

第 3 章 理想光学系统

由一片以上的镜片组成，满足一定成像要求的整体，我们称之为镜头。完成一定图像获取功能，包含物体、一定数量的镜头和像的系统，又称为光学系统。这一章我们首先研究光学系统的成像概念，如像的形成、像的虚实、像的共轭等。然后介绍了什么是理想像，以及理想像应该满足的条件。事实上，在现实生活中，理想像是很难获取的，它仅仅是一个理想状态。到底是什么原因导致了成像的不理想？我们将在 3.2 节讨论这个问题。有了理想像的概念，进而联想到理想光学系统。理想光学系统需要满足哪些条件，以及相关的理想光学系统理论，将在 3.3 节做详细介绍。

3.1 成像的概念

人之所以能够看到五彩缤纷的世界，是因为大千世界经过人的眼睛成像于视网膜上，经神经传至大脑处理，我们才感知了世界。相机之所以可以留下美妙的瞬间，是因为稍纵即逝的画面顷刻成像于底片，经冲洗再现神奇的时刻。我们借助神奇的镜头，把我们想要的风景和人物放大了看、保存了看或者处理了看。镜头就是用于成像的装置，它通常由数片透明玻璃或者塑料材质加工而成的镜片依据一定的设计组合而成。

如图 3.1 所示，物空间中有一点 A ，它发出了无数条光线，经过镜头后，出射光线会聚于 A' 点，我们称发出光线的 A 为物点，会聚光线的 A' 为像点。换句话说， A 和 A' 是物像关系，称之为共轭，即 A 和 A' 是一对共轭点。我们想要观察或拍摄的景物可以看成是由无数物点组成的，每一个物点经镜头后都会会聚于一个像点，无数像点的集合就形成了物的“像”。物与像称为物像关系，也称之为共轭。

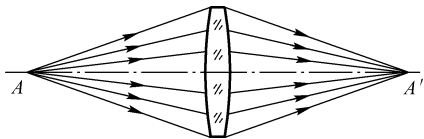


图 3.1 成像

如图 3.2 所示，前两个为正透镜，后两个为负透镜。由前述可知，发出光线的点称为物点，图 3.2(a)和(c)，很容易看出物点在哪里，但是图(b)和(d)，物点在哪里呢？把所有光线延长，最终发现它们都相交于透镜后面一点。我们把这种沿长线或者反向延长线相交的物点称为虚物，而把实际光线相交产生的物点称为实物。对于图 3.3 所示的镜头，它的第一面前面称为实物空间，第一面后面称为虚物空间。当物体位于实物空间时，物体就是实物；当物体位于虚物空间时，物体则为虚物。同理，像也有虚实之分，实际光线会聚的像称为实像，沿长线或者反向延长线相交而形成的像称为虚像。对于镜头，它的最后一面后面称为实像空间，最后一面前面称为虚像空间。当像位于实像空间时，像就是实像；当像位于虚像空间时，像则为虚像。在下一章我们可以看出，物与像的虚实直接决定了一些参量的正负符号，所以在做计算之前一

