第 1 章　数制与编码（Number Systems and Codes）

一、知识要点

1．掌握按位计数制（Positional Number System）的概念，以及十进制（Decimal）、二进制（Binary）、八进制（Octal）及十六进制（Hexadecimal）的定义。

2．掌握十进制数、二进制数、八进制数以及十六进制数之间相互转换的方法。

3．掌握非十进制数（无符号）的加减运算方法。

4．掌握有符号的二进制数的构建方法：符号−数值码（原码）（Signed-Magnitude）、二进制补码（Two's-Complement）、二进制反码（Ones'-Complement）。

5．掌握原码、补码、反码三种编码形式的相互转换。

6．掌握带符号的二进制数的加减方法。

7．掌握 BCD 码（Binary Codes for Decimal Numbers，BCD）、格雷码（Gray Code）的构建方式以及与二进制数之间的相互转换。

二、典型例题解析

【例 1-1】 以下算术运算在某种进制中是正确的，请确定以下两个运算中的基数分别是多少。

1．23+44+14+32=223　　　　2．302/20=12.1

【解题指导】

按位计数制应满足如下公式：$D=\sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$，其中，$r$ 为基数，d_i 为第 i 位的数值，D 为数值大小。

所以在解题中，可以设基数为 R，然后按照按位计数制的运算法则，将等式展开成 R 的一元方程的形式，从而解得 R 的值。

【解答】

1．设基数为 B，按照按位计数制的运算法则，该等式可以转换成：

$$2B+3+4B+4+B+4+3B+2=2B^2+2B+3$$

可以解得基数为 $B=5$；

2．设基数为 B，按照按位计数制的运算法则，该等式可以转换成：

$$(3B^2+2)/(2B)=B+2+1/B$$

可以解得基数为 $B=4$。

【例 1-2】 请将 22.75_{10} 分别转换成十六进制数、八进制数和二进制数。

【解题指导】

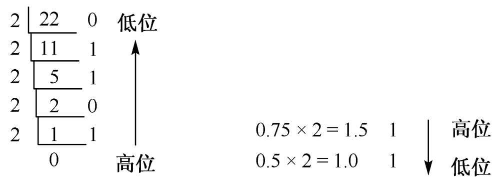
将十进制数转换成其他进制的数，要分成整数部分和小数部分两个方面进行讨论。

整数部分的转换方法是：若将十进制数转换成 N 进制数，则需要将该十进制数的整数部分除以 N，取其余数，作为转换后 N 进制数整数部分的最低位；然后将上次除法的商再除以 N，再取其余数作为 N 进制整数部分的次低位；依此类推，一直到除法的商为 0 为止，整数部分讨论完毕。

小数部分的转换方法是：将该十进制数的小数部分乘以 N，取其积的整数部分，作为转换后 N

进制数小数部分的最高位；然后将乘法后的积的小数部分再乘以 N，再取其整数部分，作为 N 进制数小数部分的次高位；依此类推，一直到乘法的积的小数部分为 0，或者达到要讨论的精度为止，小数部分讨论完毕。

该例题中先进行二进制部分的讨论。图 1.1 中箭头所示方向即是数据读取的方向。



(a) 整数部分转换　　(b) 小数部分转换

图 1.1　例 1-2 求解示意图

所以，$22.75_{10} = 10110.11_2$。八进制数和十六进制数可以做相同的讨论，区别在于，将上面讨论中的除数和乘数分别换成 8 和 16 即可。

另外，十六进制中的数值 0～15 分别对应如下：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F。

【解答】

$22.75_{10} = 10110.11_2 = 26.6_8 = 16.C_{16}$

【例 1-3】 请将十进制数 47.39_{10} 转换成二进制数，要求转换后精度保留到小数点后 3 位。

【解题指导】

整数部分的讨论方法与【例 1-2】相同，下面主要进行小数部分的讨论：

$$
\begin{array}{lll}
0.39 \times 2 = 0.75 & 0 & \text{高位} \\
0.78 \times 2 = 1.56 & 1 & \downarrow \\
0.56 \times 2 = 1.12 & 1 & \text{低位} \\
\cdots\cdots & &
\end{array}
$$

