

电力网络等值变换

3.1 多射形与网形网络的变换

电网计算中经常要将某种连接方式的网络变换成另一种连接方式的网络，以便于网络元件的归并和化简。

3.1.1 星形变为三角形及负荷移置

首先写出图 3-1(a)用导纳表示的节点电压方程

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \vdots \\ \dot{I}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{p1} & 0 & 0 & | & -y_{p1} \\ 0 & y_{p2} & 0 & | & -y_{p2} \\ 0 & 0 & y_{p3} & | & -y_{p3} \\ \hline -y_{p1} & -y_{p2} & -y_{p3} & | & y_{p1} + y_{p2} + y_{p3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \vdots \\ \dot{U}_p \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

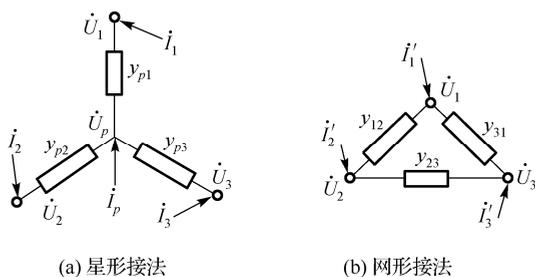


图 3-1 星形-网形变换示意图

采用 2.4.4 节中的方法消去节点 p ，新的节点导纳矩阵为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}} &= \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_p \mathbf{Y}_{pp}^{-1} \mathbf{Y}_p^T = \begin{bmatrix} y_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & y_{p2} & 0 \\ 0 & 0 & y_{p3} \end{bmatrix} - \frac{1}{y_\Sigma} \begin{bmatrix} y_{p1}^2 & y_{p1}y_{p2} & y_{p1}y_{p3} \\ y_{p2}y_{p1} & y_{p2}^2 & y_{p2}y_{p3} \\ y_{p3}y_{p1} & y_{p2}y_{p3} & y_{p3}^2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{y_\Sigma} \begin{bmatrix} y_{p1}y_{p2} + y_{p1}y_{p3} & -y_{p1}y_{p2} & -y_{p1}y_{p3} \\ -y_{p2}y_{p1} & y_{p1}y_{p2} + y_{p2}y_{p3} & -y_{p2}y_{p3} \\ -y_{p3}y_{p1} & -y_{p2}y_{p3} & y_{p1}y_{p3} + y_{p2}y_{p3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-2)$$

其中 $y_{\Sigma} = y_{p1} + y_{p2} + y_{p3}$ 为三条星形接法的支路导纳的并联值。

根据图 3-1(b), 变换后的节点导纳矩阵 $\tilde{\mathbf{Y}}$ 可写作

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} y_{12} + y_{31} & -y_{12} & -y_{31} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{31} & -y_{23} & y_{23} + y_{31} \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

对照式 (3-2) 与式 (3-3) 中的元素, 可得

$$\begin{cases} y_{12} = \frac{y_{p1}y_{p2}}{y_{\Sigma}} \\ y_{31} = \frac{y_{p1}y_{p3}}{y_{\Sigma}} \\ y_{23} = \frac{y_{p2}y_{p3}}{y_{\Sigma}} \end{cases} \quad (3-4)$$

新的电流向量为

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{N}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{N}} - \Delta \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{N}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{N}} - \mathbf{Y}_p \mathbf{Y}_{pp}^{-1} \dot{\mathbf{I}}_p = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} + \frac{\dot{I}_p}{y_{\Sigma}} \begin{bmatrix} y_{p1} \\ y_{p2} \\ y_{p3} \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

其中 $\Delta \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{N}}$ 是星形接法的中心点上电流 \dot{I}_p 在其余三个节点上的移置电流。式中, \dot{I}_p / y_{Σ} 是中心点 p 上的电流在自导纳上产生的电压降, 再乘以 y_{pi} ($i=1,2,3$) 是在各并联支路上流过的电流。由此可见, y_{pi} 越大, 移置到节点 i 上的电流也越大, 并且三个节点上的移置电流之和应等于星形连接点 p 上的电流 \dot{I}_p 。

3.1.2 多射形变为网形及负荷移置

设多射形网络中间节点为 p , 其与 n 个节点相连, 节点 i 与节点 p 之间的导纳为 y_{pi} ($i=1,2,\dots,n$), 则节点导纳矩阵为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \\ \dot{I}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{p1} & & & & & \\ & y_{p2} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & & & \\ & & & & -y_{pn} & -y_{pn} \\ -y_{p1} & -y_{p2} & \cdots & -y_{pn} & & y_{\Sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \\ \dot{U}_p \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