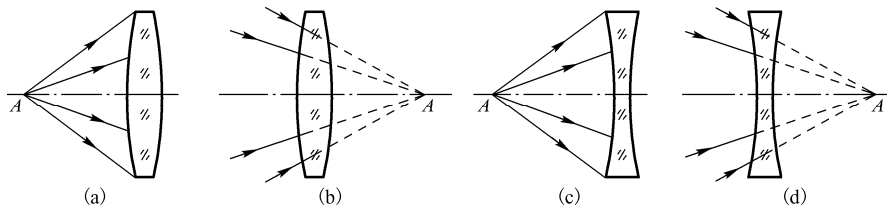


图 3.2 物的虚实

定搞清楚物与像的虚实。需要注意的是，在进行光线计算时，物空间折射率需要用第一面前面的折射率；像空间折射率需要用最后一面后面的折射率。

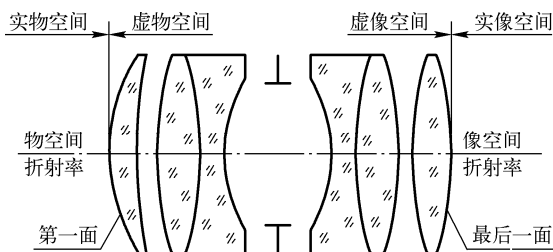


图 3.3 物像的虚实空间

3.2 理想像

3.2.1 什么是理想像

在进行图像获取时，我们总是希望能够获取到最真实的图像，但是由于镜头有这样或者那样的缺陷，所以获取的图像也会有这样或者那样的问题。如图 3.4 所示，图(a)中获取的是一个正在采花的蜜蜂，从图中可以看出，镜头聚焦的 A 区域十分清晰，但是 A 区域之外的 B 区域则成像十分模糊。图(b)则是另一种状况，获取的是一幢大楼，镜头聚焦的 A 区域成像比例十分正常，但是之外的 B 区域成像却有些扭曲变形，它正是由于存在畸变导致的。



图 3.4 成像的缺陷

所以，我们想要获取的理想像，应该满足：(1) 成像清晰；(2) 没有形变。

以上两条可以总结为：成理想像就是成清晰的比例放大或缩小像。既然是理想像，那么绝对满足是十分困难的，除了平面反射镜之外，镜头都不可能完美地满足以上两个条件。

3.2.2 理想像的违背

为什么会存在成像的缺陷呢？这是由于以下原因导致的，又称为理想像的违背：

(1) Snell 定律不是线性的

由第 2 章知，光线在交界面发生折射时，满足 Snell 定律，即 $n \sin I = n' \sin I'$ ，该公式中出现了正弦函数，所以 Snell 定律不是线性关系。

正弦函数的泰勒展开式为

$$\sin I = I - \frac{1}{3!} I^3 + \frac{1}{5!} I^5 - \frac{1}{7!} I^7 + \dots \quad (3.1)$$

如果上式仅取第一项 $\sin I \approx I$ ，则 Snell 定律可写为

$$nI = n'I' \tag{3.2}$$

称为近轴近似。在近轴近似时， $I' = nI/n'$ ，Snell 定律是线性的，我们在下一章将会看到，线性的 Snell 定律会成理想像。

(2) 衍射效应

由光的波动理论可知，任何限制光束的拦光，都将引起光的衍射效应。对光束阻拦的越厉害，即限制光束的孔径越小，则衍射效应越明显。组成镜头的镜片通常都固定于外壳上，镜头外壳就形成了对光束的拦光，所以衍射效应不可避免。在现实生活中，我们使用的大部分都是旋转对称的圆形孔径，所以镜头的拦光则归于圆孔衍射。

遵照波动光学理论，圆孔衍射强度为

$$I = I_0 \left[\frac{2J_1(Z)}{Z} \right]^2 \tag{3.3}$$

其中 I_0 为中心点光强度， $J_1(Z)$ 为以 Z 为参数的一阶贝塞尔 (Bessel) 函数， $Z = ka\theta$ ， k 为波数， a 为圆孔最大半径， θ 为衍射角。绘出式 (3.3) 的图形，可知其强度为同心圆环，如图 3.5 所示，其中中心亮斑集中了衍射圆环的大部分能量，约占总能量的 83.78%，称为爱里斑 (Airy disc)。对于平行光入射情形，爱里斑的半径为

$$r_0 = \frac{1.22\lambda}{2a} f' \tag{3.4}$$

其中 λ 为入射光波长， a 为圆孔最大半径， f' 为镜头焦距。

由于衍射效应的存在，即使 Snell 定律是线性的，也不可能一个点物成像为一个点像，而至少成像为一个爱里斑大小。每一个物点成像为一个斑点像，所有物点成像的斑点像叠加就会导致像的模糊或形变，如图 3.6 所示，斑点叠加已经使鉴别率板成像十分模糊了。鉴别率板通过理想光学系统，成的是几何比例像，清晰而没有畸变，只是放大或者缩小了而已。而实际光学系统对每一个点物将成像为一个像斑，每一个物点的像斑叠加将使像变得十分模糊。

