第1章 绪 论

信息论是关于通信的数学理论,它研究信息的产生、度量、传输、获取、存储和处理等功能,是通信技术与概率论、随机过程和数理统计相结合而逐步发展起来的一门学科。信息论的奠基人是克劳德•艾尔伍德•香农(Claude Elwood Shannon,1916—2001)。1948年香农发表论文"通信的数学理论"(A Mathematical Theory of Communication),1949年又发表论文"噪声中的通信"(Communication in the Presence of Noise),这两篇论文成为信息论的奠基性著作。香农信息论的核心揭示了在通信系统中采用适当的编码能够实现高效率和高可靠性地传输信息,并通过三个编码定理(无失真信源编码定理、有噪信道编码定理和限失真信源编码定理)给出编码的理论极限,为构造最佳通信系统提供了重要的理论依据。

本章将介绍香农信息论的概况,包括信息的概念、信息传输系统的组成、信息论的研 究内容、形成和发展。

1.1 信息的概念

1.1.1 什么是信息

当前科学技术的发展已使人类进入信息化时代,人们在各种生产、科学研究和社会活动中,无不涉及信息的交换和利用。迅速获取信息、正确处理信息、充分利用信息,就能促进科学技术和国民经济的飞跃发展。

那么,什么是信息呢?据说目前已有上百种信息的定义和说法。人们从不同的角度和侧面研究和定义信息,如"信息就是谈论的事情、新闻和知识"、"信息是事物之间的差异"、"信息就是观察或研究过程中获得的数据、新闻和知识"、"信息是物质与能量在时间与空间分布的不均匀性"、"信息是收信者事先不知道的东西"。可见,对信息的含义众说纷纭,目前尚没有一个关于信息的公认的确切定义。

下面只探讨通信中的信息概念。我国《辞海》对信息的解释是"信息是通信系统传输和处理的对象,泛指消息和信号的具体内容和意义,通常需要通过处理和分析来提取"。可见通信系统中的消息(message)、信号(signal)和信息(information)之间存在密切的关系。

通信是指发送端向接收端传递有信息的消息,通信的实质在于传输信息。最简单的通信系统模型包括信源、信道和信宿三部分,如图 1.1 所示。



图 1.1 最简单的通信系统模型

信源产生一系列有待传输的消息(或称为消息符号),并将消息转换为原始电信号。消息一般用语音、文字、图像、数据等能够被人们感觉器官所感知的形式表达出来。由于信源发出的消息符号具有随机性,因此通常用随机变量、随机矢量或随机过程来描述信源的统计特性。消息中包含信息,是信息的载体。同样的信息可用不同的消息形式来载荷。例如,球赛进展情况可用电视图像、广播语言、报纸文字等不同形式的消息来表述。

在通信系统中,消息的传送是通过信号来进行的,信号是消息的载荷者。信道是将载荷消息的物理信号从发送端传送到接收端的传输媒质,它可以是架空明线、电缆、光缆等有线信道,也可以是传输电磁波的自由空间(即无线信道)。信道在信号传输过程中总是伴随着噪声干扰。图 1.1 中的噪声是信道中的所有噪声及分散在通信系统中其他各处噪声的集中表示。由于噪声往往具有随机性,对传输信号的影响可用信道转移概率或信道转移概率密度来描述。

信宿是消息传送的对象,即接收消息的人或机器。

在各种通信系统中,消息传递过程的一个最基本、最普通却又不十分引人注意的特点是: 在收到消息以前,收信者不知道消息的具体内容,即收信者对于发送消息的具体内容存在着"不确定性"。通过信道的传输,信宿收到消息后,如果信道中不存在噪声干扰,收信者知道了消息的具体内容,原先的"不确定性"就消除了; 如果信道中存在噪声干扰,原先的"不确定性"则部分消除。因此,对于收信者来说,消息的传递过程是一个从不知到知的过程,或是从知之较少到知之较多的过程,或是从不确定到全部确定或部分确定的过程。所以,通信过程是一种消除或部分消除不确定性的过程。不确定性消除得越多,获得的信息就越多。可见,信息是事物运动状态或存在方式的不确定性的描述,这就是香农信息的定义。

