中有 3 条支路, 且恒流源支路的电流为已知, 所以, 只需列两个独立方程即可求解。先列节点 a 的 KCL 方程, 再列左网孔的 KVL 方程。

$$I_1 - I_2 + 6 = 0$$

$$I_1 + I_2 = 10$$

联立求解, 得

$$I_1 = 2\text{A}, \quad I_2 = 8\text{A}$$

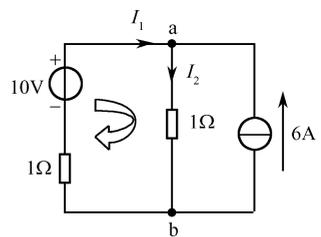


图 1.36 例 1.9 的电路

1.3.2 节点电压法

在电路中任选一个节点作为参考点, 令其电位为零, 在电路图中用“⊥”标记。其余节点到参考点之间的电压称为节点电压。各节点电压的参考极性均以参考节点为“-”极。如图 1.37 所示电路, 仅有两个节点, 节点电压为 U_{ab} , 其参考方向为由 a 指向 b。

节点电压法以节点电压为电路的变量, 对独立节点列写 KCL 方程 (用节点电压表示相关的支

路电流)。

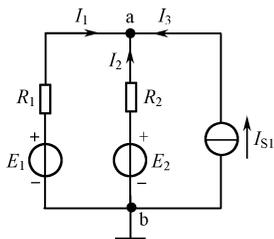


图 1.37 节点电压法

在图 1.37 中, 以节点 b 作为参考节点, 则节点电压为 U_{ab} 。对独立节点 a 列出 KCL 方程: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ 。

根据欧姆定律和基尔霍夫电压定律, 将支路电流用节点电压表示为

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2}, \quad I_3 = I_{S1}$$

将支路电流代入节点 a 的 KCL 方程中, 可以得到

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)U_{ab} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + I_{S1}$$

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + I_{S1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad (1.34)$$

即

在式 (1.34) 中, $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ 是与节点 a 相连的所有电阻支路的电阻的倒数之和。而 $\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + I_{S1}$, 为与节点 a 相连的电源支路引起的流入节点 a 的电流。

总结上述规律, 可以得到仅包含两个节点的电路, 其节点电压方程的一般形式为

$$U = \frac{\sum \frac{E}{R} + \sum I_S}{\sum \frac{1}{R}} \quad (1.35)$$

式 (1.35) 称为弥尔曼定理。在上式中, 分母部分 $\sum \frac{1}{R}$ 是与节点 a 相连的所有电阻支路的电阻的倒数之和, 分母中的各项总为正值。分子中的各项为与节点 a 相连的电源支路引起的流入节点 a 的电流, 可正可负, 当电压源电压的方向与节点电压方向一致时为正, 相反为负; 电流源电流流入节点时为正, 流出节点时为负。

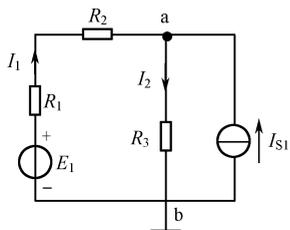


图 1.38 例 1.10 的电路

【例 1.10】如图 1.38 所示电路, 设节点 b 为参考节点, 列出节点电压的方程。

解: 节点 b 为电路的参考节点, 电路中的节点电压为 U_{ab} 。节点电压的方程为

$$U_{ab} = \frac{\frac{E_1}{R_1 + R_2} + I_{S1}}{\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

1.3.3 电源等效变换法

1. 电压源与电流源的等效变换

一个实际的电源, 其端电压往往随着它的电流变化而发生变化。例如, 当电池接上负载以后, 其端电压就会降低。这是因为电源内部有电能的消耗, 即有电阻存在。所以可以采用如图 1.39 (a) 所示的电路模型, 即用一个电阻与理想电压源的串联组合来表示。通常, 把实际电压源简称为电压源, 电阻 R_0 称为电源的内阻。

电压源的伏安特性 (也称为外特性) 是指其输出的电压 U 和输出电流 I 的关系, 即

$$U = E - IR_0 \quad (1.36)$$

如图 1.39 (b) 所示为电压源的外特性曲线。随着负载电流的增大，电源的端电压在下降。这是因为电流越大，内阻上的压降也越大。

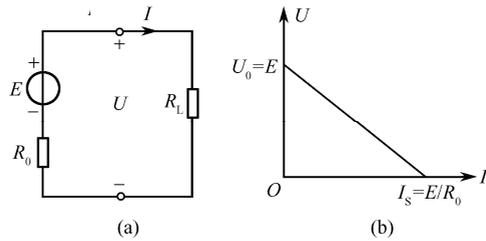


图 1.39 电压源电路模型及外特性曲线

电源还可以用电流源模型来表示。式 (1.36) 还可以写成

$$I = \frac{E}{R_0} - \frac{U}{R_0} = I_s - \frac{U}{R_0}$$

式中， $I_s = \frac{E}{R_0}$ 为理想电流源的电流值； I 是负载电流，而 $\frac{U}{R_0}$ 是引出的另一个支路电流，即通过 R_0 的电流。因此，电流源可看作一个理想电流源 I_s 和电源内电阻 R_0 的并联电路，其电路模型如图 1.40 (a) 所示。电流源的伏安特性（外特性）是其输出电压 U 和输出电流 I 的关系，即