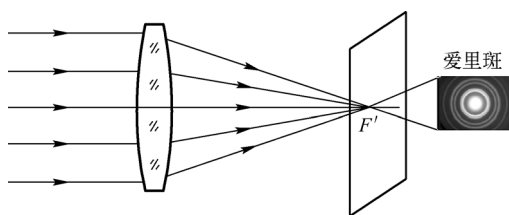


图 3.5 爱里斑

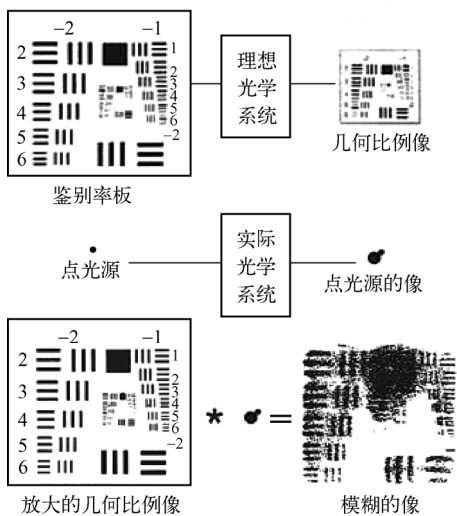


图 3.6 衍射效应对成像的影响

3.3 理想光学系统

3.3.1 光学系统

由反射镜、透镜和棱镜等光学元件，按一定的方式组合在一起，利用材料的反射或折射，把入射在其内的光线按照设计者的要求传递到需要的位置或方向，从而满足一定需求的系统，称为光学系统。有时候，光学系统包含数十上百个光学元件；有时候，光学系统仅仅是一片单透镜。

透镜有两种，一种对光线起会聚作用，中间厚边缘薄，称为正透镜，或者凸透镜；一种对光线起发散作用，中间薄边缘厚，称为负透镜，或者凹透镜。透镜两面顶点间的连线称为光

轴，对于圆对称的透镜来说，光轴就是其对称轴。

有关光学系统的分类有以下概念：

(1) 共轴系统。组成光学系统的所有元件光轴重合。

(2) 非共轴系统。组成光学系统的元件中至少有一个元件的光轴不重合，要么光轴发生偏折，要么光轴发生位移。

(3) 球面系统。组成光学系统的所有元件工作面都是球面，其中平面（反射平面或者折射平面）可以看成是半径无穷大的球面，所以平面也归于球面系统中。

(4) 非球面系统。组成光学系统的元件工作面中有一个不是球面，则整个系统就称作非球面系统。

(5) 共轴球面系统。这是大部分光学系统所具有的形式，即组成光学系统的所有元件既是球面系统光轴又重合在一起。光学元件重合的光轴称为光学系统的光轴，它也是圆对称系统的旋转对称轴。

3.3.2 理想光学系统的成像特征

由 3.2.2 节理想像的违背可知，由于 Snell 定律的非线性，导致光线在发生折射时违背了点成像点的理想条件，导致成像不清晰或者成像发生形变。如果光学系统经过完美的像差校正，特别是在近轴光学成像情况下，Snell 定律近似满足线性，但是仍然还会有衍射效应，一个物点终究成像不了一个像点，至少为一个爱里斑。那么什么情况下才是真正的理想成像？什么样的光学系统才是理想光学系统呢？

其实，满足理想成像有一个条件，那就是：一个物点成像为一个像点，简称“点成点”。

满足点成点成像，会有什么结果出现呢？我们看图 3.7，假设物空间的物点 A 和 B 分别成像于像空间的 A' 和 B' 。则从 A 发出来的所有光线中总有一条通过 B ，这条光线就是 A 和 B 的连线。光线 AB 既可以看成是物点 A 发出来的，也可以看成是物点 B 发出来的，所以它的出射光线既通过 A' 也通过 B' ，即光线 $A'B'$ 。在光线 AB 上任取一点 Q ，按照刚才的分析，则 Q 的像点 Q' 必然在光线 $A'B'$ 上。由于 Q 是任意取的，所以 AB 上所有点的像点也必然都在 $A'B'$ 上，即物空间的一条线成像为像空间的一条线，简称为“线成线”。

