

第 1 章

信号与系统的基本概念

本章知识点:

- 信号的定义及基本特性
- 信号的分类
- 系统的描述及分类
- 信号与系统分析的内容
- 信号与系统的应用

基本要求:

- 了解信号的定义及其基本特性
- 掌握信号的分类方法
- 掌握系统的描述及分类方法
- 掌握信号与系统分析的主要内容及应用

能力培养目标:

通过本章的学习,首先使学生明确信号的定义及其基本特性,能够从抽象的信息中选取合理的信号类型;其次,能够运用系统输入与输出之间的关系对系统进行描述,培养学生分析、解决工程实际问题的能力,为进行信号分析及系统的建模打下基础。

1.1 信号的定义与分类

信号与系统是信号处理的两大要素,信号是被处理的客观对象,系统是信号处理的工具,二者是相互依存不可分割的。

当今社会已进入信息时代,信息对每个人来说都具有重要的意义。人们每时每刻都在不断地主动或被动地接收外界的丰富多彩的信息。实际上不仅人类社会能接收信息,其他生物和非生物也能接收信息或受到信息的作用和影响。那么信息究竟是什么?信息是指人类社会和自然界中需要传送、交换、存储和提取的有一定意义的抽象内容。

首先,信息具有客观性,事物的一切变化和运动都伴随着信息的交换和传递;同时,信息具有抽象性,只有通过一定的形式才能把它表现出来。信息总是通过某种物理量的形式表现出来,这些物理量就是信号。可见,信号是信息的载体,是信息的物理表现,而信息则是信号所载的内容。

1.1.1 信号的定义

从古至今,人类一直在寻求各种方法通过信号实现信息的传输、处理、记忆、分析和变换。从最早的驿传信件、烽火通信到19世纪初的有线电报和电话,再到19世纪末的无线电通信、20世纪的光纤通信,直到现在全球的信息高速公路,人类在信息技术领域取得了一次又一次的进步和发展。

广义地说,信号是随时间变化的某种物理量。或者说,信号总是某种物理量(如声、光、电等)的变化,可以用数学解析式表达,也可以用图形等来表示,且常以时间作为函数的自变量,如正弦函数、阶跃函数等。信号有时也采用非时间作为自变量,而且不一定只限于一个自变量。例如,电路中的电压和电流信号是随时间变化的函数;海洋观察中的压力、温度和流速是深度的函数;一张黑白照片就可以用亮度随二维变量变化的函数表示;而现实的图像场景需用三维空间和时间四个变量的函数来描述。本书讨论的信号主要是以时间为自变量的一维信号。

在表现信号的众多物理量中,电信号是应用最广泛的物理量,因为它容易产生、传输和控制,也容易实现与其他物理量的相互转换。因此,通常采用的信号是电信号。

1.1.2 信号的分类

信号的分类方法很多,可以从不同的角度进行分类。信号按属性可分为电信号与非电信号两类;按数学的对称性,可分为奇信号、偶信号、非对称性信号;从能量角度出发,可分为功率信号与能量信号;从时间自变量是否连续取值,可分为连续时间信号与离散信号等。这里仅从信号的数学描述出发,讨论带有普通意义的信号分类,介绍几种与信号的性质和特征有关的信号分类。

1. 连续时间信号与离散时间信号

对任意一个信号,如果在定义域内,除有限个间断点外均有定义,则称此信号为连续时间信号,简称为连续信号,记作 $f(t)$ 或 $x(t)$ 。连续时间信号的自变量是连续可变的(可含间断点),而函数值在值域内可以是连续的,也可以是跳变的。如图1-1所示的信号为连续时间信号。

对任意一个信号,如果自变量仅在离散时间点上具有定义,称为离散时间信号,简称离散信号,记作 $f(n)$ 或 $x(n)$,也可以记作 $f[k]$ 或 $x[k]$ 。即离散时间信号其定义域上是离散的,其值域可以是连续的,也可以是离散的。离散时间信号相邻离散时间点的间隔可以是相等的,也可以是不相等的,除这些离散时间点之外,信号无定义。下列函数表示的信号为一个离散时间信号。其波形如图1-2所示。