由讨论可知，小数部分的乘积操作最终无法达到 0，所以需要保留至所需的精度，即转换成二进制数后保留到小数点后 3 位。

【解答】

$47.39_{10} = 101111.011_2$

【例 1-4】 请将十进制数 56.48_{10} 转换成二进制数，要求转换后精度为 $\varepsilon < 10^{-2}$。

【解题指导】

整数部分的讨论方法等同于【例 1-2】，下面主要进行小数部分的讨论。

小数部分的乘积操作最终无法达到 0，所以需要保留至所需的精度。转换成二进制数后精度要求为 $\varepsilon < 10^{-2}$，而 10^{-2} 是保留到十进制数的小数点后两位，转换成二进制数后应为 $\varepsilon = 2^{-n} < 10^{-2}$，$n \geqslant 7$，所以应保留到转换成二进制数后的小数点后 7 位。

【解答】

$56.48_{10} = 111000.0111101_2$

【例 1-5】 请将如下的数转换成十进制数：

1．10110.11_2　　2．26.67_8　　3．$F4.25_{16}$

【解题指导】

可以利用公式 $D_{10} = \sum_{i=-n}^{p-1} b_i \times N^i$，将其他进制的数转换成十进制数。其中，$N$ 为待转换进制的基

数；N^i 为第 i 位的权重；i 的取值为 $[-n, p-1]$；b_i 为第 i 位的值。故以上三个数值的转换可以按如下的方法进行：

$$10110.11_2 = 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2^1 + 0\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2} = 22.75_{10}$$

$$26.67_8 = 2\times 8^1 + 6\times 8^0 + 6\times 8^{-1} + 7\times 8^{-2} = 22.8594_{10}$$

$$\mathrm{F4.25}_{16} = 15\times 16^1 + 4\times 16^0 + 2\times 16^{-1} + 5\times 16^{-2} = 244.1445_{10}$$

【解答】

1． $10110.11_2 = 22.75_{10}$　2． $26.67_8 = 22.8594_{10}$　3． $\mathrm{F4.25}_{16} = 244.1445_{10}$

【例 1-6】 请将二进制数 101101.1101_2 转换成八进制数和十六进制数。

【解题指导】

将二进制数转换成八进制数和十六进制数的方法如下。

整数部分的讨论：以二进制数的小数点为分界点，依次向左每 3 位（4 位）二进制数等效为一位八进制数（十六进制数），位数不足的在高位加 0；

小数部分的讨论：以二进制数的小数点为分界点，依次向右每 3 位（4 位）二进制数等效为一位八进制数（十六进制数），位数不足的在低位加 0。

【解答】

$101101.1101_2 = 55.64_8 = \mathrm{2D.D}_{16}$

【例 1-7】 请将 33.16_8 转换成十六进制数。

【解题指导】

将一个八进制数转换成一个十六进制数，需要经过两个步骤：第一，先将八进制数转换成二进制数；第二，再将转换后的二进制数转换成十六进制数。

对于第一步的讨论如下：将一个八进制数（十六进制数）转换成二进制数的方法是，每一位八进制数（十六进制数），等效于 3 位（4 位）二进制数。

第二步的讨论等同于【例 1-6】中的分析。

所以该题的解答过程如下：$33.16_8 = 011011.001110_2 = \mathrm{1B.38}_{16}$

【解答】

$33.16_8 = \mathrm{1B.38}_{16}$

【例 1-8】 请分别写出如下带符号数的二进制 8-bit 原码、反码和补码。

1． -99_{10}　2． $+53_{10}$　3． -128_{10}　4． 0_{10}

【解题指导】

对于正数而言，原码、补码、反码 3 种编码的形式相同，都是符号位（MSB）“0”加上数值位。其中，数值位大小等于该数的绝对值大小。

对于负数而言，原码、补码、反码 3 种编码的构建方法不同。原码是符号位“1”加上数值位，数值位的大小等于该数的绝对值大小；反码是符号位“1”加上数值位，数值位为原码数值位的逐位取反；补码是符号位“1”加上数值位，数值位为反码数值位的末位 +1 。

-99_{10}，其原码为 11100011，其中 MSB（最高有效位）“1”为符号位，表示负号，后面的 1100011 为数值位，其值大小为 99；反码为 10011100，MSB 仍为符号位，数值位则是原码数值位的逐位取反；补码则是在反码的基础上在末位+1 而得到的，即为 10011101；

