第 2 章　线性电路分析方法

【本章主要内容】本章主要以电阻电路为例介绍几种常用的分析方法，即支路电流法、节点电压法、叠加定理和戴维南定理。

【引例】常用的电路分为简单电路和复杂电路。简单电路可用第 1 章所学的电路定律和等效变换的方法进行分析；对于复杂电路，例如图 2.0−1 所示的电路是电桥测量电路，当电桥不平衡时，负载电阻 R_L 中就有电流 I_L，电桥电路就有电压输出。显然，用前面所学的分析方法很难求出 I_L。那么 I_L 能用什么方法快捷地求出呢？学习完本章内容就可以解答这个问题。

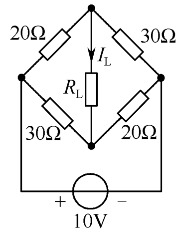


图 2.0−1　电桥电路

2.1　支路电流法

支路电流法就是以支路电流作为电路的未知量，根据 KCL 和 KVL 列出独立电流方程和独立电压方程，解方程组求出支路电流的方法。

以图 2.1−1 (a) 为例介绍用支路电流法求各支路电流。支路电流法的分析步骤为：

（1）标出各支路电流的参考方向。图 2.1−1 (a) 电路的电流参考方向如图中所示。

（2）判别电路的支路数和节点数，确定独立方程数，独立方程数等于支路数。

对于具有 b 条支路的电路，未知变量为 b 个，因此要列出 b 个独立的电路方程。在图 2.1−1 (a) 的电路中，支路数 $b=3$，所以需要列出 3 个独立方程。

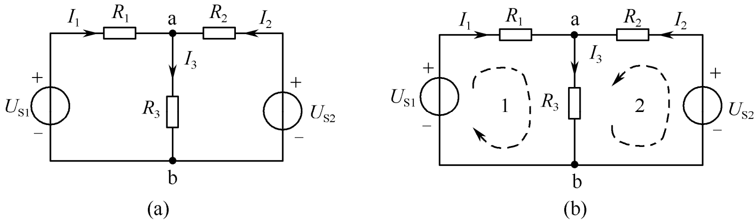


图 2.1−1　支路电流法

（3）根据 KCL，列写节点的独立电流方程，独立电流方程数为 $n-1$。对于图 2.1−1 (a)，节点数 $n=2$，可列出的独立电流方程数为 $2-1=1$。所以只能列出节点 a 的电流方程，即

$$I_1+I_2=I_3$$

为什么独立方程数是 $n-1$ 呢？我们来看节点 b 的电流方程。节点 b 的电流方程为 $I_3=I_1+I_2$，它与节点 a 的电流方程是相同的，所以节点 b 的电流方程不是独立电流方程。

（4）根据 KVL，列写独立的回路电压方程，独立电压方程数为 $b-(n-1)$，或为网孔数。对于图 2.1−1 (a)，可列出的独立电压方程数为 $b-(n-1)=3-(2-1)=2$ 个。或者根据电路的网孔数来确定方程数，图 2.1−1 (a) 有两个网孔，所以独立电压方程数为 2 个。根据图 2.1−1 (b) 中网孔 1 和网孔 2 所选取的回路绕行方向按电位降之和等于电位升之和列出回路电压方程，即

$$I_1R_1+I_3R_3=U_{S1}, \qquad I_2R_2+I_3R_3=U_{S2}$$

其中，各电阻的电压按回路绕行方向为电位降，而各电压源按回路绕行方向为电位升。

（5）联立独立电流、电压方程，求解各支路电流。对于图 2.1−1(a)所示电路，有

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ I_1R_1 + I_3R_3 = U_{S1} \\ I_2R_2 + I_3R_3 = U_{S2} \end{cases} \tag{2.1−1}$$

【例2.1−1】 在图 2.1−1(a)中，若 $U_{S1} = 120V$, $U_{S2} = 72V$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 6\Omega$ 。求各支路电流。

【解】 将已知数据代入式(2.1−1)，得

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 2I_1 + 6I_3 = 120 \\ 3I_2 + 6I_3 = 72 \end{cases}$$

解此方程组，得 $I_1 = 18A$，$I_2 = -4A$，$I_3 = 14A$ 。I_2 为负值，说明 I_2 电流的参考方向与实际电流的方向相反。

【例 2.1−2】 在图 2.1−2 中，若 $U_S = 120V$ ，$I_S = 24A$，$R_1 = 2\Omega$，$R_2 = 3\Omega$，$R_3 = 6\Omega$ 。用支路电流法求 I_3 。

【解】 根据支路电流法的求解步骤可知，此电路有 2 个节点，4 条支路，但电流源支路的 I_S 是已知的，所以只需列出三个独立方程。

根据 KCL 对图 2.1−2 中的 a 点列节点电流方程，根据 KVL 对网孔 1 和网孔 2 所选取的回路绕行方向列出回路电压方程，即

$$\begin{cases} I_1 + I_S = I_2 + I_3 \\ I_1R_1 + I_3R_3 = U_S \\ I_2R_2 - I_3R_3 = 0 \end{cases}$$

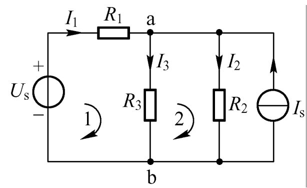


图 2.1−2 例 2.1−2 图

将已知数据代入上式，得

$$\begin{cases} I_1 + 24 = I_2 + I_3 \\ 2I_1 + 6I_3 = 120 \\ 3I_2 - 6I_3 = 0 \end{cases}$$

解此方程组，得 $I_3 = 14A$ 。

思考题

2.1−1 在图 2.1−1(a)中，根据 KVL 列出所有回路的电压方程，它们都是独立电压方程吗？为什么？

2.2 节点电压法

节点电压法就是在电路中设一个参考点，以其他节点电压作为未知量，列出其他节点的电压方程。具体求法是，根据 KCL 列出各支路电流方程，然后用节点电压表示各支路电流，联立方程求解出节点电压。