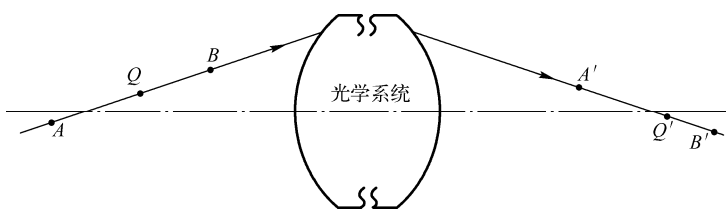


图 3.7 点成点导致线成像于线

理想光学系统不仅仅“点成点”和“线成线”，它还满足“面成面”，如图 3.8 所示。在物空间有两条相交的线 AB 和 AC ，它们决定的平面称为 P 平面。 AB 和 AC 通过理想光学系统后，按照“线成线”，对应的像为直线 $A'B'$ 和 $A'C'$ 。从 A 发出的两条光线 AB 和 AC ，出射光线为 $A'B'$ 和 $A'C'$ ，则出射光线的交点 A' 就是 A 的像点。设 $A'B'$ 和 $A'C'$ 决定的平面为 P' 平面。在物平面 P 上任取一条直线交 AB 和 AC 分别于 E 和 F ，则 E 的像点 E' 必然在 $A'B'$ 上， F 的像点 F' 必然在 $A'C'$ 上。 E' 和 F' 的连线 $E'F'$ ，就是直线 EF 的像，在像平面 P' 上。由于 EF 是任意取的，所以可以证明物平面 P 上所有的点成像都在像平面 P' 上。

综上所述，理想光学系统满足：

(1) 点成点，物空间一个点必然成像为像空间一个点；

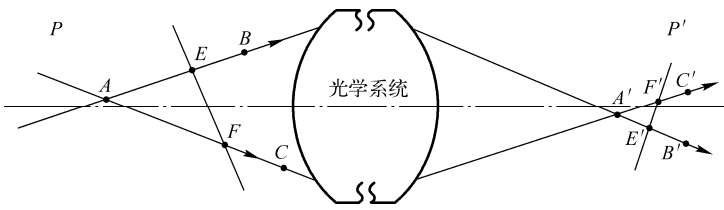


图 3.8 线成线导致面成像于面

(2) 线成线，物空间一条直线必然成像为像空间一条直线；

(3) 面成面，物空间一个平面必然成像为像空间一个平面。

“点成点”、“线成线”和“面成面”是理想光学系统的成像特性。反过来，满足以上三个特性的光学系统也就是理想光学系统。

3.3.3 共轴理想光学系统

组成光学系统的所有元件光轴重合的理想光学系统称为共轴理想光学系统。又由于绝大部分光学元件都是绕光轴旋转对称的，所以共轴理想光学系统为旋转对称系统。

由于系统的旋转对称性，就会有以下成像特性：

(1) 光轴上物点必然成像于光轴上像点。首先，根据理想光学系统的成像条件，点必然成像为点。其次，由于旋转对称性，光轴上物点的像不可能位于光轴外。

(2) 垂直于光轴的物面上的点必然成像于一个垂直于光轴的像面上。首先，根据理想光学系统的成像特性，面必然成像为面。其次，由于旋转对称性，像面不可能是倾斜的像面，否则不满足旋转对称性。

(3) 可以用任意一个过光轴的剖面来分析整个光学系统的成像性质。由于旋转对称性，则每一个过光轴的剖面可以“二维”地替代整个光学系统进行分析计算，成像性质可以扩展到其他剖面。