$+53_{10}$ 的原码、补码、反码 3 种编码相同，都是符号位“0”，加上数值位 0110101（其值为 53），故 3 种编码都为 00110101。数值位和符号位要凑足题目要求的 8 位；

-128_{10} 的原码和反码都超出了 8-bit 的计数范围 $[-127, +127]$，故无法表示。但是在补码的计数范

围$[-128,+127]$之内。其构建方法可以根据补码的性质来决定。补码的符号位可以看成是-2^{n-1}的权重，其中，n为补码的位数，该题中为 8。所以-128_{10}的数值为 0，即其补码为 10000000；

0_{10}的原码和反码都有+0 和−0 之分，补码则统一为 00000000。

【解答】

1．$-99_{10}=11100011_{原码}=10011100_{反码}=10011101_{补码}$

2．$+53_{10}=00110101_{原码}=00110101_{反码}=00110101_{补码}$

3．$-128_{10}=10000000_{补码}$（原码和反码超出了计数范围）

4．$0_{10}=00000000_{原码}(10000000_{原码})=00000000_{反码}(11111111_{反码})=00000000_{补码}$

【例 1-9】 一个二进制数的补码是$10110_{补码}$，请问其 8-bit 二进制补码是多少？

【解题指导】

$10110_{补码}$为 5-bit 的二进制补码，若要将其扩展到 8 位，则需先将其变成 5-bit 的原码，为$11010_{原码}$。注意，一个负数从补码到原码的转变过程与从原码到补码的过程一样，都是“符号位不变，数值位取反加 1”。由于原码的数值位大小为该数的绝对值，故可以在高位加 0，不会改变其值。所以可以在原码的高位补 0，使其达到 8-bit，为$10001010_{原码}$，再将其变成补码，方法参考【例 1-8】，为$11110110_{补码}$。

【解答】

$10110_{补码}=11110110_{补码}$

【例 1-10】 数 A 的补码为 11111001，数 B 的补码为 11010101，数 C 的补码为 01111101，请完成如下的计算，并讨论是否溢出。

1．−A−B　　2．−A+B　　3．A−C

【解题指导】

带符号的二进制数运算为二进制补码运算，即满足如下的关系：

$[和]_{补码}=[被加数]_{补码}+[加数]_{补码}$，被加数、加数、和都为补码。

$[-A-B]_{补码}=[-A]_{补码}+[-B]_{补码}$，已知 A 的补码，求−A 的补码可以分成两步：第一，A 的符号位取反；第二，A 的数值位取反加 1。所以该题中$[-A]_{补码}=00000111$；同理，$[-B]_{补码}=00101011$。所以$[-A-B]_{补码}=00000111+00101011$，二进制加法的规则为逢二进一，故最终的结果为$[-A-B]_{补码}=00110010$。

溢出判定有两个原则：第一，如果两个符号相异的两个数相加，则不会溢出；第二，如果两个同符号的数相加，其最高有效位的进位输出和进位输入不等，则溢出；第 1 小题中$[-A-B]_{补码}=00000111+00101011$为两个同符号的数相加，但是，最高有效位的进位输入和进位输出都为 0，故无溢出发生；

$[-A+B]_{补码}=[-A]_{补码}+[B]_{补码}=00000111+11010101=11011100$，其溢出判定属于第一种情况，故无溢出发生；

$[A-C]_{补码}=[A]_{补码}+[-C]_{补码}=11111001+10000011=01111100$，其最高有效位的进位输入为 0，进位输出为 1，故有溢出。另外，该小题中两个负数相加，和为正数，结果显然不正确，亦可推断出存在溢出。

【解答】

1．$[-A-B]_{补码}=00110010$　无溢出　　2．$[-A+B]_{补码}=11011100$　无溢出

3．$[A-C]_{补码}=01111100$　有溢出

【例 1-11】 请分别写出以下各数的 8421BCD 码、2421BCD 码、余 3 码及格雷码。

1．79_{10}　　2．1101101_2　　3．FF_{16}

【解题指导】

8421BCD 码、2421BCD 码和余 3 码都是 BCD 码，即十进制编码。每个编码表示一位（0～9）的十进制数。故如果要转换成以上的形式，必须先将数字转换成十进制数。其中，8421 和 2421 为该种编码形式的各位上的权重，其具体编码形式参见教材。余 3 码是在 8421BCD 码的基础之上加 0011 而得到的。