其中

$$y_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n y_{pi} \quad (3-7)$$

消去节点 p , 推广上一小节得到的结论, 则新网络节点 i 、 j 之间的导纳为

$$y_{ij} = \frac{y_{pi}y_{pj}}{y_{\Sigma}} \quad (i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n; i \neq j) \quad (3-8)$$

移置电流

$$\Delta \dot{I}_n = - \begin{bmatrix} y_{p1} \\ y_{p2} \\ \vdots \\ y_{pn} \end{bmatrix} \frac{\dot{I}_p}{y_\Sigma} \quad (3-9)$$

并有

$$\dot{\mathbf{I}}_N = \dot{\mathbf{I}}_N - \Delta \dot{\mathbf{I}}_N \quad (3-10)$$

3.2 诺顿等值与戴维南等值

对于电力系统网络，有时需要研究从该网络的某一端口看进去该网络的表现，常常从该端口向电力系统网络看进去，把该电力系统网络在端口处看成一个等值的电流源，或者看作一个等值电压源。为了保证等值正确，要求对等值和不等值两种情况从端口向网络看进去的表现是一样的，这就是常规的诺顿等值和戴维南等值的作法。

应用诺顿等值和戴维南等值对网络进行化简，需要满足两个条件：①被观察的网络是线性的；②每个端口上的净流入电流为零，即要求每个端口所连接的外部电路与被观察网络没有电磁耦合，各个端口所连接的外部电路之间也没有电气耦合。

3.2.1 单端口诺顿等值和戴维南等值

如图 3-2(a)所示的网络共有 $n+1$ 个独立节点，现只对节点 p 与参考节点构成的端口感兴趣，其中 \dot{U} 、 \dot{I} 为端口电压、电流，可将其转换为图 3-2(b)诺顿等值或图 3-2(c)戴维南等值的形式。

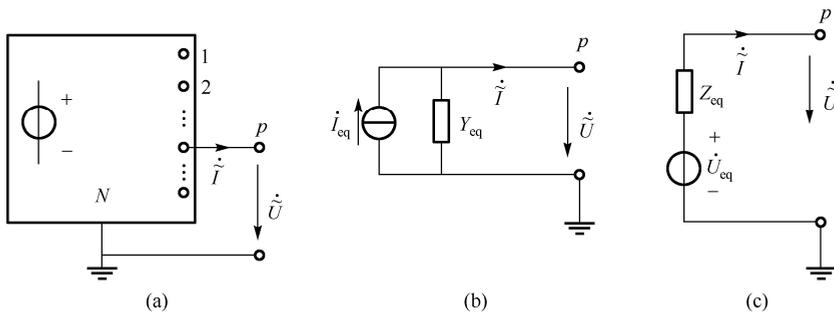


图 3-2 单端口网络

将节点 p 排在最后，将原始网络约束方程写成分块形式，用节点导纳表示：

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_N \\ \dot{I}_p - \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_N & \mathbf{Y}_{Np} \\ \mathbf{Y}_{Np}^T & Y_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_N \\ \dot{U} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

消去电压向量 $\dot{\mathbf{U}}_N$ ，可列出关于节点 p 的约束方程：

$$\dot{\boldsymbol{I}} = \dot{\boldsymbol{i}}_p - \boldsymbol{Y}_{Np}^T \boldsymbol{Y}_N^{-1} \dot{\boldsymbol{I}}_N - (\boldsymbol{Y}_{pp} - \boldsymbol{Y}_{Np}^T \boldsymbol{Y}_N^{-1} \boldsymbol{Y}_{Np}) \dot{\boldsymbol{U}} \quad (3-12)$$

令等值导纳 Y_{eq} 与等值电流 $\dot{\boldsymbol{i}}_{\text{eq}}$ 为

$$\begin{cases} Y_{\text{eq}} = Y_{pp} - \boldsymbol{Y}_{Np}^T \boldsymbol{Y}_N^{-1} \boldsymbol{Y}_{Np} \\ \dot{\boldsymbol{i}}_{\text{eq}} = \dot{\boldsymbol{i}}_p - \boldsymbol{Y}_{Np}^T \boldsymbol{Y}_N^{-1} \dot{\boldsymbol{I}}_N \end{cases} \quad (3-13)$$