$$y(n) = \begin{cases} n & n = 1, 2, 3 \\ 1 & n = -1, -2 \end{cases}$$

在等间隔离散时间点上的称为离散时间信号,称为序列(或采样信号)。序列可以表示成函数形式,也可以直接列出序列值或写成序列值的集合。

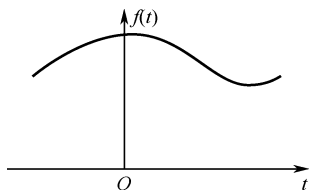


图 1-1 连续时间信号

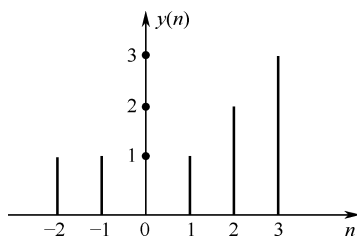


图 1-2 离散时间信号的波形

2. 确定性信号与随机信号

根据信号随时间的变化规律可分为确定性信号和非确定性信号（也称为随机信号），其详细分类如图 1-3 所示。

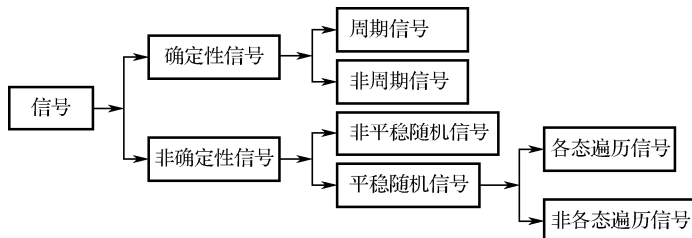


图 1-3 确定性信号和非确定性信号

1) 确定性信号

对应于某一确定时刻，就有某一确定数值与其对应的信号，即能用明确的数学关系式或图像表达的信号称为确定性信号。确定性信号可以用函数解析式、图表和波形等来表示。确定性信号可以分为周期信号和非周期信号两类。当信号按一定时间间隔周而复始重复出现时称为周期信号，否则称为非周期信号。

(1) 周期信号

周期信号的波形每经过一定时间重复一次，一旦确定了信号在一个周期内的形状，则其他任一时刻的波形就可以准确确定。周期信号有两种，一种是谐波（正弦或余弦）信号，一种是由频率不同的谐波叠加而成的复杂周期信号。

一般周期信号（如周期方波、周期三角波等）由多个乃至无穷多个频率成分（频率不同的谐波分量）叠加组成，叠加后存在公共周期。

如果一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间上的连续时间信号 $f(t)$ ，对一切 t 存在某个正的非零值 T ，有

$$f(t) = f(t + kT) \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (1-1)$$

其中， k 为任意整数，则称 $f(t)$ 为周期函数，其周期为 T ，如图 1-4 (a) 所示。

同样，如果一个定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间上的离散时间信号 $f(n)$ ，对全部 n 存在某个正的非零值 N ，有

$$f(n) = f(n + kN) \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (1-2)$$

则称 $x(n)$ 为周期序列，其周期为 N ，如图 1-4 (b) 所示。

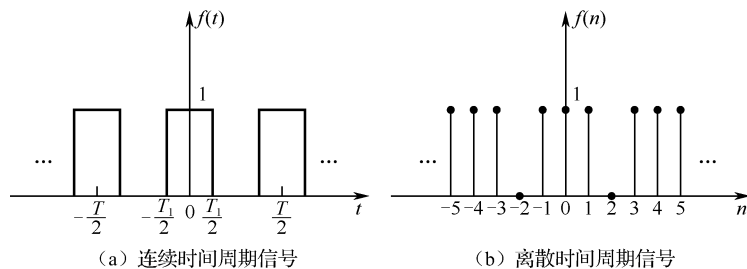


图 1-4 周期信号

连续正弦信号一定是周期信号，而正弦序列不一定是周期序列。两个连续周期信号之和不

一定是周期信号，而两个周期序列之和一定是周期序列。

(2) 非周期信号

非周期信号不具有重复性，其波形在有限时间内不会重复出现，也可把非周期信号看成周期为无穷大的周期信号。非周期信号包括瞬变信号和准周期信号。

瞬变信号是在有限时间范围内存在，或随着时间增加而幅值衰减至零的信号，如图 1-5 (a) 所示。

准周期信号也由多个频率成分叠加的信号组成，但叠加后各个频率成分不存在公共周期，如图 1-5 (b) 所示。

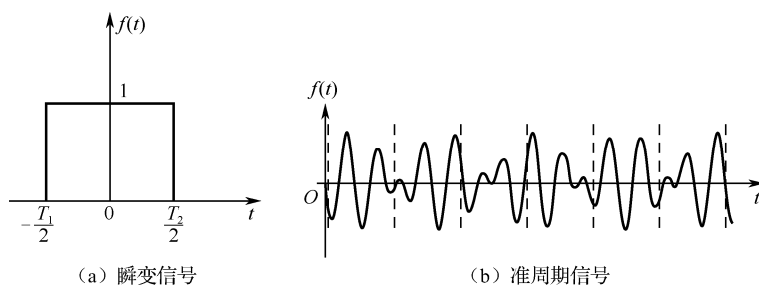


图 1-5 非周期信号

2) 随机信号

如果一个信号事先无法预测它的变化趋势，也无法预先知道其变化规律，则该信号称为随机信号，又称为非确定性信号，是无法用数学关系式表达的信号，即取值具有不确定性的信号，如电子系统中的起伏热噪声、雷电干扰信号、加工零件的尺寸、机械振动、环境的噪声等。随机信号在任一时刻的幅值都是随机的，其波形在无限长时间内不会重复，如图 1-6 (b) 所示。在实际工作中，系统总会受到各种干扰信号的影响，这些干扰信号不仅在不同时刻的信号值是互不相关的，而且在任一时刻信号的幅值和相位都是在不断变化的。因此，从严格意义上讲，绝大多数信号都是随机信号。在研究信号与系统时，常常忽略一些次要的干扰信号，主要研究占统治地位的信号的性质和变化趋势。本书主要研究确定性信号。