格雷码的变化规则如下：

假设一个数用 n 位二进制表示为 $(b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_1b_0)_2$，其格雷码为 $(g_{n-1}g_{n-2}\cdots g_1g_0)_{\text{gray}}$，二者关系为

$$g_i = b_i \oplus b_{i+1} \quad (i=0,1,\cdots,n-2)$$
$$g_{n-1} = b_{n-1}$$

或者，$(b_{n-1}\ \ b_{n-1}\oplus b_{n-2}\cdots\ \ b_m\oplus b_{m-1}\ \ \cdots b_2\oplus b_1\ \ b_1\oplus b_0)_{\text{gray}}$，其中 b_m 为第 m 位的二进制数。

下面分别对几个小题进行讨论：

1．$79_{10} = 0111\ 1001_{8421\text{BCD}} = 1101\ 1111_{2421\text{BCD}} = 1010\ 1100_{余3码} = 1001111_2 = 1101000_{格雷码}$

2．$1101101_2 = 109_{10} = 0001\ 0000\ 1001_{8421\text{BCD}} = 0001\ 0000\ 1111_{2421\text{BCD}}$
$= 0100\ 0011\ 1100_{余3码} = 1011011_{格雷码}$

3．$FF_{16} = 255_{10} = 0010\ 0101\ 0101_{8421\text{BCD}} = 0010\ 1011\ 1011_{2421\text{BCD}}$
$= 0101\ 1000\ 1000_{余3码} = 11111111_2 = 10000000_{格雷码}$

【解答】

1．$79_{10} = 0111\ 1001_{8421\text{BCD}} = 1101\ 1111_{2421\text{BCD}} = 1010\ 1100_{余3码} = 1001111_2 = 1101000_{格雷码}$

2．$1101101_2 = 0001\ 0000\ 1001_{8421\text{BCD}} = 0001\ 0000\ 1111_{2421\text{BCD}}$
$= 0100\ 0011\ 1100_{余3码} = 1011011_{格雷码}$

3．$FF_{16} = 0010\ 0101\ 0101_{8421\text{BCD}} = 0010\ 1011\ 1011_{2421\text{BCD}}$
$= 0101\ 1000\ 1000_{余3码} = 11111111_2 = 10000000_{格雷码}$

三、习题

【习题 1-1】　分别进行如下数制转换。

1．$(120)_{10} = (\qquad)_2$　　2．$(39)_{10} = (\qquad)_7$　　3．$(97)_6 = (\qquad)_{16}$

【习题 1-2】　分别进行如下数制转换，要求转换误差 $\varepsilon < 10^{-2}$。

1．$(22.37)_{10} = (\qquad)_2$　　2．$(35.49)_{10} = (\qquad)_6$　　3．$(16.68)_{10} = (\qquad)_{16}$

【习题 1-3】　分别写出如下十进制数对应的二进制数、八进制数、十六进制数。

1．$(28.5)_{10}$　　2．$(38.75)_{10}$　　3．$(7.125)_{10}$

【习题 1-4】　分别写出如下符号数的 8-bit 二进制原码、反码和补码。

1．$(+45)_{10}$　　2．$(-37)_{10}$　　3．$(-47)_{10}$

【习题 1-5】　分别写出如下符号数的二进制原码、反码和补码。

1．$(+17.5)_{10}$　　2．$(-12.75)_{10}$　　3．$(-9.25)_{10}$

【习题 1-6】　填空。

1. 某十进制数的等值二进制数的原码、补码、反码（顺序不定）为 10010101、11101010、10010110，其中，10010101 表示（　　　　　）码，11101010 表示（　　　　　）码，10010110 表示（　　　　　）码。