从上面的分析可知,在通信系统中,形式上传输的是消息,但实质上传输的是信息。 消息只是表达信息的工具、载荷信息的客体。**通信的结果是消除或部分消除不确定性从而 获得信息。**

1.1.2 信息如何度量

信息是消息的内涵,只有消息中不确定的内容才构成信息,因此信息量与不确定性消除的程度有关。那么,不确定性(uncertainty)的大小如何度量呢?

由概率论的相关知识可知,事件的不确定程度可以用其出现的概率来描述。因此,消息中包含的信息量与消息发生的概率密切相关。**消息出现的概率越小,不确定性越大,消息中包含的信息量就越大。**假设 $P(a_i)$ 表示消息 a_i 发生的概率, $I(a_i)$ 表示消息 a_i 所含的信息量,则信息量 $I(a_i)$ 与消息发生概率 $P(a_i)$ 之间的关系应当反映如下规律。

① 消息中所含的信息量 $I(a_i)$ 是该消息出现概率 $P(a_i)$ 的函数,即

$$I(a_i) = f[P(a_i)] \tag{1.1.1}$$

② 该消息出现的概率 $P(a_i)$ 越小,所含的信息量 $I(a_i)$ 越大; 反之, $P(a_i)$ 越大, $I(a_i)$ 越小。特别地

$$\lim_{P(a_i) \to 1} I(a_i) = 0 , \quad \lim_{P(a_i) \to 0} I(a_i) = \infty$$
 (1.1.2)

③ 若干个互相独立事件构成的消息,所含信息量等于各独立事件信息量之和,也就是说,信息具有相加性,即

$$I(a_1 a_2 a_3 \cdots) = I(a_1) + I(a_2) + I(a_3) + \cdots$$
 (1.1.3)

式中,

$$I(a_1 a_2 a_3 \cdots) = f \left[P(a_1 a_2 a_3 \cdots) \right]$$

$$P(a_1a_2a_3\cdots)=P(a_1)P(a_2)P(a_3)\cdots$$

不难看出,如果消息中所含的信息量 $I(a_i)$ 与消息出现概率 $P(a_i)$ 的关系式为

$$I(a_i) = \log_a \frac{1}{P(a_i)} = -\log_a P(a_i)$$
 (1.1.4)

则可满足上述三项要求。将式(1.1.4)定义为消息 a_i 的**自信息**。当底数 a=2 时,信息量的单位为"比特(bit)"。

自信息 I(a_i) 通常代表两种含义:

- ① 信源输出消息前,消息 a, 出现的不确定性;
- ② 信源输出消息 a, 后提供的信息量。

下面来分析在图 1.1 所示的通信系统中如何进行信息的传输。假设信源只输出一个取值离散的消息符号,用一个离散随机变量 X 来表示。离散信源输出的消息符号集合为 $\{a_1,a_2,\cdots,a_r\}$,相应概率分别为 $P(a_1),P(a_2),\cdots,P(a_r)$,则该信源可以用**离散随机变量 X 的概率空间**来描述:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{P}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_r \\ P(a_1) & P(a_2) & \cdots & P(a_r) \end{bmatrix}$$

以离散信道为例,由于信道中存在随机噪声,信道的输入随机变量 X 和输出随机变量 Y 往往不是确定的关系,通常用**信道转移概率** $P(b_j \mid a_i)$ $(i=1,2,\cdots,r;j=1,2,\cdots,s)$ 来描述信道输入和输出的关系,如图 1.2 所示。