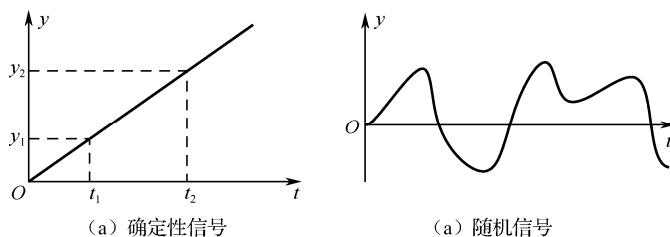


图 1-6 确定性信号和随机信号

随机信号服从统计规律，因此可以用概率和统计的方法进行研究，其特性可以用统计特征参数进行描述。

根据是否满足平稳随机过程的条件，又可以分成平稳随机信号和非平稳随机信号。平稳随机信号的统计特征参数不随时间变化。如统计特征参数随时间变化，则为非平稳随机信号。正常工作的设备，其信号是平稳的；处于过渡状态和异常状态的设备，其信号往往是非平稳的。

3. 模拟信号与数字信号

模拟信号是指在连续时间范围内,其幅值连续的信号,即模拟信号是指定义域和值域均连续的信号,如三相交流电压、交流电流都是模拟信号。值得指出的是,模拟信号常可以看作是连续时间信号的一个特例,因而一般模拟信号也称为连续时间信号。但在谈及数字信号时,往往采用模拟信号这个称谓。

数字信号通常是指将模拟信号在时间上和幅值上都经过量化后得到的信号,也就是说,数字信号是指定义域和值域均离散的信号。所谓量化,是利用一组数值来表示变量的过程。所以,数字信号可以用一系列的数(序列)来表示。

4. 能量信号和功率信号

1) 能量信号

将一个电压或电流信号 $f(t)$ 加到单位电阻上,则在该电阻上产生的瞬时功率为 $|f(t)|^2$, 在一段时间 $\left(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right)$ 内消耗一定的能量。把该能量对时间区域取平均,即得信号在此区间内的平均功率。若将时间区域无限扩展,相应的连续信号 $f(t)$ 和离散信号 $f(n)$ 的能量满足条件

$$E = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (1-3)$$

$$E_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f(n)|^2 < \infty \quad (1-4)$$

则称其为能量信号。即如果一个信号在无限大时间区域内信号的能量为有限值,则称该信号为能量有限信号或能量信号,如各类瞬变信号。

2) 功率信号

若信号 $f(t)$ 或 $f(n)$ 在区间 $(-\infty, \infty)$ 的能量无限,不满足式(1-3)、式(1-4)的条件,但在有限区间 $\left(-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right)$ 内满足平均功率有限的条件,即

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} |f(t)|^2 dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} E < \infty \quad (1-5)$$

$$P_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |f(n)|^2 < \infty \quad (1-6)$$

则称其为功率信号。如果在无限大时间区域内信号的功率为有限值,则称该信号为功率有限信号或功率信号,如各种周期信号、常值信号、阶跃信号等。

根据能量信号和功率信号的定义,可以得出:时限信号(在有限时间区域内存在非零值的信号)是能量信号,周期信号是功率信号,非周期信号可能是能量信号,也可能是功率信号。

5. 实信号和复信号

物理上可实现的,取值为实数的信号称为实值信号,简称为实信号。实信号的共轭对称信号是它本身。取值为复数的信号称为复值信号,简称为复信号。虽然实际上不会产生复信号,

但为了理论分析的需要，常常引用取值为复数的复信号，如复指数信号。

1.1.3 信号的基本特性

广义上讲，信号是某种随时间变化的物理量。其基本特性如下：

1) 信号的时（域）间特性

任何信号都是随着自变量时间变化而发生变化的物理量，可以表示为时间的函数或描绘成随时间变化的波形。从时域特性中可以直接看出系统是否稳定。信号在某一时刻的大小、出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的长短及变化的快慢等都可以从波形上反映出来，这一特性称为信号的时（域）间特性，此时信号用函数 $x(t)$ 、 $f(t)$ 、 $y(t)$ 等来表示。