2．已知某数的反码是 1010101，则该数对应的原码是（　　　　　），补码是（　　　　　）。

3．已知 10011101、11100010、10011110 为某二进制数的原码、反码、补码（顺序不定），则其中

（ ）是原码，（ ）是反码，（ ）是补码。

【习题 1-7】 填空。

1．$(F6.A)_{16}=(\quad)_{10}=(\quad)_{8}=(\quad)_{8421BCD}$

2．$(B2.8)_{16}=(\quad)_{8}=(\quad)_{2}=(\quad)_{余3码}$

3．$(102)_{8}=(\quad)_{2}=(\quad)_{10}=(\quad)_{格雷码}$

【习题 1-8】 选择。

1．$(36.7)_{10}$ 的 5121BCD 码是（ ）。

A．01101001.1010　　B．00111100.1110

C．00110110.0111　　D．00110110.1110

2．十进制数 $(726)_{10}$ 的 2421BCD 码是（ ）

A．$(110100101100)_{2421BCD}$　　B．$(011110000110)_{2421BCD}$

C．$(110110000110)_{2421BCD}$　　D．$(011100100110)_{2421BCD}$

【习题 1-9】 试用 8 位二进制补码完成下列十进制数的运算。

1．$(+78)_{10}+(+35)_{10}$　2．$(-56)_{10}-(41)_{10}$　3．$(-81)_{10}+(-49)_{10}$

4．$(-93)_{10}+(+49)_{10}$　5．$(+67)_{10}+(+72)_{10}$

【习题 1-10】 设 $A=-(27.625)_{10}$， $B=+(20)_{10}$，求：

1．$(A)_{补}$　2．$(B)_{补}$　3．$(A\times B)_{补}$　4．$(A+B)_{补}$　5．$(A-B)_{补}$

【习题 1-11】 已知浮点数 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 0000 的第 1 位是符号位，第 2～9 位是阶码，其余位为尾数，试求其对应的十进制数。

四、习题解答

【习题 1-1】 分别进行如下数制转换。

【解答】

1．$(120)_{10}=(1111000)_2$　2．$(39)_{10}=(54)_7$　3．$(97)_6=(61)_{10}=(3D)_{16}$

【习题 1-2】 分别进行如下数制转换，要求转换误差 $\varepsilon<10^{-2}$ 。

【解答】

1．$(22.37)_{10}=(00010110.0101111)_2$　2．$(35.49)_{10}=(55.253)_6$

3．$(16.68)_{10}=(10.AE)_{16}$

【习题 1-3】 分别写出如下十进制数对应的二进制数、八进制数、十六进制数。

【解答】

1．$(28.5)_{10}=(11100.1)_2=(34.4)_8=(1C.8)_{16}=(0010\ \ 1000\,.\,0101)_{8421BCD}$

2．$(38.75)_{10}=(100110.11)_2=(46.6)_8=(26.C)_{16}$

$=(0011\ \ 1000\,.\,0111\ \ 0101)_{8421BCD}$

3．$(7.125)_{10}=(111.001)_2=(7.1)_8=(7.2)_{16}=\left(0111\,.\,0001\ \ 0010\ \ 0101\right)_{8421BCD}$