下面以图 2.2−1 为例介绍用节点电压法求各支路电流。节点电压法的分析步骤为：

（1）选节点 b 为参考点。节点 a 的电压用 U_{ab} 表示。

（2）列出节点 a 的 KCL 电流方程，即

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_S \tag{2.2−1}$$

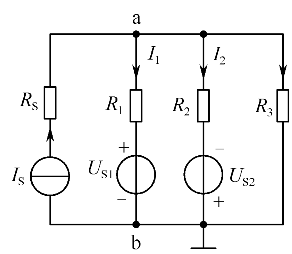


图 2.2−1 节点电压法

（3）由欧姆定律，以节点电压表示电流 $I_1 \sim I_3$ ，再代入方程(2.2−1)，得

$$\frac{U_{ab}-U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{ab}+U_{S2}}{R_2}+\frac{U_{ab}}{R_3}=I_S \tag{2.2-2}$$

（4）整理式(2.2−2)，得出具有两个节点的节点电压公式为

$$U_{ab}=\frac{I_S+\dfrac{U_{S1}}{R_1}-\dfrac{U_{S2}}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}} \tag{2.2-3}$$

式中，分母是电流源支路除外的各支路电阻的倒数之和，分子是电流源的电流的代数和。其中，U_{S1}/R_1 和 U_{S2}/R_2 是电压源支路的短路电流，或者说是经过电源等效变换后，等效电流源的电流。I_S 的参考方向指向节点 a 取正号，离开节点 a 取负号；U_S 的参考方向离开节点 a 取正号，指向节点 a 取负号。

（5）由式(2.2−3)求出节点电压 U_{ab} 后，根据欧姆定律即可求出各支路电流，即

$$I_1=\frac{U_{ab}-U_{S1}}{R_1},\qquad I_2=\frac{U_{ab}+U_{S2}}{R_2},\qquad I_3=\frac{U_{ab}}{R_3} \tag{2.2-4}$$

【例 2.2−1】 在图 2.2−1 中，若 $I_S=4\text{A}$，$U_{S1}=12\text{V}$，$U_{S2}=9\text{V}$，$R_S=10\Omega$，$R_1=2\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=6\Omega$。用节点电压法求 I_1、I_2 和 I_3。

【解】 由式(2.2−3)给出的两个节点的电压公式，得

$$U_{ab}=\frac{I_S+\dfrac{U_{S1}}{R_1}-\dfrac{U_{S2}}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{4+\dfrac{12}{2}-\dfrac{9}{3}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}}=7\text{V}$$

由式(2.2−4)解出各支路电流，即

$$I_1=\frac{U_{ab}-U_{S1}}{R_1}=\frac{7-12}{2}=-2.5\text{A},\qquad I_2=\frac{U_{ab}+U_{S2}}{R_2}=\frac{7+9}{3}=5.33\text{A},\qquad I_3=\frac{U_{ab}}{R_3}=\frac{7}{6}=1.17\text{A}$$

【例 2.2−2】 用节点电压法求例 2.1−1 电路中的各支路电流。

【解】 设图2.1−1(a)电路中的节点 b 为参考点，如图2.2−2所示。由于此电路中没有电流源，所以由式(2.2−3)得节点电压为

$$U_{ab}=\frac{\dfrac{U_{S1}}{R_1}+\dfrac{U_{S2}}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}=\frac{\dfrac{120}{2}+\dfrac{72}{3}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}}\text{V}=84\text{V}$$

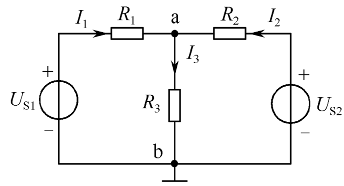


图 2.2−2　例 2.2−2 图

则各支路电流为

$$I_1=\frac{U_{S1}-U_{ab}}{R_1}=\frac{120-84}{2}=18\text{A},\ I_2=\frac{U_{S2}-U_{ab}}{R_2}=\frac{72-84}{3}=-4\text{A},\quad I_3=\frac{U_{ab}}{R_3}=\frac{84}{6}=14\text{A}$$

【例 2.2−3】 用节点电压法求图 2.2−3(a)中的 a、b 两点的节点电压和各支路电流。

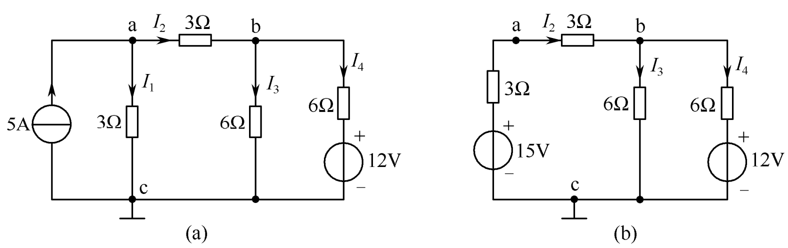


图 2.2−3　例 2.2−3 图

【解】 此电路有 3 个节点，不能直接用式(2.2−3)计算节点电压。可先将 3 个节点的电路等效变换为 2 个节点的电路，然后利用两个节点电压公式求出节点 b 的电压，再根据等效变换电路求出节点 a 的电压。

将图 2.2−3(a)中的电流源支路等效变换为电压源，电路见图 2.2−3(b)。在图 2.2−3(b)中，用式(2.2−3)求出节点 b 的电压，即

$$U_{bc}=\frac{\frac{15}{6}+\frac{12}{6}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}=9\text{V}$$

支路电流为 $$I_2=\frac{15-U_{bc}}{3+3}=\frac{15-9}{6}=1\text{A}$$

所以，节点 a 的电压为 $$U_{ac}=15-3I_2=15-3\times1=12\text{V}$$

再根据图 2.2−3(a)求出

$$I_1=5-I_2=5-1=4\text{A}\,,\quad I_3=U_{bc}/6=9/6=1.5\text{A}\,,\quad I_4=I_2-I_3=1-1.5=-0.5\text{A}$$