则式 (3-12) 可表示为

$$\dot{\boldsymbol{I}} = \dot{\boldsymbol{i}}_{\text{eq}} - Y_{\text{eq}} \dot{\boldsymbol{U}} \quad (3-14)$$

由此可见, 诺顿等值导纳是保留节点 p , 消去所有其余节点, 对网络其余部分进行化简的过程。过程中未做任何简化假设, 所以从节点 p 和参考节点组成的端口向原网络看进去, 等值前和等值后两者对外部的表现是相同的。诺顿等值电流源电流是将所有除节点 p 以外的节点消去后, 在节点 p 上产生的等值注入电流。

戴维南等值可表示为

$$\dot{\boldsymbol{U}} = \dot{\boldsymbol{U}}_{\text{eq}} - Z_{\text{eq}} \dot{\boldsymbol{I}} \quad (3-15)$$

其中等值电阻 Z_{eq} 与等值电压 $\dot{\boldsymbol{U}}_{\text{eq}}$ 分别可通过诺顿等值的参数求出, 即

$$\begin{cases} Z_{\text{eq}} = Y_{\text{eq}}^{-1} \\ \dot{\boldsymbol{U}}_{\text{eq}} = Y_{\text{eq}}^{-1} \dot{\boldsymbol{i}}_{\text{eq}} \end{cases} \quad (3-16)$$

若将原电力网络约束方程用节点阻抗表示:

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_N \\ \dot{\boldsymbol{U}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_N & \boldsymbol{Z}_{Np} \\ \boldsymbol{Z}_{Np}^T & Z_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{I}}_N \\ \dot{\boldsymbol{i}}_p - \dot{\boldsymbol{I}} \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

由节点阻抗矩阵的定义可知, 节点 p 的自阻抗是全网元件等值到节点 p 和地组成端口后的等值阻抗, 原网络节点 p 的电压即为开路电压, 因此戴维南等值的参数也可以表示为

$$\begin{cases} Z_{\text{eq}} = Z_{pp} \\ \dot{\boldsymbol{U}}_{\text{eq}} = \boldsymbol{Z}_{Np}^T \dot{\boldsymbol{I}}_N + Z_{pp} \dot{\boldsymbol{i}}_p \end{cases} \quad (3-18)$$

例 3-1 如图 3-3, 试通过矩阵方程化简得到节点③的诺顿等值电路和戴维南等值电路。

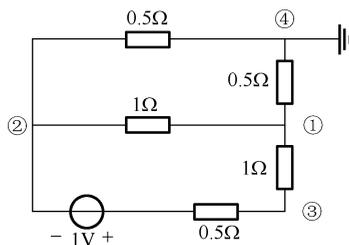
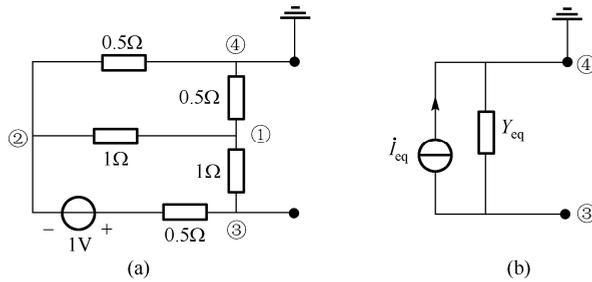


图 3-3 四节点网络

解:



由图(a)知

$$Y = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_N & \mathbf{Y}_{Np} \\ \mathbf{Y}_{Np}^T & Y_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

即有

$$\mathbf{Y}_N = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}, \quad Y_{pp} = 2, \quad \mathbf{Y}_{Np} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{I}}_N = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}_p = 2$$

那么有

$$Y_{\text{eq}} = Y_{pp} - \mathbf{Y}_{Np}^T \mathbf{Y}_N^{-1} \mathbf{Y}_{Np} = 2 - [-1 \quad -2] \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = 2 - 1.5 = 0.5$$

$$\dot{I}_{\text{eq}} = \dot{I}_p - \mathbf{Y}_{Np}^T \mathbf{Y}_N^{-1} \dot{\mathbf{I}}_N = 2 - [-1 \quad -2] \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = 1$$

诺顿等值电路如图(b)所示, 用公式同理可求得戴维南等值电路。

3.2.2 多端口诺顿等值与戴维南等值

当需要详细研究多个端口和外接电路之间的关系时, 就需要从多个端口向电力网内看进去的等值电路, 这时需要建立电力网络的多端口诺顿等值和多端口戴维南等值。

如图 3-4(a)所示, 原电力网络有 $n+m$ 个独立节点, 仅对节点集合 $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 感兴趣, 可将这 m 个节点和参考节点之间组成的 m 个端口进行诺顿或戴维南等值。