【习题 1-4】 分别写出如下符号数的 8-bit 二进制原码、反码和补码。

【解答】

1．$(+45)_{10}=(00101101)_{原码}=(00101101)_{反码}=(00101101)_{补码}$

2．$(-37)_{10}=(10100101)_{原码}=(11011010)_{反码}=(11011011)_{补码}$

3．$(-47)_{10}=(10101111)_{原码}=(11010000)_{反码}=(11010001)_{补码}$

【习题 1-5】 分别写出如下符号数的二进制原码、反码和补码。

【解答】

1．$(+17.5)_{10}=(010001.10)_{原码}=(010001.10)_{反码}=(010001.10)_{补码}$

2．$(-12.75)_{10}=(101100.11)_{原码}=(110011.00)_{反码}=(110011.01)_{补码}$

3．$(-9.25)_{10}=(101001.01)_{原码}=(110110.10)_{反码}=(110110.11)_{补码}$

【习题 1-6】 填空。

【解答】

1．反，原，补　　2．1101010，1010110　　3．11100010，　10011101，　10011110

【习题 1-7】 填空。

【解答】

1．$(F6.A)_{16}=(246.625)_{10}=(366.5)_{8}=(001001000110.011000100101)_{8421BCD}$

2．$(B2.8)_{16}=(262.4)_{8}=(178.5)_{10}=\left(10110010.1\right)_{2}$

$=(010010101011.1000)_{余3码}$

3．$(102)_{8}=(01000010)_{2}=(\ 66\ )_{10}=(01100011)_{格雷码}$

【习题 1-8】 选择。

【解答】

1．A　　　2．A

【习题 1-9】 试用 8 位二进制补码完成下列十进制数的运算。

【解答】

1．$(+78)_{10}+(+35)_{10}=(01001110)_{补}+(00100011)_{补}=(01110001)_{补}$

$=(113)_{10}$　　无溢出

2．$(-56)_{10}-(41)_{10}=(11001000)_{补}+(11010111)_{补}=(10011111)_{补}$

$=(-97)_{10}$　　无溢出

3．$(-81)_{10}+(-49)_{10}=(10101111)_{补}+(11001111)_{补}=(01111110)_{补}$

$\neq(-130)_{10}$　　有溢出

4．$(-93)_{10}+(+49)_{10}=(10100011)_{补}+(00110001)_{补}=(11010100)_{补}$

$=(-44)_{10}$　　无溢出

5．$(+67)_{10}+(+72)_{10}=(01000011)_{补}+(01001000)_{补}=(10001011)_{补}$

$\neq(139)_{10}$　　有溢出

【习题 1-10】 设 $A=-(27.625)_{10}$， $B=+(20)_{10}$，求：

【解答】

1．$(A)_{补}=100100.011$　　2．$(B)_{补}=010100$　　3．$(A\times B)_{补}=10111010111.1$

4．$(A+B)_{补}=111000.011$　　5．$(A-B)_{补}=11010000.011$

【习题 1-11】 已知浮点数 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 0000 的第 1 位是符号位，第 2～9 位是阶码，其余位为尾数，试求其对应的十进制数。

【解答】

1．符号位=1，所以该数为负数；

2．有效数=尾数前面加‘1.’，所以，有效数=1.1；

3．指数 = 阶码−偏移量 127 = 01111010−01111111 = −5；

4．有效数的小数点左移 5 位 ，所以，有效数 = 0.000011；

5．$-(0.000011)_{2}=-(0.046875)_{10}$。

V. Exercises

【Exercise 1-1】 Perform the following number system conversions.

1．$(120)_{10}=(\quad)_2$ 2．$(39)_{10}=(\quad)_7$ 3．$(97)_6=(\quad)_{16}$

【Exercise 1-2】 Convert the following decimal numbers, keeping the conversion error ε smaller than 10^{-2}.

1．$(22.37)_{10}=(\quad)_2$ 2．$(35.49)_{10}=(\quad)_6$ 3．$(16.68)_{10}=(\quad)_{16}$

【Exercise 1-3】 Convert the following decimal numbers into binary, octal and hexadecimal.

1．$(28.5)_{10}$ 2．$(38.75)_{10}$ 3．$(16.125)_{10}$

【Exercise 1-4】Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

1．$(+45)_{10}$ 2．$(-37)_{10}$ 3．$(-47)_{10}$

【Exercise 1-5】Write the 8-bit signed-magnitude, two's complement and ones' complement representations for each of these decimal numbers.

1．$(+17.5)_{10}$ 2．$(-12.75)_{10}$ 3．$(-9.25)_{10}$

【Exercise 1-6】 Fill in the blanks.

1．Knowing that the equivalent signed-magnitude, two's complement and ones' complement codes (the order is not sure) of a decimal numbers are 10010101, 11101010 and 10010110, then 10010101 is (　　　)representation, 11101010 is(　　　)representation, 10010110 is(　　　)representation.

2．Knowing that the two's complement of one number is 1010101, then the corresponding signed-magnitude is(　　　　　), and the two's complement is(　　　　　).

3．Knowing that(10011101), (11100010) and (10011110)are the signed-magnitude, two's complement and ones' complement represents (the order is not sure), then (　　　　)is the signed-magnitude, (　　　　)is two's complement, and(　　　　)is ones' complement.

【Exercise 1-7】 Fill in the blanks

1．$(F6.A)_{16}=(\quad)_{10}=(\quad)_8=(\quad)_{8421BCD}$

2．$(B2.5)_{16}=(\quad)_8=(\quad)_2=(\quad)_{余3码}$

3．$(102)_8=(\quad)_2=(\quad)_{10}=(\quad)_{格雷码}$

【Exercise 1-8】 Choose the correct answer.