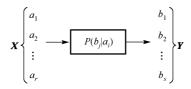


图 1.2 离散信道的传输特性

当信源输出的消息为 a_i 时,由于信道中存在噪声干扰,信宿收到的消息 b_j 可能与 a_i 相同,也可能与 a_i 有差异。条件概率 $P(a_i | b_j)$ 称为**后验概率**,它是信宿收到 b_j 后重新估计发送端 a_i 出现的概率。对应地,由于信源输出消息 a_i 的概率通常是预先知道的,概率 $P(a_i)$ 称为**先验概率**。

在没有收到 b_j 之前,信宿对发送的符号是否为 a_i 存在不确定性,即**先验不确定性**为 $I(a_i)$ 。由于信道的噪声干扰,信宿收到 b_j 后,仍然对信源发送的符号是否为 a_i 存在不确定性,该不确定性是后验概率的函数,称为**后验不确定性**。即

$$I(a_i | b_j) = \log_a \frac{1}{P(a_i | b_i)}$$
 (1.1.5)

因此在收到消息 b_j 后,信宿获得的信息量就是不确定性的减少量,等于"先验不确定性和后验不确定性的差"。将"信宿在收到消息 b_j 后获得的关于信源输出符号为 a_i 的信息量"定义为**互信息**,即

$$I(a_i; b_j) = I(a_i) - I(a_i \mid b_j) = \log_a \frac{1}{P(a_i)} - \log_a \frac{1}{P(a_i \mid b_j)}$$
(1.1.6)

式中的 $I(a_i|b_j)$ 可以理解为信道传输损失的信息量。因此,信宿获得的信息量 $I(a_i;b_j)$ 就是信源提供的信息量 $I(a_i)$ 和信道传输损失的信息量 $I(a_i|b_j)$ 之差。

特殊地,如果条件概率 $P(a_i|b_j)=1$,这时 $I(a_i|b_j)=0$,则收到消息 b_j 就可确切地知道 发送端输出的消息就是 a_i ,此时尚存在的不确定性为零,即信道损失的信息量为零。因此信宿获得的信息量就是信源提供的信息量,即 $I(a_i;b_j)=I(a_i)$ 。一般地, $0 < P(a_i|b_j) < 1$,此时 $I(a_i|b_j)>0$,即信道传输通常会造成信息损失。

可见,信息的度量有两种,一种是对消息符号本身所含信息量多少的度量,如信源符号包含的信息量,可用自信息来描述;另一种是对消息符号之间相互提供信息量多少的度量,如信宿收到消息后获得关于信源的信息量,可用互信息来描述,如表 1.1 所示。

| 信息度量 的物理量 | 定义式 | 物理含义 |
|--------------|--|---|
| 自信息 | $I(a) = \log \frac{1}{a}$ | ① 信源输出消息前,消息 a_i 出现的不确定性; |
| | $I(a_i) = \log_a \frac{1}{P(a_i)}$ | ② 信源输出消息 a_i 后提供的信息量 |
| 互信息 | $I(a_i;b_j) = I(a_i) - I(a_i \mid b_j)$ | 信宿在收到消息 b_j 后获得的关于信源输出符号为 a_i 的信息量。 |
| | $= \log_a \frac{1}{P(a_i)} - \log_a \frac{1}{P(a_i \mid b_j)}$ | ① 先验不确定性和后验不确定性的差,即不确定性的减少量; ② 信源提供的信息量和信道传输损失的信息量之差 |

表 1.1 自信息和互信息

1.2 信息传输系统

图 1.1 给出了通信系统的简单模型,它是任何通信系统的高度概括,信息从信源发出,通过信道传递,由信宿接收。为了能够将信息有效且可靠地从信源传到信宿,实际通信系统一般需要在发送端增加发送设备,对应地在接收端增加接收设备,如图 1.3 所示。