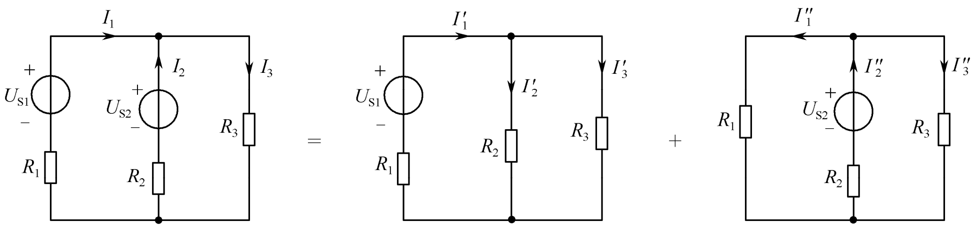
思考题

2.2−1 由图 2.2−1 电路列出的节点电压公式(2.2−3)中，为何没有电流源支路的串联电阻 R_S？

2.3 叠 加 定 理

叠加定理就是在多个电源作用的电路中，若求每一条支路的电流，可将各个电源单独作用时在每一条支路产生的电流分量求出来，其电流分量的代数和就是这些电源共同作用在每一条支路产生的电流。应用叠加定理可将复杂电路转换为简单电路来分析，所以叠加定理在电路分析中广泛应用。

下面以图 2.3−1(a)为例介绍用叠加定理求各支路电流的方法。叠加定理的分析步骤为：



(a)原电路 (b)U_{S1}单独作用 (c)U_{S2}单独作用

图 2.3−1 叠加定理

（1）画出电压源U_{S1}和电压源U_{S2}单独作用时的电路如图 2.3−1(b)和(c)所示。其中，不起作用的电压源（$U_{S1}=0$或$U_{S2}=0$）在电路中相当于短路。

（2）在图 2.3−1(b)和(c)中，标出各电源单独作用时各支路电流分量的参考方向，即I_1'、I_2'、I_3'和I_1''、I_2''、I_3''。

（3）由电路的基本定律求出各支路的电流分量。

（4）将电流分量叠加，求出各支路电流，即

$$I_1=I_1'-I_1''\,,\ I_2=-I_2'+I_2''\,,\ I_3=I_3'+I_3'' \qquad (2.3-1)$$

式中各电流分量与总电流的参考方向相同时取正号，相反取负号。

【例 2.3−1】 在图 2.3−1(a)中，已知$U_{S1}=120\text{V}$，$U_{S2}=72\text{V}$，$R_1=2\Omega, R_2=3\Omega$，$R_3=6\Omega$。用叠

加定理求各支路电流。

【解】 电压源U_{S1}单独作用的电路如图 2.3−1(b)所示。由欧姆定律可求出

$$I_1' = \frac{U_{S1}}{R_1 + R_2 // R_3} = \frac{120}{2+3//6} = 30\text{A}$$

由分流公式求出

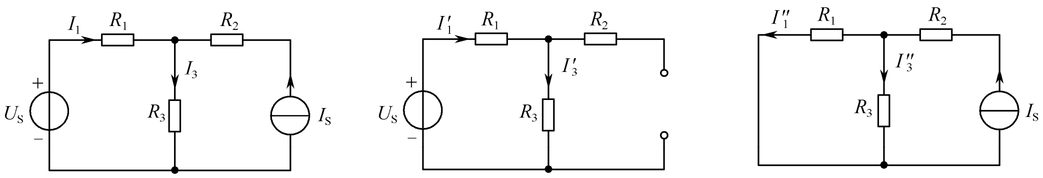
$$I_2' = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_1' = \frac{6}{3+6} \times 30 = 20\text{A}$$

由 KCL 求出I_3'，即$I_3' = I_1' - I_2' = 30 - 20 = 10\text{A}$。电压源$U_{S2}$单独作用的电路见图 2.3−1(c)，则

$$I_2'' = \frac{U_{S2}}{R_2 + R_1 // R_3} = \frac{72}{3+2//6} = 16\text{A}, \quad I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_2'' = \frac{6}{2+6} \times 16 = 12\text{A}, \quad I_3'' = I_2'' - I_1'' = 16 - 12 = 4\text{A}$$

所以 $I_1 = I_1' - I_1'' = 30 - 12 = 18\text{A}$，$I_2 = -I_2' + I_2'' = -20 + 16 = -4\text{A}$，$I_3 = I_3' + I_3'' = 10 + 4 = 14\text{A}$

【例 2.3−2】 在图 2.3−2(a)中，已知$U_S = 10\text{V}$, $I_S = 2\text{A}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 6\Omega$。用叠加定理求I_1和I_3。



(a)原电路　　(b)U_S单独作用　　(c)I_S单独作用

图 2.3−2　例 2.3−2 图

【解】 电压源U_S单独作用的电路如图 2.3−2(b)所示。其中电流源不起作用，即$I_S = 0$时，电流源用开路代替。由欧姆定律求出电流分量I_1'和I_3'，即

$$I_1' = I_3' = \frac{U_S}{R_1 + R_3} = \frac{10}{2+6} = 1.25\text{A}$$

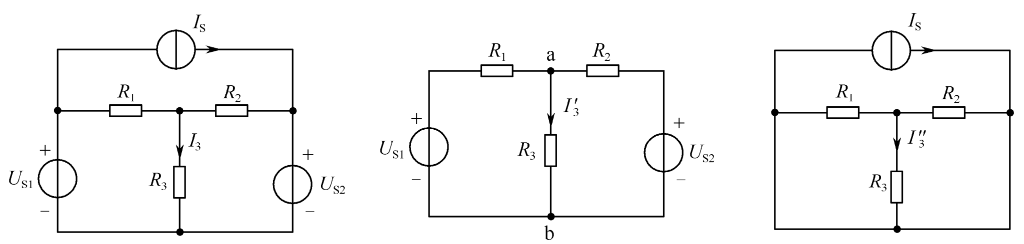
电流源I_S单独作用的电路如图 2.3−2(c)所示，由分流公式，得

$$I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I_S = \frac{6}{2+6} \times 2 = 1.5\text{A}$$

由 KCL，得$I_3'' = I_S - I_1'' = 2 - 1.5 = 0.5\text{A}$，所以

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 1.25 - 1.5 = -0.25\text{A}, \qquad I_3 = I_3' + I_3'' = 1.25 + 0.5 = 1.75\text{A}$$