2) 信号的频（域）率特性

任意信号在一定条件下总可以分解为许多不同频率的正弦分量。频率特性主要包括信号带宽、各频率分量的振幅、相位随频率的分布情况。信号的频谱分析就是研究信号的频率特性，此时信号用 $X(\omega)$ 、 $F(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ 等表示。

3) 信号的信息特性

信息具有客观性和抽象性，只有通过一定的形式才能把它表现出来，那就是信号。可见，信号是信息的载体和物理表现，而信息则是信号所载的内容。

1.2 系统的描述及分类

为了充分地从信号中获取有用信息，最大限度地利用信息以及有效地传输、交换、存储信息，必须对信号进行加工和变换，即对信号实现有目的的加工。将一个信号变换为另一个信号的过程就是信号处理。信号处理的任务由具有一定功能的器件、装置、设备及其组合完成。例如，放大器将微弱信号变换成所需强度的可用信号；滤波器按一定要求尽可能多地剔除混在有用信号中的无用信号，并尽量完整地获取有用信号；自动控制系统在一定输入信号作用下，获得满足实际要求的输出信号。将为了达到传输和利用信息的目的而对信号进行处理的器件、装置、设备及其组合称为系统。从这一意义上说，系统是为了处理信号，使之达到特定目的而设置的。放大器、滤波器、自动控制系统等都可以看作系统。

一个电路中的电压和电流作为时间的函数，是信号的一个例子，而这一电路本身则是系统的一个例子，在这种情况下，系统对所施加的电压和电流产生响应。另一个例子，当驾驶员压下加速踏板时，汽车以增加车速为响应，在这种情况下，系统就是汽车，加速踏板上的压力则是系统的输入，汽车的速度是响应。一个心电图计算机自动诊断程序，也可看成一个系统，它以数字化的心电图作为其输入，而产生如心率这样的一些参数的估计值作为系统的输出。

通过以上介绍可以看出，信号和系统是信号处理的两大要素，信号与系统是密不可分的。信号是信息的载体，是系统传输和处理的客观对象。信号的产生、传输、加工处理和储存等都离不开系统，离开了信号，系统也将失去意义，二者相辅相成，作为一个整体存在。广义而言，

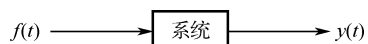


图 1-7 系统的框图

系统是一个由若干相互关联的一类事物组成的具有某种特定功能的有机整体。系统通常表示为方框图形式，如图 1-7 所示。

电信号是最常用的信号形式，所以电路（或称为电系统）也

是常见的系统之一。电系统是对电信号进行产生、传输、加工处理和储存的电路（网络）或设备（包括软硬件设备），在一定意义上也可称为系统。如由 R 、 C 组成的积分器、微分器；由 R 、 L 、 C 组成的振荡器、滤波器；由晶体管等组成的放大器、检波器、混频器、分频器、直流稳压电源，以及交流发电供电设备、雷达等。

1.2.1 系统的描述

系统是一个极具广泛性的概念，除了通信、自动化、机械等工程领域的系统外，还可以包括经济、管理、社会等系统，甚至各种生理、生态系统。凡是具有信息加工和交换的场所，都是系统存在的地方。系统可以小到一个电阻或一个细胞，甚至基本粒子，也可以复杂到诸如人体、全球通信网，乃至整个宇宙。它们可以是自然的，也可以是人为的，众多领域各不相同的系统都对施加于它的信号做出响应，产生出另外的信号。把施加于系统的信号称为系统的输入信号 $f(t)$ ，由此产生出来的信号称为系统的输出信号 $y(t)$ ，如图 1-7 所示。同时也表明了信号和系统之间的紧密关系，一方面任何系统都要接收输入信号，产生输出信号，系统的特定功能就体现在系统接收一定输入信号情况下产生什么样的输出信号；另一方面，任何信号的改变（包括物理形态及所包含的信息内容）都是通过某种系统实现的，系统是信号处理的工具。

所谓系统的描述，就是对系统的输入（激励）信号与输出（响应）信号之间的关系如何进行描述，这是系统分析的第一步。系统输入与输出之间的关系常用以下几种方法表示。

1) 箭头表示

将系统的输入与输出信号之间的关系用一个箭头表示出来，如：

$$f(t) \rightarrow y(t) \quad \text{或} \quad f(n) \rightarrow y(n)$$

其意义为，如果将 $f(t)$ 或 $f(n)$ 作为系统的输入（激励）信号，与其对应的 $y(t)$ 或 $y(n)$ 就是系统的输出（响应）信号。这种表示方法很直观。