图 1.3 实际通信系统模型

发送设备的基本功能是将信源产生的原始电信号变换成适合在信道中传输的信号,通常包含 3 部分,即信源编码器、信道编码器和调制器。信源编码是在一定的准则下,对信源的输出进行变换,以提高信息传输的有效性;信道编码对信源编码器的输出进行变换,以提高信息传输的可靠性;而调制器则将信道编码器的输出变换成符合信道传输

要求(波形、带宽、频段等)的信号形式。对应地,接收设备包含解调器、信道译码器和信源译码器。

为了与实际通信系统中的信息处理过程相联系,下面从信息传输的角度给出信息传输系统的模型,如图 1.4 所示。调制和解调技术一般是"通信原理"重点讨论的内容,在本书中不专门讨论,而是将其与物理信道合并在一起,作为编码信道来处理。编码信道是指从编码器输出端到译码器输入端的部分,它是一种广义信道(或等效信道)。对应地,从等效的观点来看,通信系统中每一个环节的输出都可以视为等效信源的输出。另外,不是每个通信系统都含有信源编码、信道编码和调制这 3 部分,有的只有其中的一个或两个组成部分。

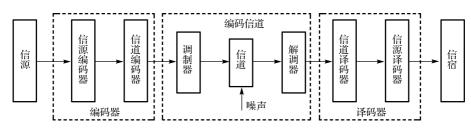


图 1.4 信息传输系统的模型

图 1.4 所示的系统模型包括以下几部分。

1. 信源

信源即发信者,就是信息的发源地,可以是人、机器或其他事物。信源的具体输出称为消息。如果消息用在离散时间发出的取值离散的符号来表示,此时信源就是离散信源,又称为数字信源;用取值连续的符号表示的信源就是连续信源。连续信源又分为两种:一种是在离散时间发出的取值连续符号的信源;另一种是在连续时间发出的取值连续符号的信源,通常称为波形信源或模拟信源。

2. 编码

通信的实质是信息的传输,信息论研究的主要问题是在通信系统设计中如何实现有效性和可靠性。编码通常包括信源编码和信道编码。信源编码又称为有效性编码,在不失真或允许一定失真的条件下,用尽可能少的码元来表示信源符号,以提高信息传输的有效性。信道编码又称为可靠性编码,在信息码元后面添加监督码元,以便在接收端发现或纠正错误,进而提高信息传输的可靠性。例如,老师讲课需要备课,对知识进行加工提炼,以提高信息传输效率;而为了让学生听得明白,有时有需要适当地重复,以提高信息传输的可靠性。

在实际通信系统设计中,信源编码和信道编码通常是分别独立考虑的,也就是说,进行信源编码时,只考虑信源的统计特性,假定信道无噪声;而进行信道编码时,只考虑信道的传输特性,假定信源输出为独立等概分布的。这样可以大大降低通信系统设计的复杂度,在实际通信系统设计中具有重要的指导意义。

(1) 信源编码

信源编码针对信源的特性来讨论信息传输的有效性问题,通常分为无失真信源编码和

限失真信源编码,相关内容将在第5章和第7章中讨论。信源编码器的主要作用有两个: 其一是当信源为模拟信源时,信源编码器将模拟信号转换成数字信号,以实现模拟信号的 数字化传输: 其二是当信源为数字信源时, 信源编码器用尽可能少的码元来表示信源符号。

下面以一个简单的无失真信源编码的例子来说明信源编码的方法和作用。假设一个离 散信源的概率空间为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{P}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ 0.125 & 0.125 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

信源编码是对信源符号按照一定规则进行变换,以码字来代替信源符号。为了比较不同 信源编码方案对信息传输有效性的影响,采用了两种无失真信源编码方案,如表 1.2 所示。

| 信源符号 | 概率 | 信源编码方案一 | 信源编码方案二 |
|-------|-------|---------|---------|
| s_1 | 0.125 | 00 | 000 |
| s_2 | 0.125 | 01 | 001 |
| s_3 | 0.25 | 10 | 01 |
| S_4 | 0.5 | 11 | 1 |