采用类似于单端口网络的诺顿等值的分析方法, 将欲研究的 m 个节点与剩余的 n 个节点分开, 将节点电压方程写成分块形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_N \\ \dot{\mathbf{I}}_M - \dot{\mathbf{I}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_N & \mathbf{Y}_{NM} \\ \mathbf{Y}_{NM}^T & \mathbf{Y}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_N \\ \dot{\mathbf{U}} \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

令等值导纳矩阵 \mathbf{Y}_{eq} 与等值电流向量 $\dot{\mathbf{I}}_{\text{eq}}$ 为

$$\begin{cases} \dot{Y}_{\text{eq}} = Y_{\text{MM}} - Y_{\text{NM}}^{\text{T}} Y_{\text{N}}^{-1} Y_{\text{NM}} \\ \dot{I}_{\text{eq}} = \dot{I}_{\text{M}} - Y_{\text{NM}}^{\text{T}} Y_{\text{N}}^{-1} \dot{I}_{\text{N}} \end{cases} \quad (3-20)$$

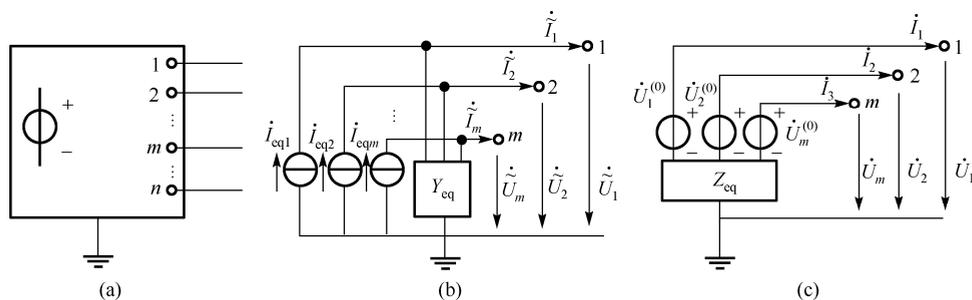


图 3-4 多端口网络

多端口的诺顿等值为

$$\dot{I} = \dot{i}_{\text{eq}} - Y_{\text{eq}} \dot{U} \quad (3-21)$$

同样可得到多端口的戴维南等值电路方程为

$$\dot{U} = \dot{U}_{\text{eq}} - Z_{\text{eq}} \dot{I}$$

其参数为

$$\begin{cases} Z_{\text{eq}} = Y_{\text{eq}}^{-1} \\ \dot{U}_{\text{eq}} = Y_{\text{eq}}^{-1} \dot{i}_{\text{eq}} = Z_{\text{NM}}^{\text{T}} \dot{I}_{\text{N}} + Z_{\text{M}} \dot{I}_{\text{M}} \end{cases}$$

3.3 WARD 等值

电网分析计算中，由于信息交换或安全性的原因，外部网络的变化并不总能及时由内部网络的控制中心所掌握，这时就需要认真地对外部系统进行等值，以正确反映外部系统对内部系统中扰动的影响。尤其是在内部系统中进行预想事故的安全分析时，外部系统对内部系统的分析结果有重要影响。

WARD 等值正是一种针对外部网络的静态等值方法，也是功率源网络最基本的等值方法，是线性网络等值在功率源网络中的延伸。在电网计算中，有时要仔细研究网络中感兴趣的部分，这时可以将其余不感兴趣的部分网络进行化简，以得到感兴趣部分网络的电流和电压关系。最常用的网络化简方法是矩阵方程的高斯消去法，而网络化简可以在导纳矩阵上进行。

令原网络的节点用集合 N 表示，欲化简掉的部分为外部网络，其节点集用 E 表示。保留部分网络的节点用保留集 K 表示。在保留集和外部网络节点相关联的节点组成边界节点集，用 B 表示。不和外部节点集关联的部分为内部节点集，用 I 表示，如图 3-5 所示。外部网络的网络拓扑结构和元件参数由上一级电网控制中心提供，内部系统和边界系统的实时潮流解通过内部网络的状态估计给出。需要求解的是外部系统的等值网络和等值边界节点注入电流。目标是使等值后在内部网络中进行的各种操作调整后的稳态分析与在全网末等值系统所做的