2) 框图表示

将系统的输入与输出信号之间的关系用框图表示，如图 1-7 所示。框中系统表示不同的系统，包括连续时间系统和离散时间系统。

3) 算子表示

将系统的输入与输出信号之间的关系表示成函数的形式：

$$y(t) = T[f(t)] \quad \text{或} \quad y(n) = T[f(n)] \quad (1-7)$$

$T[\cdot]$ 可以看作一个算子，即输出信号 $y(t)$ 或 $y(n)$ 可以看作是对输入信号 $f(t)$ 或 $f(n)$ 进行某种运算、处理或加工而得到的。

4) 数学模型表示

人们在研究系统时往往注重它在实现信号加工和处理过程中所表现出来的属性，而不去关心它的具体物理组成，通过对系统进行抽象化，用能表达信号加工或变换关系的数学式子来描述系统，这就是系统的数学模型。如连续时间系统一般采用微分、积分方程表示，离散时间系统一般采用差分方程表示。

系统的数学模型通常可以分为两大类：一类是只反映系统输入和输出之间的关系，或者说只反映系统的外特性，称为输入/输出模型，通常由包含输入量和输出量的方程描述；另一类不仅反映系统的外特性，而且更着重描述系统的内部状态，称为状态空间模型，通常由状态方程和输出方程描述。

对于仅有一个输入信号并产生一个输出信号的单输入单输出系统，通常采用输入/输出模型，而对于具有多个输入信号、多个输出信号的多变量系统或诸如具有非线性关系的复杂系统，往往采用状态空间模型。

1.2.2 系统的分类

系统的种类繁多，亦有多种分类方法，以便于从多种角度来观察、分析研究系统。从系统的形成角度来分，可分为自然系统（如生命个体等）与人工系统（如 RLC 组成的电路等）；从系统的属性角度来分，可分为物理系统（如电路等）与非物理系统（如社会、股市等）；从信号的属性来分，可以分为模拟系统和数字系统，前者是系统的输入和输出信号都是模拟信号的系统，后者是输入和输出信号都是数字信号的系统；从系统输入/输出的数量上来分，可分为单输入单输出系统和多输入多输出系统；从系统数学模型及特性角度来分，可分为连续时间系统与离散时间系统、动态系统与非动态系统（即时系统或静态系统）、线性系统与非线性系统、时不变系统与时变系统、因果系统与非因果系统、稳定系统与不稳定系统、确定系统与随机系统等。系统最基本的两个性质是线性和时不变性。

1. 连续时间系统与离散时间系统

当系统的输入（激励）信号和输出（响应）信号都是连续信号时，称为连续时间系统。电路系统即为连续时间系统。连续时间系统通常用微分方程或微分方程组来描述。

当系统的输入信号和输出信号都是离散信号时，称为离散时间系统。离散时间系统可以通过一个软件程序来实现，在数字信号处理中大量使用。离散系统通常用差分方程或差分方程组来描述。

当系统的输入和输出一个是连续信号，一个为离散信号时称为混合系统，即一个系统中同时包含连续信号和离散信号。例如模数（A/D），抽样前的信号是连续的，抽样后的信号是离散的。

2. 动态系统与即时系统

系统在任意时刻的输出只取决于同时刻的系统输入，和系统过去的状态无关，则称为即时系统或无记忆系统。如果系统的输出不仅取决于同时刻的系统输入，还取决于系统过去的状态，则称为动态系统或记忆系统。

即时系统不包含记忆元件。例如，对于电路系统，电感和电容能够储能，属于记忆元件，电阻则属于非记忆元件。因此，一个只包含电源和电阻的系统是即时系统，而包含了电感或电容的系统称为记忆系统或动态系统。动态系统用微分方程或差分方程描述，即时系统用代数方程描述。

3. 线性系统和非线性系统

1) 线性系统和非线性系统的概念

设系统的激励 $f(t)$ 所引起的响应为 $y(t)$ ，简记为 $y(t) = T[f(t)]$ 。线性性质包括两方面，即均匀性（齐次性）和叠加性（可加性）。所谓叠加性，即多个激励信号作用于系统时所产生的响应等于每个激励单独作用时所产生的响应的叠加。若系统对于激励 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 之和的响应等于各个激励所引起的响应之和，即

$$T[f_1(t) + f_2(t)] = T[f_1(t)] + T[f_2(t)] \quad (1-8)$$

则称该系统是可叠加的或可加的。所谓均匀性，即激励信号变化某个倍数时，响应也变化相同的倍数。若系统的激励 $f(t)$ 增大 a 倍时，其响应 $y(t)$ 也增大 a 倍，即

$$T[af(t)] = aT[f(t)] \quad (1-9)$$

则称该系统是均匀的或齐次的。满足线性特性的系统称为线性系统，即满足式 (1-10)。

$$T[af_1(t) + bf_2(t)] = aT[f_1(t)] + bT[f_2(t)] \quad (1-10)$$

不满足线性特性的系统为非线性系统。在线性系统分析中，可以进行信号的分解和叠加，或采用变换域（频域和复频域）分析。对于非线性系统，线性系统的分析方法不再能够直接使用。因此，在进行系统分析时，首先明确系统的线性或非线性是十分重要的。