表 1.2 两种无失真信源编码方案

如果信源每秒输出 10 000 个信源符号,则方案一的信源编码器每秒输出 20 000 个二进 制码元,而方案二的信源编码器每秒输出 17500个二进制码元。假定信道无差错传输的最 大能力为每秒传送19000个二进制码元,则采用信源编码方案二的信息可以无失真地传送 到接收端,而方案一则不行。可见,同样的信源输出和信道传输,仅仅因为采用不同方案 的信源编码,信息传输系统的有效性则不同。

(2) 信道编码

下面以简单的重复码为例来说明为什么通过信道编码可以降低误码率、提高信息传输 的可靠性。假设信道的传输特性如图 1.5 所示,其中 p 表示信道的错误转移概率。

信道编码的基本思路是根据一定的规律在待发送的信息码 元中加入监督码元,这样接收端就可以利用监督码元与信息码元 的关系来检测或纠正错误,以使受损或出错的信息仍能在接收端 恢复。

例如,采用(3,1)重复码,当信息码元为"0"(或"1") 时,则重复发送三个"0"(或三个"1")。由于 3 位的二元码有 图 1.5 信道的传输特性 23 = 8 种组合,除去 2 组许用码字("000"和"111")外,余下

的 6 组 001、010、100、011、101、110 不允许使用, 称为禁用码字。此时, 如果传输中产 生一位或两位错误,接收端将收到禁用码字,可以检测出传输有错。而且还可以根据"大 数法则"来译码,即3位码字中如果有2个或3个"0",则译为"0";如果有2个或3个 "1",则译为"1"。所以,此时信道编码具有检出两位和两位以下错码的能力,或者具有纠 正一位错码的能力。

假设 p=0.01, 如果用作纠错码,则在信道译码器输出端不能纠正的错误概率为

$$P_E = P_3(2) + P_3(3) = C_3^2 \overline{p} p^2 + C_3^3 p^3 \approx 3 \times 10^{-4}$$
 (1.2.1)

其中, $P_n(k)$ 表示在码长为n的码字中发生k个错码的概率。

可见,如果不进行信道编码,直接将"0"和"1"送入信道,则接收端的误码率为 p=0.01。而即使采用只能纠正这种码字中 1 位错码的简单重复码,也可以使错误概率从 0.01 下降到 3×10^{-4} 。这表明信道编码具有较大的实用价值。

3. 信道

信道是发送端与接收端之间传输信息的通道。在信息论中,研究信道的主要问题是信 道最大传送信息的能力,即信道容量。

通常对信道的定义有两种理解:一种是指载荷消息的物理信号的传输媒质,称此种类型的信道为物理信道或狭义信道;另一种是将传输媒质和各种信号形式的转换、耦合等设备都归纳在一起的广义信道。

如果只关心编码和译码问题,可以定义编码信道来突出研究的重点,编码信道是一种广义信道。所谓编码信道是指编码器输出端到译码器输入端的部分。

4. 译码

和编码相对应,译码包括信道译码和信源译码两部分。

信道译码的作用是对信道输出的已叠加了噪声的接收码字进行检错或纠错,最大可能正确地恢复出原始的信息码元序列。

信源译码的作用是从信道译码输出的信息码元序列译出原始的信源符号序列。

5. 信宿

信宿即收信者,是信息传送的对象,即接收信息的人或机器。

1.3 信息论的研究内容

信息论的研究内容极其广泛,是当代信息科学的基本的和重要的理论基础。随着通信 技术的发展,信息论的内涵和外延不断变化发展,通常对信息论的研究内容有基本信息论、 一般信息论和广义信息论三种。

1.3.1 基本信息论的研究内容

基本信息论又称香农信息论,也称经典信息论。它在信息可以度量的基础上,主要围绕通信的有效性和可靠性而展开,其主要内容包括三个基本概念(信源熵、信道容量和信息率失真函数)及其三个编码定理(无失真信源编码定理、有噪信道编码定理和限失真信源编码定理)。

基本信息论回答通信中的下列问题:

- ① 信息如何度量?
- ② 在给定信道条件下,是否存在传输信息能力的极限值?带限高斯白噪声信道的传输信息能力是多少?
 - ③ 能否最有效且无失真地表述待传输的信息? 此时的有效性极限条件是什么?
- ④ 在允许一定失真的条件下,待传输的信息能否比无失真要求更有效?此时的极限条件是什么?