【例 2.3−3】 在图 2.3−3(a)中，已知$U_{S1} = 10\text{V}$, $U_{S2} = 9\text{V}$, $I_S = 1\text{A}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 6\Omega$。用叠加定理求电流I_3。



(a)原电路　　(b)U_{S1}，U_{S2}共同作用　　(c)I_{S2}单独作用

图 2.3−3　例 2.3−3 图

【解】 当电路中有三个或三个以上电源作用时，为了求解方便，可将电源分成组，再用叠加定理求解。此电路可将两个电压源分成一组。当两个电压源作用时，电

流源用开路代替，如图 2.3-3(b)所示。利用两个节点电压公式，得

$$U_{ab}=\frac{\frac{U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}=\frac{\frac{10}{2}+\frac{9}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=8\text{V}$$

所以 $I_3'=U_{ab}/R_3=8/6=1.33\text{A}$ 。

电流源单独作用时的电路见图 2.3-3(c)。由于三个电阻被短路，所以 $I_3''=0$，故

$$I_3=I_3'+I_3''=1.33+0=1.33\text{A}$$

在使用叠加定理时应注意以下几点：

（1）叠加定理适用于线性电路，不适用于非线性电路。

（2）当某个独立电源单独作用时，其余独立电源不起作用时应这样处理：电压源用短路线代替，电流源用开路代替；电路的其他结构和参数均保持不变。

（3）功率不能用叠加定理计算，因为功率与电压、电流不呈线性关系。

（4）对于含有三个电源或三个以上电源的电路，可先将电源分成两组，再用叠加定理求解。

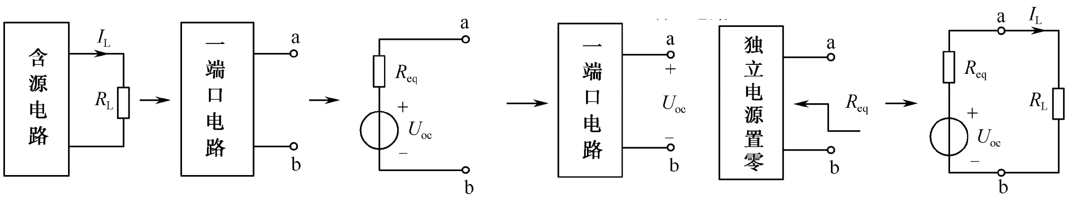
（5）最后求电压、电流的代数和时，若电压、电流分量的参考方向与原电路中电压、电流的参考方向相同，则该分量取正号，反之取负号。

2.4 戴维南定理

任何一个含源的一端口网络[①]都可以用一个等效电源来表示。等效为电压源的称为戴维南定理，等效为电流源的称为诺顿定理。由于用诺顿定理分析电路问题不如戴维南定理方便，所以本章只介绍戴维南定理。

在复杂电路中，若要求一条支路的电流，可将这条支路断开，其余的电路用一个等效的电压源表示，然后求出等效电压源的电压和内阻，再将要求的这条支路接上，根据欧姆定律求出这条支路的电流。那么，如何求等效电压源的电压和内阻呢？戴维南定理是这样定义的：

对于负载支路来说，任意线性含源一端口网络，都可以用一个理想的电压源和电阻串联的电路模型来等效，其中理想电压源的电压 U_S 等于线性含源一端口网络的开路电压 U_{oc} ，内阻等于所有独立电源置零、从有源一端口网络开路的端子之间看进去的等效电阻 R_{eq} 。戴维南定理的求解过程如图 2.4-1 所示。



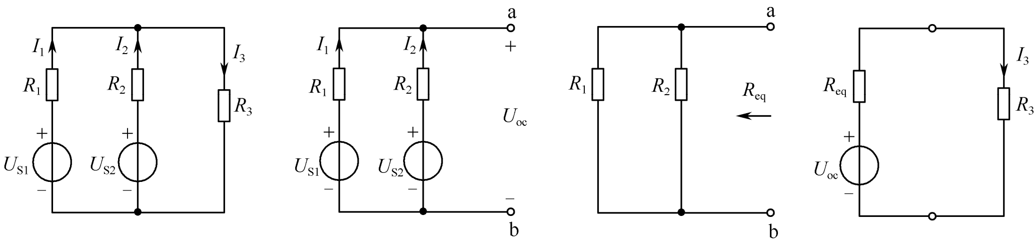
(a) 含源电路求负载电流　(b) 负载断开的一端口电路　(c) 等效的电压源　(d) 求开路电压 U_{oc}　(e) 求等效电阻 R_{eq}　(f) 求负载电流 I_L

图 2.4-1　戴维南定理的解题过程

① 所谓一端口网络，是指在有两个接线端子的电路中，若从一个端子流入的电流等于从另一个端子流出的电流，那么这样的电路就称为一端口网络。

下面以图 2.4−2(a)为例介绍用戴维南定理求 R_3 支路的电流。已知 $U_{S1}=120V$，$U_{S2}=72V$，$R_1=2\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=6\Omega$。戴维南定理的分析步骤为：

（1）将图 2.4−2(a)中的 R_3 支路断开，如图 2.4−2(b)所示。



(a)原电路　(b)求开路电压U_{oc}　(c)求等效电阻R_{eq}　(d)求负载电流I_L

图 2.4−2　戴维南定理

（2）由图 2.4−2(b)求出含源一端口网络的开路电压 U_{oc}。由于一端口 a、b 端子开路，则

$$I_1=-I_2=\frac{U_{S1}-U_{S2}}{R_1+R_2}=\frac{120-72}{2+3}=9.6A$$

所以开路电压为

$$U_{oc}=U_{S1}-I_1R_1=U_{S2}-I_2R_2=120-9.6\times2=72+9.6\times3=100.8V$$

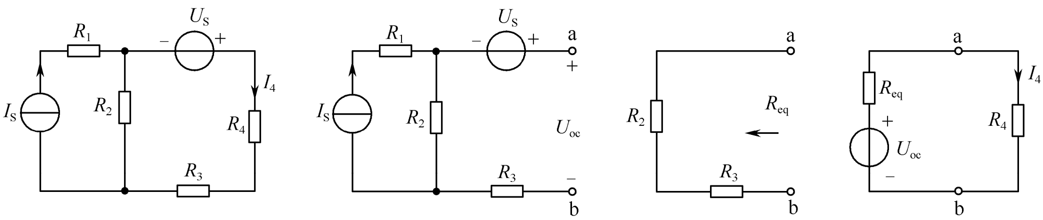
（3）由图 2.4−2(c)求出一端口网络的等效电阻 R_{eq}。由于两个电源都是电压源，所以电压源置零可用短路线代替。可见等效电阻为

$$R_{eq}=R_1//R_2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{2\times3}{2+3}=1.2\Omega$$