分析结果相同，或者十分接近。若外部网络中的节点注入电流不变，将节点导纳矩阵表示的网络按 I, B, E 集合划分，则可写出分块矩阵形式表示的节点电压方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_E \\ \dot{\mathbf{I}}_B \\ \dot{\mathbf{I}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EB} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_{BE} & \mathbf{Y}_{BB} & \mathbf{Y}_{BI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{IB} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_E \\ \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} \quad (3-22)$$

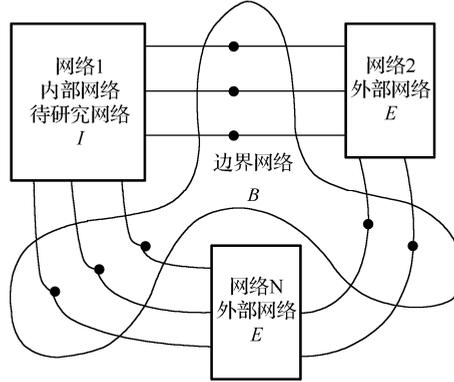


图 3-5 WARD 等值网络分类

消去外部节点电压变量 $\dot{\mathbf{U}}_E$ ，有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_{BB} & \mathbf{Y}_{BI} \\ \mathbf{Y}_{IB} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_B \\ \dot{\mathbf{I}}_I \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

其中 $\tilde{\mathbf{Y}}_{BB}$ 为等值网的边界节点导纳矩阵， $\dot{\mathbf{I}}_B$ 为等值边界节点注入电流，其表达式为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{Y}}_{BB} = \mathbf{Y}_{BB} - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \mathbf{Y}_{EB} \\ \dot{\mathbf{I}}_B = \dot{\mathbf{I}}_B - \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \dot{\mathbf{I}}_E \end{cases} \quad (3-24)$$

式 (3-23) 可简记为

$$\mathbf{Y}_{eq} \dot{\mathbf{U}}_{eq} = \dot{\mathbf{I}}_{eq} \quad (3-25)$$

这样的等值称为节点电流给定情况下的 WARD 等值。

但实际电力系统中给定的是节点注入功率，而不是节点注入电流，所以上述等值不能在电力系统计算中直接使用，应进行一些处理。

功率与电压、电流关系满足

$$\mathbf{S}_i = \dot{\mathbf{U}}_i \dot{\mathbf{I}}_i$$

式 (3-23) 两侧同左乘以保留节点电压构成的对角矩阵 $\text{diag}(\dot{\mathbf{U}}_K)$ 的共轭，则有

$$\text{diag}(\dot{\mathbf{U}}_K) \dot{\mathbf{Y}}_{eq} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_B \\ \dot{\mathbf{U}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{S}}_B - \text{diag}(\dot{\mathbf{U}}_B) \mathbf{Y}_{BE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1} \text{diag}(\dot{\mathbf{U}}_E^{-1}) \dot{\mathbf{S}}_E \\ \dot{\mathbf{S}}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{S}}_B \\ \dot{\mathbf{S}}_I \end{bmatrix}$$

这就是节点功率给定下的 WARD 等值。在等值方程中，边界网络节点的注入功率发生了

变化,除了原有的功率外还受到外部网络节点电压和功率的影响,而内部网络节点注入功率没有任何变化。

例 3-2 对如图 3-6 所示的电力系统,各条支路的导纳和节点注入电流已在图上标出。若将系统节点划分为内部系统节点集 $I = \{5\}$,边界系统节点集 $B = \{3,4\}$,外部系统节点集 $E = \{1,2\}$,对该系统进行 WARD 等值。

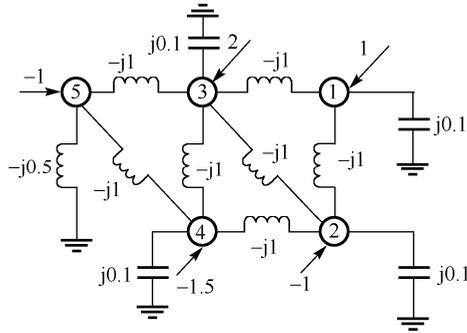


图 3-6 WARD 等值的图

解: 首先按 E, B, I 的顺序建立节点导纳矩阵,并写出导纳矩阵表示网络方程。

由此式有

$$j \begin{bmatrix} -1.9 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2.9 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & -3.9 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2.9 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1.5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$Y_{EE} = j \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}, \quad Y_{EB} = j \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y_{BE} = Y_{EB}^T,$$

$$Y_{BB} = j \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}, \quad Y_{BI} = j \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Y_{IB} = Y_{BI}^T,$$

$$Y_{II} = -j2.5, \quad \dot{I}_E = j \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}_B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix}, \quad \dot{I}_I = -1$$