⑤ 在噪声背景下可靠通信的极限条件是什么?

香农信息论指出:信源输出的信息量用信源熵来度量,信宿收到的信息量用平均互信息量来度量;信道传输信息的极限能力用信道容量来度量,带限高斯白噪声信道的信道容量用香农公式来表示;无失真信源编码的理论极限值是信源熵(香农第一定理);限失真信源编码的理论极限值是信息率失真函数(香农第三定理);在噪声背景下可靠通信的极限条件是信息传输速率不大于信道容量(香农第二定理)。

1.3.2 一般信息论的研究内容

一般信息论也称为通信理论。它除了包括香农信息论,还包括噪声理论、统计检测与估计理论、调制理论、信号处理与信号设计等理论,后一部分内容主要是美国科学家维纳(N.Wiener)的微弱信号检测理论。

微弱信号检测理论又称为最佳接收理论,是为了确保信息传输的可靠性,研究如何从噪声和干扰中接收信号的理论。虽然维纳和香农等人都是运用概率和统计数学的方法来研究准确地或近似地再现消息的问题,以使消息传送和接收最优化,但他们之间有一个重要的区别。香农研究的对象是从信源到信宿之间的全过程,是收、发端联合最优化问题,其重点放在编码上。他指出,只要在传输前后对消息进行适当的编码和译码,就能保证在干扰存在的情况下,最佳地传送和准确或近似地再现消息。而维纳研究的重点在接收端。研究一个信号(消息)如果在传输过程中被某些因素(如噪声、非线性失真等)所干扰,在接收端怎样把它恢复、再现,从干扰中提取出来。在此基础上,创立了最佳线性滤波理论(维纳滤波器)、统计检测与估计理论、噪声理论等,从而形成了一般信息论的另一个分支。

1.3.3 广义信息论的研究内容

广义信息论也称为信息科学。信息科学以信息作为主要研究对象,利用信息的运动规律和信息的原理作为主要研究内容,它最初是从香农的信息论和维纳的微弱信号检测理论发展起来的,但它迅速渗透到通信、自动控制、电子学、光学与光电子学、计算机科学、材料科学等工程技术学科及管理学、心理学、语言学等人文学科,对这些学科的发展起着指导作用,而这些学科的发展又丰富了信息科学,将人类社会推向信息时代。

可见广义信息论不仅包括一般信息论的研究内容,还包括所有与信息有关的自然和社会领域。它从客观和主观两个方面全面研究信息的度量、获取、传输、存储、加工处理、利用及其功用等,理论上说是最全面的信息理论。但是由于主观因素过于复杂,很多问题本身及其解释尚无定论,或者受到人类知识水平的限制,目前还得不到合理的解释,因此广义信息论目前还处于正在发展的阶段。

本书主要介绍香农信息论。有关信号与噪声理论、调制理论及信号处理理论等内容在《通信原理》、《信号检测与估计》和《数字信号处理》等相关书籍中阐述,不是本书所关心的内容。

1.4 香农信息论的形成和发展

在信息论形成和发展的过程中, 香农所起的作用是关键的, 但与当时的技术发展背景

和前人的工作密不可分。这里列举信息论发展历史上的几个重要里程碑。

1924 年, 奈奎斯特 (H. Nyquist) 开始分析电报信号传输中脉冲速率与信道带宽的关系。这一结果稍后又在1928 年的论文中得到发展, 建立了限带信号的采样定理。