（4）画出戴维南等效电路，将 R_3 支路接上，如图 2.4−2(d)所示。由欧姆定律，得

$$I_3=\frac{U_{oc}}{R_{eq}+R_3}=\frac{100.8}{1.2+6}=14A$$

【例 2.4−1】 在图 2.4−3(a)中，已知$U_S=5V$，$I_S=5A$，$R_1=2\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=6\Omega$，$R_4=1\Omega$。用戴维南定理求电流 I_4。



(a)原电路　(b)求U_{oc}　(c)求R_{eq}　(d)求I_4

图 2.4−3　例 2.4−1 图

【解】 将图 2.4−3(a)中的 R_4 支路断开，求出含源一端口网络的开路电压 U_{oc}，电路如图 2.4−3(b)所示。由于一端口 a、b 端子开路，电阻 R_3 中无电流，则

$$U_{oc}=U_S+I_SR_2=5+5\times3=20V$$

将 I_S 用开路代替，U_S 用短路代替，由图 2.4−2(c)求出一端口网络的等效电阻 R_{eq}，即

$$R_{eq}=R_2+R_3=3+6=9\Omega$$

所以，由图 2.4−3(d)的戴维南等效电路求出电流 I_4，即

$$I_4=\frac{U_{oc}}{R_{eq}+R_4}=\frac{20}{9+1}=2A$$

【例 2.4-2】 在图 2.4-4(a)中，已知$U_S = 3V$，$I_S = 5A$，$R_1 = R_2 = 2\Omega$，$R_3 = 6\Omega$，$R_4 = 3\Omega$，$R_5 = 6\Omega$。用戴维南定理求电阻R_3中的电流及功率。

【解】将图 2.4-4(a)中的R_3支路断开，求出含源一端口网络的开路电压U_{oc}，电路如图 2.4-4(b)所示。此题用电位法求出 a 点和 b 点的电位，即可求出开路电压U_{oc}。设 c 点为参考点，即

$$U_{oc} = U_{ab} = V_a - V_b = I_S R_2 - \frac{R_5}{R_4 + R_5} U_S = 5 \times 2 - \frac{6}{3+6} \times 3 = 8V$$

将I_S用开路代替，U_S用短路代替，由图 2.4-4(c)求出一端口网络的等效电阻R_{eq}，即

$$R_{eq} = R_2 + R_4 // R_5 = 2 + 3 // 6 = 4\Omega$$

由图 2.4-4(d)的戴维南等效电路求出电流I_3，即

$$I_3 = \frac{U_{oc}}{R_{eq} + R_3} = \frac{8}{4+6} = 0.8A$$

R_3的功率为$P_3 = I_3^2 R_3 = 0.8^2 \times 6 = 3.84W$。

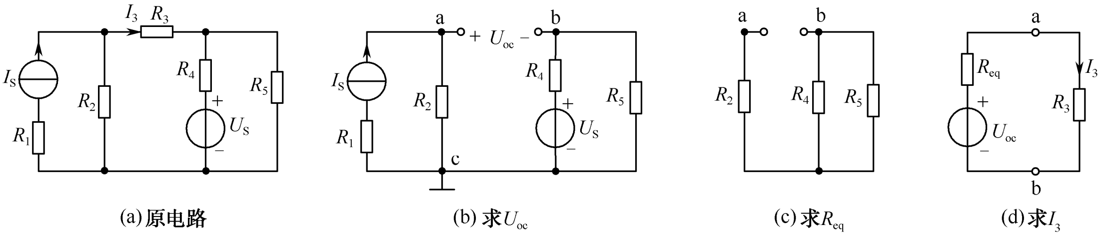


图 2.4-4 例 2.4-2 图

【引例分析】 引例中的I_L用戴维南定理很容易求出。将引例中的图 2.0-1 的负载支路断开，求出含源一端口网络的开路电压U_{oc}，电路如图 2.4-5(b)所示。设 c 点为参考点，即

$$U_{oc} = U_{ab} = V_a - V_b = \frac{30}{20+30} \times 10 - \frac{20}{30+20} \times 10 = 6 - 4 = 2V$$