2) 动态系统是线性系统的条件

动态系统不仅与激励 $\{f(t)\}$ 有关，而且与系统的初始状态 $\{f(0)\}$ 有关，初始状态也称“内部激励”（注意： $\{f(0)\}$ 可理解为初始状态下对系统的“激励”或“输入”）。

$$\text{完全响应可以写为} \quad y(t) = T[\{f(t)\}, \{f(0)\}] \quad (1-11)$$

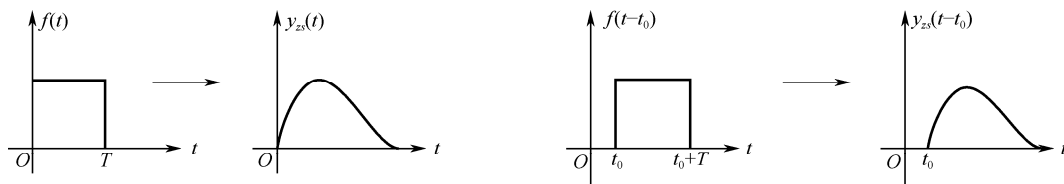
$$\text{零状态响应为} \quad y_{zs}(t) = T[\{f(t)\}, \{0\}] \quad (1-12)$$

$$\text{零输入响应为} \quad y_{zi}(t) = T[\{0\}, \{f(0)\}] \quad (1-13)$$

当动态系统满足下列三个条件时该系统为线性系统：①完全响应可分解性（分解为零状态响应与零输入响应的和）；②零状态满足线性条件；③零输入满足线性条件。

4. 时不变系统和时变系统

如果系统元件的参数不随时间变化，则称为时不变系统（移不变系统）；如果系统元件的参数随时间变化，则称为时变系统（时移系统）。对于时不变系统，如果系统激励为 $f(t)$ 时的系统响应是 $y(t)$ ，那么当系统激励延时为 $f(t-\tau)$ 时，系统响应也应是 $y(t)$ 的相同时间的延时，即 $y(t-\tau)$ 。此即时不变性（移位不变性）。如图 1-8 所示系统为延时前后激励与响应的波形对比，可见此系统为时不变系统。



(a) 时移前系统的激励与响应波形

(b) 时移后系统的激励与响应波形

图 1-8 延时前后系统的激励与响应的波形对比

既满足线性又具有时不变性的系统称为线性时不变系统，本书重点讨论线性时不变系统（Linear Time-Invariant），简称 LTI 系统。

5. 因果系统和非因果系统

如果系统在任意时刻的响应只与当前和过去的激励有关，与未来的激励无关，则是因果系统。如果系统的响应与未来的激励有关，则是非因果系统。实际的物理可实现系统，如电路系统、机械系统等，必然是因果系统，非因果系统是物理不可实现的。对于由计算机程序构造的离散系统，计算方法中有可能包含非因果关系，例如： $y_d(n) = f_d(n) + f_d(n+1)$ 。

6. 稳定系统和非稳定系统

一个系统，若其输入是有界的，其系统的输出也是有界的，则该系统为稳定系统，具有输入/输出稳定性。

【例 1-1】 已知系统激励 $f(t)$ 、初始状态 $y(t_0)$ 和响应 $y(t)$ 的关系，判断它们是否是线性、时不变和因果系统。

$$(1) \quad y(t) = y^2(t_0) + 3t^2 f(t) \quad (2) \quad y(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\lambda) d\lambda$$

解：(1) 线性与非线性的判断：该系统响应 $y(t)$ 可以分解为由初始状态引起的响应 $y_{zi}(t) = y^2(t_0)$ 和由激励引起的响应 $y_{zs}(t) = 3t^2 f(t)$ 的叠加，但初始状态引起的响应和初始状态 $y(t_0)$ 不成线性。根据线性系统的三个条件，此系统是非线性系统。

时变和时不变性的判断：观察系统的零状态响应，当激励为 $f(t)$ 时，零状态响应为 $y_{zs1}(t) = 3t^2 f(t)$ ；当激励延时为 $f(t-\tau)$ 时，零状态响应为 $y_{zs2}(t) = 3t^2 f(t-\tau)$ 。因为 $y_{zs1}(t-\tau) = 3(t-\tau)^2 f(t-\tau)$ ， $y_{zs2}(t) \neq y_{zs1}(t-\tau)$ ，所以系统是时变的。