1928 年,哈特莱(R. V. L. Hartley)发表的论文"信息的传输"中首先提出消息是代码或符号,而不是信息内容本身,使信息与消息区分开来,并提出用消息可能数目的对数来度量消息中所含有的信息量,为信息论的创立提供了思路。他研究接收机在估计接收脉冲幅度时只能分辨有限数目的脉冲幅度,假设这一数目是M,则N个脉冲所可能组成的不同序列的总数是 M^N ,Hartley 就把信息量H定义为 $H=N\log M$ 。这样,通过信道传输的信息量就与信道带宽和传输总时间的积成正比。其不足之处在于分析方法采用的是确定性信号的分析方法。信息量的定义未考虑概率统计和随机过程的概念,但该思想对香农信息的定义有很大的启发作用。

1936年, 兰登(V. D. Landon)发表了他第一篇有关噪声的论文。与此同时, 抗干扰的通信方法先后出现, 1936年阿姆斯特朗(E. H. Armstrong)提出频率调制, 指出在传输过程中增加带宽可以增强抑制干扰的能力; 1939年达德莱(H. Dudley)发明声码器; 1939年瑞弗(H. Reeve)提出了具有强抗干扰能力的脉冲编码调制。

20 世纪 40 年代以前,对信息研究工作的主要不足在于将信息传输视为确定性的过程。 20 世纪 40 年代,控制论的奠基人 N.Wiener、美国的统计学家 E.Fisher 及 C.E.Shannon 几 乎同时提出了对信息的一种度量,其贡献在于通过概率统计和随机过程来研究通信系统, 从而给信息的研究带来质的飞跃。

1948年,香农在贝尔系统技术杂志上发表论文"通信的数学原理"。1949年,他又发表论文"噪声中的通信",由此奠定了现代信息论的基础。在这两篇论文中,香农创造性地利用概率测度和数理统计的方法系统地讨论了通信中的基本问题,给出了通信系统的模型,提出了信息熵的数学表达式,并解决了信道容量、信源统计特性、信源编码和信道编码等一系列基本问题。1961年,香农又发表论文"双向通信信道(Two-Way Communication Channels)",将信息论应用到连接两个点的互相存在干扰的双向通信信道,从而开创了多用户理论(网络信息论)的研究。在1948年以后的十余年中,香农对信息论的发展做出了巨大的贡献。在1973年出版的信息论经典论文集中,香农是总数49篇论文中12篇论文的作者。迄今,信息论的主要概念几乎都是香农首先提出的,香农三个编码定理不但给出了某些性能的理论极限,而且实际上也是对香农所给基本概念的重大价值的证明。由于香农的这一系列贡献,香农被认为是信息论的创始人。

香农在1948年的论文中提出了无失真信源编码定理,也给出了简单的编码方法(香农编码)。1952年费诺(Fano)提出了一种费诺码;同年,霍夫曼(Huffman)首先构造了霍夫曼编码方法,并证明了它是一种最佳码。

从 1948 年到 20 世纪 60 年代这一时期称为 Shannon 信息论的确立期,其主要特点是对 Shannon 理论的研究和证明,主要问题包括对信息量、Shannon 熵的来源、意义和作用的讨论;关于通信基本问题的讨论;信源和信道编码的模型、本质与意义的讨论;信源和信道编码定理及其证明;信源和信道编码的实现与应用等问题。这一时期完成的主要标志是对以上问题实现了严格的数学描述和论证。从 1948 年开始,信息论的出现引起了一些有名的数学家如柯尔莫哥洛夫、范恩斯坦、沃尔夫维兹等人的兴趣,他们对香农已经得到的数学