将 10V 电压源短路，由图 2.4-5(c)求出一端口网络的等效电阻R_{eq}，即

$$R_{eq} = 20 // 30 + 30 // 20 = 24\Omega$$

由图 2.4-5(d)的戴维南等效电路即可求出负载电流I_L。设$R_L = 16\Omega$，即

$$I_L = \frac{U_{oc}}{R_{eq} + R_L} = \frac{2}{24+16} = 0.05A$$

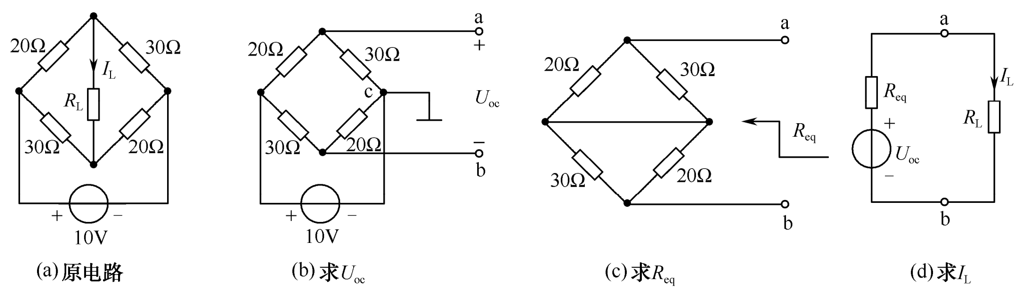


图 2.4-5 引例电路的分析

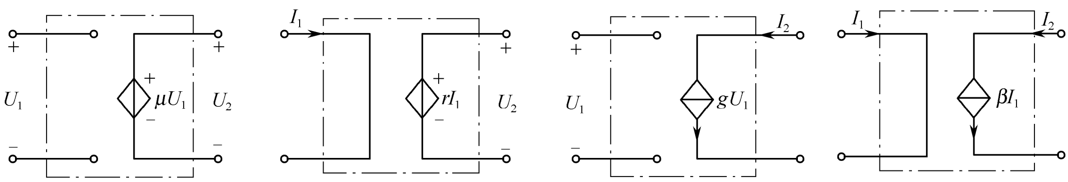
思考题

2.4-1 在图 2.4-5(a)中，若R_L短路，短路线中有电流吗？如何求解？

*2.5　含有受控电源的电路分析

2.5.1　受控电源

前面所讨论的电路只含有电阻元件。实际上，电路中还包含许多其他元件，例如电感、电容、二极管、稳压管、晶体管、场效应管、运算放大器等。这些元件的工作特性和电阻不同，其中晶体管、场效应管、运算放大器的工作特性与独立电源的工作特性类似，虽然它们不能像独立电源那样为电路提供能量，但在电路中的其他支路的电压或电流的控制下，可以提供一定的电压或电流，因此，这类元件被称为受控电源。当控制电压或控制电流等于零时，受控电源提供的电压或电流也随之消失(等于零)。根据受控电源是电压源还是电流源，控制量是电压还是电流，受控电源可分为 4 种类型，即电压控制电压源(VCVS)、电流控制电压源(CCVS)、电压控制电流源(VCCS)和电流控制电流源(CCCS)。4 种理想受控电源的电路模型如图 2.5-1 所示。其中，受控电源用菱形图形表示；受控电源的系数 μ 和 β 无量纲，g 的量纲是西门子(S)，r 的量纲是欧姆(Ω)。



(a)VCVS　(b)CCVS　(c)VCCS　(d)CCCS

图 2.5-1　理想受控电源的表示符号

在图 2.5-1 中，U_1 和 I_1 为控制量，U_2 和 I_2 为输出量。图(a)的电压控制电压源输出的电压为 $U_2=\mu U_1$；图(b)的电流控制电压源输出的电压为 $U_2=rI_1$；图(c)的电压控制电流源输出的电流为 $I_2=gU_1$；图(d)的电流控制电流源输出的电流为 $I_2=\beta I_1$。

注意受控电源和独立电源的区别。受控电源不能独立提供能量，只有电路中存在独立电源时，受控电源在某条支路的电压或电流的控制下，才能为后面的电路提供能量，即受控电源提供的能量受电路中的电压或电流的控制。而独立电源提供的能量与电路中的电压或电流无关，所以独立电源才是电路的能源。

2.5.2　电路分析

对于含有受控电源的电路分析，前面的分析方法都适用。但是在具体使用这些分析方法时，还需要注意一些细节。

【例 2.5-1】 已知电路如图 2.5-2 所示。求 8Ω 电阻中的电流 I。

【解】 解法一：支路电流法

由图 2.5-2 可知，电路中的受控电源是电流控制的电压源。设受控电压源中电流的参考方向和其回路巡行方向如图 2.5-3 所示。由支路电流法列出的方程为

$$\begin{cases} I+I_1=1 \\ 4I_1+4I=8I \end{cases}$$

解此方程组，得 $I=0.5\text{A}$。

解法二：电源等效变换法

受控电源与独立电源一样，也可以用电压源和电流源的等效变换方法求解未知量。但是在进行等效变换时，控制量支路不能参与变换。将图 2.5−2 中的受控电压源等效为受控电流源，电路如图 2.5−4 所示。

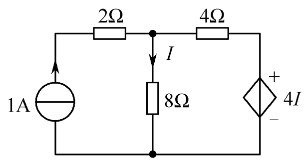


图 2.5−2　例 2.5−1 图

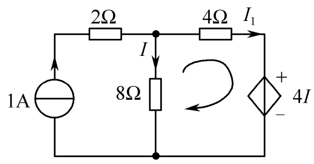


图 2.5−3　支路电流法求 I

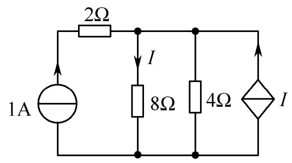


图 2.5−4　电源等效变换法求 I

由分流公式，得 $I=\dfrac{4}{8+4}\times(1+I)$，求得 $I=0.5\text{A}$ 。

解法三：节点电压法

图 2.5−2 中只有两个节点，设一个节点为参考点，电路如图 2.5−5 所示。列出两个节点电压方程为

$$\begin{cases} U_{\text{ab}}=\dfrac{1+4I/4}{1/8+1/4}=\dfrac{(1+I)\times 8}{3} \\ I=U_{\text{ab}}/8 \end{cases}$$

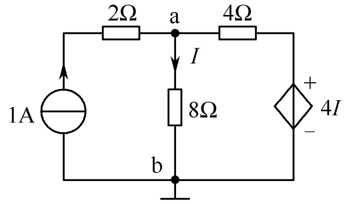
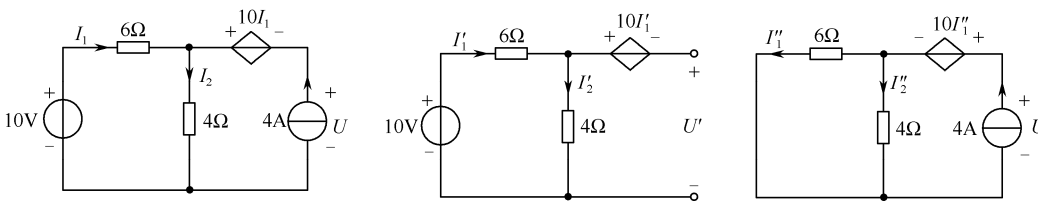