可知边界等值导纳矩阵:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{BB} &= Y_{BB} - Y_{BE} Y_{EE}^{-1} Y_{EB} \\ &= j \begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= j \left(\begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6430 & 0.2217 \\ 0.2217 & 0.4213 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= j \left(\begin{bmatrix} -3.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.508 & 0.6430 \\ 0.6430 & 0.4213 \end{bmatrix} \right) \\
 &= j \begin{bmatrix} -2.392 & 1.6430 \\ 1.6430 & -2.4787 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

求等值边界注入电流:

$$\begin{aligned}
 \dot{\boldsymbol{I}}_B &= \dot{\boldsymbol{I}}_B - \boldsymbol{Y}_{BE} \boldsymbol{Y}_{EE}^{-1} \dot{\boldsymbol{I}}_E \\
 &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.9 & 1 \\ 1 & -2.9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2 \\ -1.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2217 \\ -0.1996 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 2.2217 \\ -1.6996 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

等值后的网络方程如下:

$$j \left[\begin{array}{cc|c} -2.392 & 1.6430 & 1 \\ 1.6430 & -2.4787 & 1 \\ \hline 1 & 1 & -2.5 \end{array} \right] \begin{bmatrix} \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \\ \dot{U}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.2217 \\ -1.6996 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3.4 REI 等值

REI 等值的全称为辐射状等值独立电源法 (Radial Equivalent Independent)。考查 WARD 等值的公式, 如果外部网的节点注入电流 $\dot{\boldsymbol{I}}_E = 0$, 则等值边界注入电流 $\dot{\boldsymbol{I}}_B$ 就是原来的边界注入电流 $\dot{\boldsymbol{I}}_B$, WARD 等值可以简化。REI 等值就是基于这样一种想法, 把外部网中的节点注入电流 (功率) 加以归并, 移到外部的一个或少数几个节点上, 原来的外部网络就变成了无源网络, 就可以很方便地对外部的无源网络进行等值。

与 WARD 等值一样, REI 等值也将网络的节点集合 N 划分为内部节点集合 I 、边界节点集合 B 、外部节点集合 E 。不同在于, REI 等值网络还包含若干虚构的节点, 虚构的节点称为 REI 节点, 其节点集合叫 REI 节点集合, 记为 R 。

每个 REI 节点都对应若干外部有源节点, REI 节点对应的节点集合叫 REI 节点的联系节点集合, 简称联系节点集合, 记为 $E(r)$, 其中 r 是某一个 REI 节点。联系节点集合的数量等于 REI 节点的数量。

REI 节点是杜撰的, 与网络 N 原本没有关系, 必须认为设定 REI 节点与网络 N 的连接关系。如图 3-7 是某个 REI 节点 r 的 REI 网络。它是一个星形辐射网络, 节点 c 处在中心位置, 称为汇集节点。REI 节点 r 以及它的联系节点, 都与汇集节点 c 直接连接。

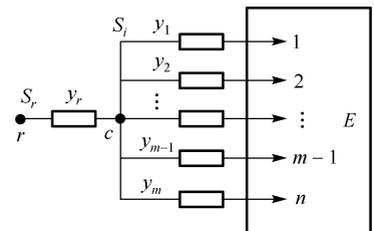


图 3-7 节点 r 的 REI 网络

如果 REI 节点 r 的联系节点数量为 m ，那么该 REI 网有 $m+1$ 条支路，这些支路同样也是虚构的。

REI 网要求所有 $m+1$ 条支路的流动方向相同。从联系节点流向汇集节点 c ，再由汇集节点 c 流向 REI 节点 r ；或者反过来，由 REI 节点 r 流向汇集节点 c ，再由汇集节点流向联系节点集合。

下面考查如何确定图 3-7 中的等值网中各支路参数。

首先考虑 REI 网是无损网，即在图 3-7 中应有

$$S_r = \sum_{i=1}^m S_i \quad (3-26)$$

以图 3-7 箭头所指方向为参考方向，设联系节点 i 的注入功率为 S_i ，节点电压为 U_i 。则节点 i 的注入电流为

$$\dot{I}_i = \frac{\dot{S}_i}{\dot{U}_i} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (3-27)$$