$$I = I_s - \frac{U}{R_0} \quad (1.37)$$

图 1.40 (b) 为电流源的外特性曲线。负载电流越大，电流源内阻上的电流越小，此时电流源输出的电压越低。

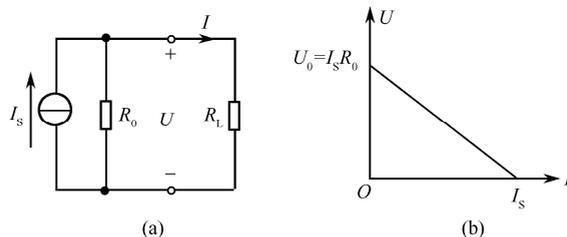


图 1.40 电流源电路模型及外特性曲线

从以上讨论可知，当电压源与电流源的内电阻相同，且电压源的 $E = I_s R_0$ 或电流源 $I_s = \frac{E}{R_0}$ 时，二者的外特性完全相同。由此，我们得到一个结论：电压源和电流源之间存在着等效变换的关系，即可以将电压源模型变换成等效电流源模型或做相反的变换，如图 1.41 所示。这种等效变换在进行复杂电路的分析、计算时，往往会带来很大的方便。

为了保持变换前后输出端的特性一致，电动势 E 的方向应与恒流源 I_s 的方向一致，也就是说 I_s 的方向是从 E 的“-”端指向“+”端的，如图 1.41 所示。

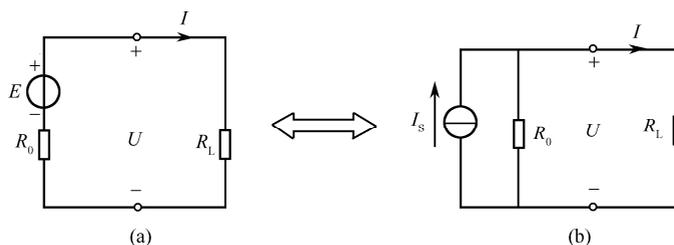


图 1.41 电压源与电流源的等效变换

需要强调的是:

① 电压源和电流源的等效关系是只对外电路而言的, 对电源内部则不等效。因为在变换前、后, 两种电源内部的电压、电流和功率等都不相同。

② 恒压源和恒流源之间不能进行等效变换, 因为它们有完全不同的外部特性, 故两者之间不存在等效变换的条件。

【例 1.11】一直流发电机的 $E=230\text{V}$, $R_0=1\Omega$, 当 $R_L=22\Omega$ 时, 用电源的两种模型分别求负载的电压和电流, 并计算电源内部的损耗功率和内阻压降, 比较是否相等。

解: 电路的电压源和电流源电路如图 1.41 所示。

(1) 计算负载上的电压 U 和电流 I

在电压源电路[图 1.41 (a)]中, 有

$$I = \frac{E}{R_L + R_0} = \frac{230}{22 + 1} = 10\text{A}$$

$$U = R_L \cdot I = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

在电流源电路[图 1.41 (b)]中, 有

$$I = \frac{R_0}{R_0 + R_L} \cdot I_s = \frac{1}{22 + 1} \times \frac{230}{1} = 10\text{A}$$

$$U = R_L \cdot I = 22 \times 10 = 220\text{V}$$

(2) 计算内阻压降和电源内部损耗的功率

在电压源电路[图 1.41 (a)]中, 有

$$R_0 I = 1 \times 10 = 10\text{V}$$

$$\Delta P_0 = R_0 \cdot I^2 = 1 \times 10^2 = 100\text{W}$$

在电流源电路[图 1.41 (b)]中, 有

$$U = 220\text{V}$$

$$\Delta P_0 = R_0 \cdot \left(\frac{U}{R_0}\right)^2 = 48400\text{W} = 48.4\text{kW}$$

由此可见, 电压源和电流源对外电路是等效的, 对电源内部是不等效的。

2. 用电压源、电流源等效变换的方法分析电路

根据基尔霍夫定律, 串联的恒压源可以合并, 并联的恒流源可以合并。所以当电路中存在多个电源时, 可通过将电源变换、合并的方法简化电路。

使用电源等效变换的方法分析电路时, 应注意所求支路不得参与变换。

【例 1.12】在图 1.42 (a) 所示电路中, 已知: $E_1 = 12\text{V}$, $E_2 = 6\text{V}$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 1\Omega$ 。

求: $I = ?$

解: 先将两个并联的电压源转换为电流源, 如图 1.42 (b) 所示, 其中

$$I_{S1} = \frac{E_1}{R_1} = 2\text{A}$$

$$I_{S2} = \frac{E_2}{R_2} = 2\text{A}$$

然后, 将两个恒流源合并为一个如图 1.42 (c) 所示, 其中

$$I_S = 2 + 2 = 4\text{A}$$

$$R_0 = R_1 // R_2 = 2\Omega$$

可以从图 1.42 (c) 中利用分流关系求得 I , 也可以将电流源转换为电压源[图 1.42 (d)]计算。