图 2.5−5　节点电压法求 I

解得 $I=0.5\text{A}$ 。

【例 2.5−2】 已知电路如图 2.5−6(a)所示。求电流源的端电压 U。



(a)原电路　(b)10V电压源单独作用　(c)4A电流源单独作用

图 2.5−6　叠加定理求 U

【解】 解法一：叠加定理

由于受控电压源的电压是未知量，所以在应用叠加定理时，受控电源应保留在电路中。10V 电压源单独作用的电路如图 2.5−6(b)所示，则

$$U'=10-6I_1'-10I_1'=10-16I_1'=10-16\times\frac{10}{6+4}=-6\text{V}$$

4A 电流源单独作用的电路如图 2.5−6(c)所示。注意，I_1'' 的参考方向与 I_1 的参考方向相反，因此受控电压源的参考方向也要随之改变。由分流公式得

$$I_1''=\frac{4}{6+4}\times 4=1.6\text{A}$$

所以 $U''=6I_1''+10I_1''=16I_1''=16\times1.6=25.6\text{V}$，从而 $U=U'+U''=-6+25.6=19.6\text{V}$ 。

解法二：戴维南定理

将图 2.5−6(a)中的电流源开路，其含源一端口网络如图 2.5−7(a)所示，其开路电压为

$$U_{\text{oc}}=10-6I_1-10I_1=10-16I_1=10-16\times\frac{10}{6+4}=-6\text{V}$$

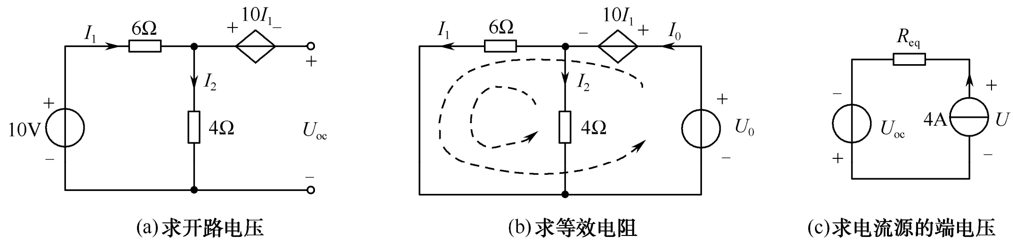


图 2.5-7　戴维南定理求 U

在求等效电阻时，由于电路中含有受控源，所以不能用电阻的等效变换法求解，可用外加电压法求解。什么是外加电压法呢？就是将含源一端口内的独立电源置零，在一端口两端外加一个电压源 U_0，求出 U_0 和 I_0，则 $R_{eq}=U_0/I_0$。由图 2.5-7(b)的求解等效电阻的电路可知

$$\begin{cases} I_0 = I_1 + I_2 \\ 6I_1 = 4I_2 \\ U_0 = 6I_1 + 10I_1 \end{cases} \quad \text{整理得} \begin{cases} I_0 = 2.5I_1 \\ U_0 = 16I_1 \end{cases}$$

所以，$R_{eq}=U_0/I_0=6.4\Omega$。由图 2.5-7(c)的戴维南定理等效电路求出电流源的端电压，即

$$U = 4\times 6.4 - 6 = 19.6\text{V}。$$

思考题

2.5-1　在图 2.5-6(c)中，电流 I_1'' 改变参考方向时，为何受控电压源的参考极性也随之改变？

本 章 小 结

（1）支路电流法

设电路的节点数为 n，未知支路电流数为 b，则支路电流法求解步骤为：

① 标出未知支路电流的参考方向。

② 根据 KCL，列写独立的节点电流方程，方程数为 $n-1$。

③ 根据 KVL，列写独立的回路电压方程，方程数为 $b-(n-1)$或为网孔数。

④ 联立独立电流、电压方程，求解各支路电流。

（2）节点电压法

节点电压法就是在电路中设一个参考点，以独立的节点电压作为未知量，根据 KCL 列出支路电流方程，然后用节点电压表示支路电流，联立方程求解出节点电压，再用欧姆定律求出各支路电流。当电路中仅含有两个节点时，可用式(2.2-3)的两个节点电压公式求解。

（3）叠加定理

在多个电源作用的电路中，每一条支路的电流或电压都是由这些电源共同作用产生的。若要求解每一条支路的电流或电压，可将各个电源单独作用时在每一条支路产生的电流分量或电压分量求出来，其分量的代数和就是这些电源共同作用在每一条支路产生的电流或电压。使用叠加定理时要注意以下几点：①电压源不起作用时用短路代替，电流源不起作用时用开路代替；②求电流或电压分量的代数和时，若电流或电压分量的参考方向与原电路中的参考方向相同，该分量取正号，反之取负号；③当电路中的电源超过两个时，可将电源分成组，然后再用叠加定理求解；④功率不能用叠加定理计算。应用叠加定理可将复杂电路转换为简单电路来分析，所以叠加定理在电路分析中广泛应用。

（4）戴维南定理

对于只需求解一条支路的电流或电压时，可用戴维南定理。戴维南定理是指任何线性含源的一端口网路都可以用一个等效的电压源表示。其中等效电压源的电压等于一端口网络的开路电压 U_{oc}，等效电压源的内阻等于从一端口网络开路端子看进去所有独立电源不起作用时的等效电阻 R_{eq}。

使用戴维南定理求解一端口网路的开路电压时，可根据电路结构采用简单的方法，如电位法或用 KVL 列方程法等。

（5）受控电源

受控电源是实际晶体管、场效应管及集成运算放大器等器件的电路模型。受控电源输出的电压或电流受电路中的某个支路电压或电流的控制，当控制电压或电流为零时，受控电源输出的电压或电流也为零。

电路的分析方法对含有受控电源电路的分析都适用，但要注意，受控电源的控制量支路一般不参与等效变换，用叠加定理时，受控电源要保留在电路中，一般不单独作用；求戴维南等效电阻时，受控电源要保留在电路中，用外加电压法求解等效电阻。