这同样也是 REI 网络中由汇集节点流向联系节点的电流。那么，联系节点 i 与汇集节点 c 之间 m 条支路的导纳为

$$y_i = \frac{\dot{I}_i}{\dot{U}_c - \dot{U}_i} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (3-28)$$

REI 等值支路的汇集节点的电压可以任意指定，设 $\dot{U}_c = 0$ ，则式 (3-28) 可表示为

$$y_i = -\frac{\dot{I}_i}{\dot{U}_i} = -\frac{\dot{S}_i}{\dot{U}_i \dot{U}_i} = -\frac{\dot{S}_i}{|\dot{U}_i|^2} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (3-29)$$

REI 节点 r 流向汇集节点 c 的电流是联系节点的电流和，即

$$\dot{I}_r = \sum_{i=1}^m \dot{I}_i = \sum_{i=1}^m \frac{\dot{S}_i}{\dot{U}_i} \quad (3-30)$$

根据功率与电流、电压之间的关系，REI 节点 r 的电压为

$$\dot{U}_r = \frac{\dot{S}_r}{\dot{I}_r} \quad (3-31)$$

将式 (3-26) 和式 (3-30) 代入，得

$$\dot{U}_r = \frac{\sum_{i=1}^m \dot{S}_i}{\sum_{i=1}^m \frac{\dot{S}_i}{\dot{U}_i}} \quad (3-32)$$

则汇集节点 c 与 REI 节点 r 之间的支路导纳为

$$y_r = \frac{\dot{I}_r}{\dot{U}_r - \dot{U}_c} = \frac{\dot{S}_r}{|\dot{U}_r|^2} \quad (3-33)$$

至此，含一个 REI 节点 r 的 REI 网 $m+1$ 条支路的参数确定完毕。等值支路参数的性质和

节点注入功率的性质有关，这可由式 (3-29) 和式 (3-33) 看到。还可以看到 y_i 和 y_r 的计算式相差一个负号。当节点 i 注入正的有功功率时，即节点 i 是发电机节点时， \dot{U}_i 的实部为正， S_i 的实部为正， y_i 的实部为负。也就是说支路 $(c-i)$ 是负电阻支路，而支路 $(r-c)$ 是正电阻支路，前者消耗有功，后者产生有功。从整个 REI 网的等值支路看，功率损耗为零。对无功也可进行类似的分析。

例 3-3 图 3-8 所示的外部网，如果 $\hat{S}_1 = 2 + j1$ ， $\hat{S}_2 = 3 + j2$ ， $\hat{S}_3 = 1 + j0.5$ ， $\dot{U}_1 = 1.0 \angle 5^\circ$ ， $\dot{U}_2 = 1.01 \angle 10^\circ$ ， $\dot{U}_3 = 0.98 \angle 2^\circ$ ，求 REI 网的等值参数。

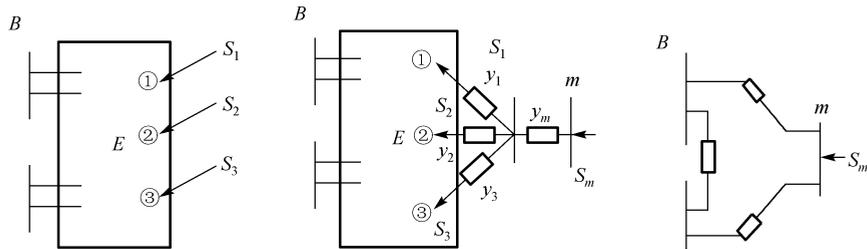


图 3-8 WARD 等值图

解：由式 (3-32) 有

$$S_m = S_1 + S_2 + S_3 = 2 + j1 + 3 + j2 + 1 + j0.5 = 6 + j3.5$$

然后用式 (3-32) 求 REI 节点 m 的电压，有

$$\begin{aligned} \dot{U}_m &= \frac{S_m}{\sum_{i=1}^3 \frac{S_i}{\dot{U}_i}} = \frac{6 + j3.5}{\frac{2 + j1}{1.0 \angle 5^\circ} + \frac{3 + j2}{1.01 \angle 10^\circ} + \frac{1 + j0.5}{0.98 \angle 2^\circ}} \\ &= 1.0001 \angle 7.11^\circ \end{aligned}$$