因果和非因果的判断：系统任意时刻的零状态响应只与该时刻的激励有关，因此是因果系统。

(2) 线性与非线性的判断：当激励为 $f_1(t)$ 时，系统响应为 $y_1(t) = \int_{-\infty}^{5t} f_1(\lambda) d\lambda$ ；当激励为 $f_2(t)$ 时，系统响应为 $y_2(t) = \int_{-\infty}^{5t} f_2(\lambda) d\lambda$ 。若当激励为 $f_1(t) + f_2(t)$ 时，系统响应为 $\int_{-\infty}^{5t} [f_1(\lambda) + f_2(\lambda)] d\lambda = y_1(t) + y_2(t)$ ，满足叠加性。若当激励为 $kf_1(t)$ 时，响应为 $\int_{-\infty}^{5t} kf_1(\lambda) d\lambda = ky_1(t)$ ，满足均匀性。因此系统是线性的。

时变和时不变性的判断：当激励为 $f(t)$ 时，系统响应为 $y_1(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\lambda) d\lambda$ 。当激励延时为 $f(t-\tau)$ 时，系统响应为 $y_2(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\lambda-\tau) d\lambda = \int_{-\infty}^{5(t-\tau/5)} f(\sigma) d\sigma$ 。因为 $y_1(t-\tau) = \int_{-\infty}^{5(t-\tau)} f(\lambda) d\lambda$ ， $y_2(t) \neq y_1(t-\tau)$ ，所以系统是时变的。

因果和非因果的判断：系统响应 $y(t)$ 是激励 $f(t)$ 在 $(-\infty, 5t]$ 时间区间的积分，当 $t > 0$ 时，系统在 t 时刻的响应和 t 时刻之后 $(t, 5t]$ 时间区间的激励有关，因此是非因果系统。

1.3 信号与系统分析概述



国内、外优秀信号与系统教材

在工程领域中，信号与系统学科主要研究和解决的问题：一个是信号分析与处理，另一个就是系统分析与综合。



1.3.1 信号分析的主要内容

信号分析的基本目的是揭示信号自身的特性及其变化，主要是指时域特性和频域特性，以及当信号发生某些变化时，其特性的相应变化。其基本内容是把信号分解成它的各个组成分量或成分的概念、理论和方法。即将任何信号分解成某种简单信号的线性组合，通过对构成信号的基本单元的分析达到了解信号特性的目的。由于信号的分解可以在时域进行，也可以在频域或复频域进行，所以就导出信号分析的时域方法、频域方法和复频域方法。

在时域上分析信号是将连续时间信号表示成单位冲激信号 $\delta(t)$ 的加权积分, 将离散时间信号表示成单位脉冲信号的加权和; 在频域上分析信号是将连续时间信号表示成复指数信号 $e^{j\omega t}$ 的加权积分, 将离散时间信号表示成复指数信号 $e^{j\omega n}$ 的加权和, 因而出现傅里叶 (Fourier) 分析的理论与方法, 产生了信号频谱的概念; 在变换域分析信号是将连续时间信号表示成复指数信号 e^{st} ($s = \sigma + j\Omega$) 的加权积分, 将离散时间信号表示成复指数信号 $z = re^{j\Omega}$ 的加权和, 因而出现了拉普拉斯 (Laplace) 变换与 z 变换的理论与方法。由于连续时间信号与离散时间信号有密切的关系, 为了揭示它们之间的内在联系, 出现了采样 (抽样) 理论; 为了适应数字技术和计算机技术, 因而产生了对离散时间信号进行数学分析的理论与方法, 即离散 Fourier 变换 (DFT) 及其快速算法 (FFT)。

为了简化信号的提取, 都必须进行信号处理。所谓处理, 可以理解为对信号进行某种加工、变换、操作或修改。其目的或是削弱信号中的多余内容, 滤除噪声和干扰; 或是将信号变换成容易分析和识别的成分, 便于估计和选择其特征参量。

1.3.2 系统分析的主要内容

系统理论主要包括系统分析和系统综合两个方面。所谓系统分析, 就是在系统给定的情况下, 研究系统对输入信号所产生的响应, 并由此获得关于系统功能和特性的认识, 它基于给定系统的特定功能体现在系统的输入信号和输出信号的关系上; 而所谓系统综合, 则是已知系统的输入信号及对输出信号具体要求的情况下, 通过调整系统中可变动部分的结构和参数, 以保证所要求的输出信号, 它基于信号的改变都是通过某种特定系统来实现的这样一个事实。系统的综合也可以称为系统设计, 它是系统分析的逆命题。

根据信号与系统的关系, 还可以提出一个概念, 如果一个系统的输入信号与输出信号成一一对应的关系, 那么该系统的特性或该系统的数学模型就由系统的输入、输出信号唯一地决定了。换言之, 可以通过对输入、输出信号的数学运算, 得到描述系统的数学关系式, 这就是系统辨识的概念, 也是系统研究的重要问题。