结论做了进一步的严格证明和推广,使这一结论具有更为坚实的数学基础。

20 世纪 60 年代,信道编码理论得到较大进展,成为信息论的一个重要分支。人们发现,利用群、环、域及线性子空间理论可将码赋予一定的代数结构,这种结构可使通信信号具有纠错与检错的能力。尤其是分组码技术得到较快发展,并提出可实现的译码方法。 卷积码也取得重大突破,提出了序列译码和维特比译码方法。

自 20 世纪 70 到 80 年代,信息论的研究范围日益扩大,这一时期发展的主要内容在"率失真理论"与"网络信息论"两方面。

率失真理论实际上是一种允许失真的信源编码理论,是信源编码的核心问题,成为频带压缩、数据压缩的理论基础。1971 年伯格尔(T.Berger)的专著"信息率失真理论"的出版是该理论成熟的标志,但数据压缩技术的大量应用是在20世纪90年代。由于多媒体技术的需要,在综合无失真数据压缩技术、限失真数据压缩技术及信号处理技术的基础上,形成了实用的数据压缩技术,它在不太影响人的视觉和听觉效果的条件下,大大压缩了通信和存储中的数据量。目前多媒体技术的信息处理技术已经实现了标准化,如 JPEG 和MPEG 就是静态和动态图像数据压缩的技术标准。

网络信息论的最早思路由 Shannon 提出,成为 20 世纪 70、80 年代信息论研究的一个主流课题,其主要内容包括对各种不同类型的多用户信源和信道模型的讨论、许多相关的编码定理的证明,这些理论是与当时的微波通信和卫星通信模型密切相关的。近年来,这一领域研究活跃,发表了大量的论文,使得网络信息论日趋完善。

随着 21 世纪的来临,信息和信息处理的理论和技术问题大量涌现。目前可以看到的问题有网络技术、量子领域、生物技术中的信息处理问题等,其中有的问题已经起步,有的问题则刚刚起步,这正是信息论今后发展的新起点。

习 题

- 1.1 如何理解消息、信号和信息之间的关系?
- 1.2 如何理解信息量和不确定性之间的关系?
- 1.3 如何理解信源输出的信息量、信道传输过程中损失的信息量和信宿收到的信息量?
- 1.4 某事件 X 发生之前知道它有 3 种可能的试验结果 a_1, a_2, a_3 ,如果出现概率分别为 $P(a_1) = 0.5, P(a_2) = 0.25, P(a_3) = 0.25$ 。
 - (1) 计算出现 a₁ 的不确定性;
 - (2) 计算出现 a_3 时提供的信息量。
- 1.5 掷两粒骰子,当其向上的面的小圆点数之和是2时,该消息所包含的信息量是多少?当小圆点数之和是5时,该消息所包含的信息量是多少?
 - 1.6 已知离散信源 X 的概率空间为 $\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$, 信道的转移概率矩阵

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P(b_1 \mid a_1) & P(b_2 \mid a_1) \\ P(b_1 \mid a_2) & P(b_2 \mid a_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

求联合概率 P(xy)、信宿接收信号的概率 P(y)、信源符号的后验概率 P(x|y)。

1.7 设有一离散无记忆信源,其概率空间为 $\begin{bmatrix} X \\ P(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$,它们通过干扰信道,信道输出端的接收符号集为 $Y = \begin{bmatrix} b_1, b_2 \end{bmatrix}$,信道转移概率如图 1.6 所示。

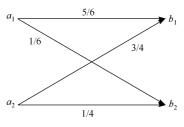


图 1.6 信道转移概率

- (1) 计算联合概率 $P(a_ib_j)$;
- (2) 计算信宿接收信号的概率 $P(b_i)$;
- (3) 计算信源符号的后验概率 $P(a_i|b_i)$;
- (4) 计算自信息 $I(a_1)$ 和互信息 $I(a_1;b_1)$ 。
- 1.8 假设二进制对称信道的错误转移概率 p = 0.1,采用(5,1)重复码,根据大数法则进行译码,计算译码输出端不能纠正的错误概率。