用式 (3-33) 求联结 REI 节点 m 的支路导纳

$$y_m = \frac{\hat{S}_m}{U_m^2} = \frac{6 - j3.5}{1.0001^2} = 5.9988 - j3.4993$$

最后用式 (3-29) 求和节点①、②、③相联的支路的导纳

$$y_1 = -\frac{\hat{S}_1}{U_1^2} = -\frac{2 - j1}{1.0^2} = -2 + j1$$

$$y_2 = -\frac{\hat{S}_2}{U_2^2} = -\frac{3 - j2}{1.01^2} = -2.9409 + j1.9606$$

$$y_3 = -\frac{\hat{S}_3}{U_3^2} = -\frac{1 - j0.5}{0.98^2} = -1.0412 + j0.5206$$

为了提高 REI 等值的精度，应将外部网中哪些节点的注入归并到一起是一个重要问题。通常将节点注入性质相同者归入一组，例如，把发电机节点归入一组，负荷节点归入另一组。

或把 PV 节点归入一组，把 PQ 节点归入另一组。也可按地理位置的远近进行归并。即可以归并为多个集合，从而在外部网产生多个 REI 节点。

如图 3-9 是一个电力网络，现欲对内部节点 I 进行研究，需要对网络进行等值变换。为了描述负荷的总体变化和电源(发电机)的总体变化，设置两个 REI 节点：一个负荷 REI 节点 r_l ，一个发电机 REI 节点 r_g 。

对应两个 REI 节点 r_l 和 r_g ，构造两个 REI 网络，每个网络都有一个中间节点，负荷 REI 网络的汇集节点是 c_l ，发电机 REI 网络的汇集节点是 c_g 。

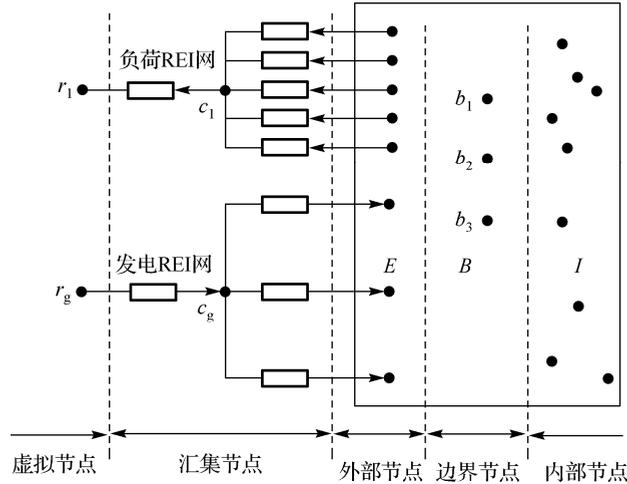


图 3-9 一个 REI 网络

按照 REI 网络参数求取方法确定两个 REI 网络的参数。

在两个 REI 网络确定之后，整个网络的节点由五个节点集合构成，由于所有发电机功率都集中于发电机 REI 节点 r_g ，所有负荷功率都集中于负荷 REI 节点 r_l ，所以在这个例子中除了这两个 REI 节点，其他节点都没有功率源。用集合 M 表示保留节点集 K 中去除内部节点集 I 后剩下的节点集合；用节点集 L 表示由外部网络节点集合 E 和汇集节点集合 C 的集合。这样，简化后的等值网络矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} \tilde{Y}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_R \\ \dot{U}_B \\ \dot{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_R \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

其中

$$\tilde{Y}_{MM} = Y_{MM} - Y_{ML} Y_{LL}^{-1} Y_{LM}$$

设 $\dot{U}_K = [\dot{U}_R \quad \dot{U}_B \quad \dot{U}_I]^T$ ，将式 (3-34) 写成功率的形式，得

$$\text{diag}(\dot{U}_K) \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{MM} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Y_{IB} & Y_{II} \end{bmatrix} \dot{U}_K = \begin{bmatrix} \dot{S}_R \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

此时，两个 REI 节点的功率被完整地保留下来，这正是 REI 等值的关键。等值后的网络如图 3-10 所示。

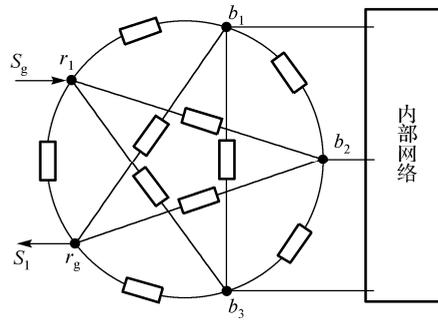


图 3-10 REI 等值结果