习题

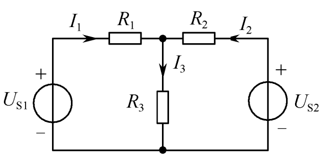
2-1　在题图 2-1 中，已知 $U_{S1}=12V$, $U_{S2}=8V$, $R_1=2\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=6\Omega$。用支路电流法求各支路电流。

2-2　在题图 2-2 中，已知 $U_{S1}=10V$, $I_S=1A$, $R_1=2\Omega$, , $R_2=3\Omega$。用支路电流法求 I_1 和 I_2。

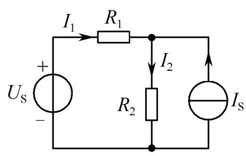
2-3　用节点电压法求 2-1 的各支路电流。

2-4　用节点电压法求 2-2 的电流 I_1 和 I_2。

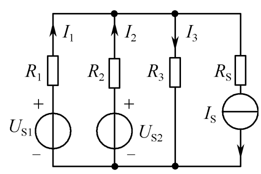
2-5　在题图 2-5 中，已知 $U_{S1}=12V$, $U_{S2}=6V$, $I_S=2A$, $R_1=2\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=6\Omega$, $R_S=1\Omega$。用节点电压法求电流 I_1、I_2 和 I_3。



题图 2-1



题图 2-2

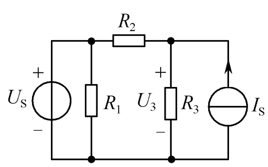


题图 2-5

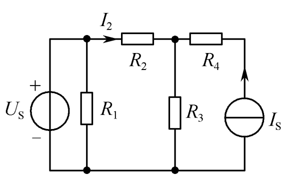
2-6　在题图 2-6 中，已知 $U_S=10V$, $I_S=2A$, $R_1=4\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=8\Omega$。用节点电压法求电压 U_3。

2-7　在题图 2-7 中，已知 $U_S=10V$, $I_S=10A$, $R_1=2\Omega$, $R_2=1\Omega$, $R_3=4\Omega$, $R_4=5\Omega$。用叠加定理求电流 I_2。

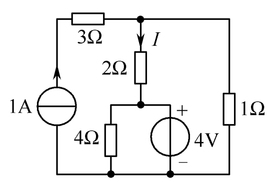
2-8　已知电路如题图 2-8 所示。（1）用叠加定理求电流 I。（2）计算电流源的功率 P_i。



题图 2-6



题图 2-7

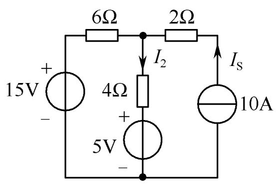


题图 2-8

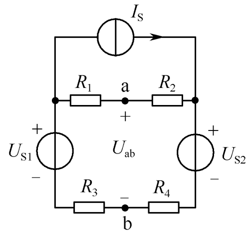
2-9　已知电路如题图 2-9 所示。用叠加定理求电流 I_2。

2-10　在题图 2-10 中，已知 $U_{S1}=12V$, $U_{S2}=2V$, $I_S=10A$, $R_1=R_2=2\Omega$, $R_3=R_4=3\Omega$。用叠加定理求电压 U_{ab}。

2-11 在题图 2-11 中，已知 $I_S = 1A$, $U_S = 10V$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$ 。用戴维南定理求电流 I_2 。



题图 2-9



题图 2-10 题

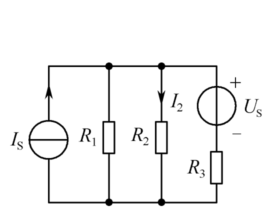
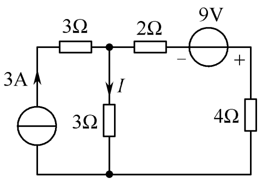


图 2-11

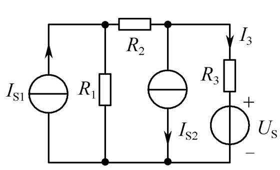
2-12 已知电路如题图 2-12 所示。用戴维南定理求电流 I 和电流源的功率 P_i 。

2-13 在题图 2-13 中，已知 $U_S = 3V, I_{S1} = 3A$, $I_{S2} = 1A$, $R_1 = 4\Omega, R_2 = 1\Omega, R_3 = 3\Omega$。用戴维南定理求电流 I_3 。

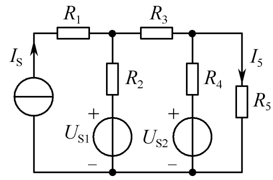
2-14 在题图 2-14 中，已知 $I_S = 3A$ ， $U_{S1} = U_{S2} = 6V$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 3\Omega$ ， $R_5 = 7\Omega$ 。用戴维南定理求电流 I_5 。



题图 2-12



题图 2-13



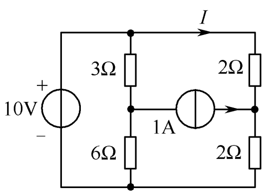
题图 2-14

2-15 已知电路如题图 2-15 所示。（1）用戴维南定理求电流 I ；（2）求电压源的功率 P_u 。

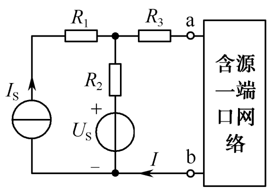
2-16 在题图 2-16 中，已知 $I_S = 2A$, $U_S = 12V$, $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 1\Omega$。当 I_S 如图示方向时，电流 $I = 0$ ；当 I_S 反方向时， $I = -1A$ 。求含源一端口网络的戴维南等效电路。

2-17 已知电路如题图 2-17 所示。用支路电流法和节点电压法求电压 U。

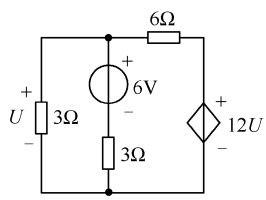
2-18 在题图 2-18 中，已知 $I_S = 2A$, $U_S = 4V$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$ 。用叠加定理和戴维南定理求电流 I。



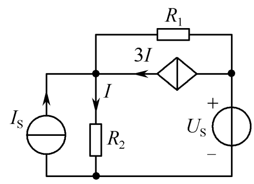
题图 2-15



题图 2-16



题图 2-17



题图 2-18