(4) 垂直于光轴的截面成像性质完全相同。

如图 3.9 所示，在物空间分别取 O 、 P 和 Q 三个垂直于光轴的平面，它们在像空间的像分别为垂直于光轴的 O' 、 P' 和 Q' 平面。在 Q 平面上取一个线段 GH ，对应的像为 Q' 平面上的线段 $G'H'$ 。在 P 平面上任取一点 E ，连接 G 和 E 交 O 平面于 A ，连接 H 和 E 交 O 平面于 B 。在像空间，点 E 的像点为 P' 平面上的 E' ，连接 G' 和 E' 交 O' 平面于 A' ，连接 H' 和 E' 交 O' 平面于 B' 。根据前面的理论，则 AB 的像就是 $A'B'$ 。

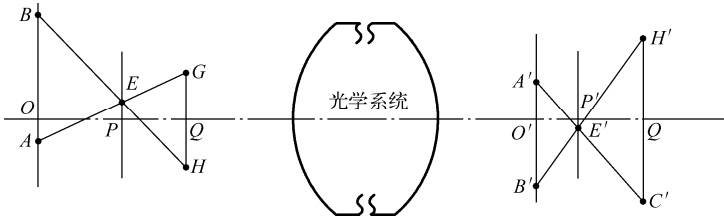


图 3.9 垂直于光轴的截面成像性质相同

由 $\triangle ABE \approx \triangle GHE$ ，有

$$\frac{AB}{GH} = \frac{OP}{PQ} \quad (3.5)$$

由 $\triangle A'B'E' \approx \triangle G'H'E'$ ，有

$$\frac{A'B'}{G'H'} = \frac{O'P'}{P'Q'} \quad (3.6)$$

定义像高与物高之比为垂轴放大率，记为 β ，则由上两式可得

$$\beta = \frac{A'B'}{AB} = \frac{O'P'}{OP} \cdot \frac{G'H'}{GH} \cdot \frac{PQ}{P'Q'} \quad (3.7)$$

在所有平面和 GH 选定的情况下，式 (3.7) 等号右边是一个常数，即

$$\beta = \text{const} \quad (3.8)$$

如果点 E 在平面 P 上移动，则 AB 也会在平面 O 上移动，即 AB 会落在平面 O 的不同位置。但是，无论 AB 在哪里，式 (3.5) ~ 式 (3.7) 不变，即 β 不变。换句话说，垂直于光轴的共轭截面成像放大率完全一样，不管物和像截在哪里，成像的几何形状是一样的，为比例的放大或缩小像。

在一对共轭面上， β 处处相等，但是在不同的共轭面上， β 会随着物体距离光学系统的远近发生变化。不同的 β 导致物体在三维立体成像时，垂轴的不同截面放大（或缩小）的比率不同。如图 3.10 所示，一个有一定沿光轴空间深度的长方体置于理想光学系统前面，长方体靠近光学系统的平面 Q 成像于距离较远的平面 Q' ，远离光学系统的平面 P 成像于较近的平面 P' 。由于 β 的差异，导致相同面积的 P 和 Q ，成像的大小不同，组合而成的立体像已经不是长方体，而成为了梯形台。

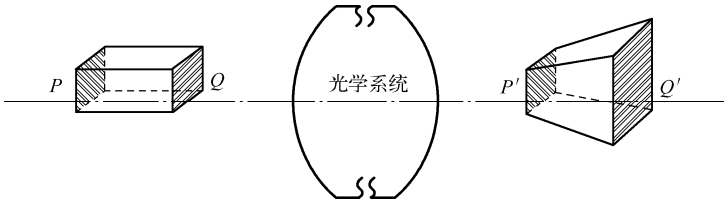


图 3.10 三维立体成像

习题

- 3-1 什么是实像？什么是虚像？它们有什么不同？
- 3-2 为什么实际的光学系统很难达到理想成像？要想获得理想的像，应该满足什么条件？
- 3-3 旋转对称的共轴理想光学系统成像时有什么特性？