系统分析是系统综合和系统辨识的基础, 是信号与系统问题中最基本的问题, 本教材主要介绍系统分析的一般原理、方法, 而系统综合和系统辨识将是其他课程的任务。

1.3.3 信号与系统的应用

信号与系统的理论和分析方法的实际应用范围在不断地扩大, 几乎渗透到各个科学技术 (包括自然科学和社会科学) 领域之中, 在国防工程、航空学、军事与尖端科技、声学、地震学、生物工程、医疗诊断、工业监控、人工智能学、经济预测、远程控制和影视制作等各种行业与科学技术领域里都起着重要的作用。例如, 在信号处理方面, 如数字滤波、自适应滤波、快速傅里叶变换、相关运算、谱分析、卷积、模式匹配、加窗、波形产生等; 在通信方面, 如调制解调器、自适应均衡、数据加密、数据压缩、回波抵消、多路复用、传真、扩频通信、纠错编码、可视电话等, 尤其当下移动通信技术发展, 3G 乃至 4G 技术的出现, 使得数据的无线传递更加频繁; 在仪器仪表方面, 如频谱分析、暂态分析、函数发生、锁相环、勘探、模拟试验等; 在语音处理方面, 如语音编码; 在语音合成、语音识别、语音增强、说话人辨认、语音邮件、语音存储等。在医疗方面, 如助听器 CT 扫描、超声波、心电图、核磁共振、医疗监护等; 在军事与尖端科技方面, 如雷达和声呐信号处理、导弹制导、火控系统、导航、全球定位系统、尖端武器试验、航空航天试验、宇宙飞船、侦察卫星等; 在工业控制与自动化方面, 如油井压力测量与控制、温度控制等; 在经济分析预测方面,



信号与系统的应用

如经济前景预测、股市分析等，信号与系统都有应用。可以说，信号与系统的应用在当今社会无处不在。

在信号与系统的许多场合，可以从利用系统分析的内容去讨论信号与系统的应用。面对的是一个特定的系统，需要详细地表征这个系统，以判断它如何对各种输入做出响应。一个例子就是已有悠久历史的关于人类听觉系统的研究工作；另一个例子是对某个特定地区的经济系统的认识和描述的研究，以便能更好地预测出潜在的或在不可预料的外界因素作用下会产生什么响应。

在另一些信号和系统分析的场合，着重研究系统的设计问题，以使用它们以各种特定方式来处理信号。例如，以经济预测系统代表这种情况，设有一组记录证券市场平均价格的经济时间序列，把这种记录看作信号，要是能根据过去记录去预测将来的状态显然是有用的。用这些系统可以求得证券市场平均价格的短期变化趋势，但大多数这样的信号并不是全部可预测的，但根据这些信号的许多过去的记录，它们可近似地被外推。还有一些常见的应用，是恢复由于某些原因而恶化了的信号。语音通信时，就经常出现这种情况。例如，在强背景噪声条件下进行的语音通信会因高背景噪声电平而恶化。在这种情况和其他类似情况下，设计各种系统，以保留需要的信号而排除不需要的噪声信号是有可能的。

习题

1-1 如何对信号进行分类？各类信号的本质区别是什么？

1-2 信号分析和系统分析的主要内容是什么？并分析信号与系统之间的关系。

1-3 判断下列信号是否为周期信号，并计算出周期信号的周期。

$$(1) \cos(10t) - \cos(30t) \quad (2) y(t) = \cos(2t) + \cos(\pi t) \quad (3) y(t) = \cos(10t) + \cos(20t)$$

$$(4) e^{j5t} \quad (5) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n [u(t-nT) - u(t-nT-T)] \quad (n \text{ 为正整数}, T \text{ 为采样间隔})$$

1-4 判断下列信号是功率信号还是能量信号。

$$(1) te^{-t}u(t) \quad (2) e^t[u(t) - u(t-1)] \quad (3) 2te^{-|t|}$$

$$(4) 10e^{-t} \sin(t)u(t) \quad (5) \sin c(t)u(t) \quad (6) \sin t + \sin(2\pi t)$$

1-5 如何判断一个系统是线性系统？线性系统是否一定要是时不变系统？

1-6 如果某系统对某些输入信号其输出滞后于输入，可否断定该系统为因果系统？

1-7 若 $f(t)$ 为系统输入， $y(t)$ 为系统输出，判断下列系统的线性、时变性和因果性。

$$(1) y(t) = \cos[f(t)]u(t) \quad (2) y(t)[f(t) \cdot \cos t]u(t) \quad (3) y(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

$$(4) y(t) = f^2(t) \quad (5) y(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\tau) d\tau \quad (6) y(t) = \frac{1}{3}f(t) + f(t+2)$$

$$(7) y(t) = |f(t)| \quad (8) y(t) = f(t) \sum_{x=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$