1．The 5121BCD code of $(36.7)_{10}$ is(　　).

A．00110110.0111 B．00111100.1110

C．01101001.1010 D．00110110.1110

2．The 2421BCD code of the decimal digit is (　　)

A．$(110100101100)_{2421BCD}$ B．$(011110000110)_{2421BCD}$

C．$(110110000110)_{2421BCD}$ D．$(011100100110)_{2421BCD}$

【Exercise 1-9】 Add the following pairs of decimal numbers with the corresponding 8-bit two's complement represents, indicating whether or not overflow occurs.

1．$(+78)_{10}+(+35)_{10}$ 2．$(-56)_{10}-(41)_{10}$ 3．$(-81)_{10}+(-49)_{10}$

4．$(-93)_{10}+(+49)_{10}$ 5．$(+67)_{10}+(+72)_{10}$

【Exercise 1-10】Suppose that $A=-(27.625)_{10}$ and $B=+(20)_{10}$. Then finish the following computation.

1．$(A)_{\text{two's complement}}$ 2．$(B)_{\text{two's complement}}$ 3．$(A\times B)_{\text{two's complement}}$

4．$(A+B)_{\text{two's complement}}$ 5．$(A-B)_{\text{two's complement}}$

【Exercise 1-11】 Knowing that the floating-point digital 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 0000 represents 1 sign bit in the beginning, 8 exponent bits in the middle, and 23 mantissa bits in the end. Convert this floating-point binary into decimal.

VI. Exercises Solutions

【Exercise 1-1】 Perform the following number system conversions.

【Solution】

1．$(120)_{10}$ =$(1111000)_2$ 2．$(39)_{10}$ =$(54)_7$ 3．$(97)_6$ =$(61)_{10}$=$(3D)_{16}$

【Exercise 1-2】 Convert the following decimal numbers, keeping the conversion error ε smaller than 10^{-2}.

【Solution】

1．$(22.37)_{10}$ =$(00010110.0101111)_2$ 2．$(35.49)_{10}$=$(55.253)_6$ 3．$(16.68)_{10}$=$(10.AE)_{16}$

【Exercise 1-3】 Convert the following decimal numbers into binary, octal and hexadecimal.

【Solution】

1．$(28.5)_{10}$=$(11100.1)_2$=$(34.4)_8$=$(1C.8)_{16}$=$(0010\ 1000.0101)_{8421BCD码}$

2．$(38.75)_{10}$=$(100110.11)_2$=$(46.6)_8$=$(26.C)_{16}$=$(0011\ 1000．0111\ 0101)_{8421BCD码}$

3．$(7.125)_{10}$=$(111.001)_2$=$(7.1)_8$=$(7.2)_{16}$=$(0111.000100100101)_{8421BCD码}$

【Exercise 1-4】 Write the 8-bit signed-magnitude, two’s complement and ones’ complement representations for each of these decimal numbers.

【Solution】

1．$(+45)_{10}$=$(00101101)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(00101101)_{\text{ones' complement}}$ =$(00101101)_{\text{two's complement}}$

2．$(-37)_{10}$=$(10100101)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(11011010)_{\text{ones' complement}}$ =$(11011011)_{\text{two's complement}}$

3．$(-47)_{10}$ =$(10101111)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(11010000)_{\text{ones' complement}}$ =$(11010001)_{\text{two's complement}}$

【Exercise 1-5】 Write the 8-bit signed-magnitude, two’s complement and ones’ complement representations for each of these decimal numbers.

【Solution】

1．$(+17.5)_{10}$=$(010001.10)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(010001.10)_{\text{ones' complement}}$ =$(010001.10)_{\text{two's complement}}$

2．$(-12.75)_{10}$=$(101100.11)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(110011.00)_{\text{ones' complement}}$ =$(110011.01)_{\text{two's complement}}$

3．$(-9.25)_{10}$=$(101001.01)_{\text{signed-magnitude}}$ =$(110110.10)_{\text{ones' complement}}$ =$(110110.11)_{\text{two's complement}}$

【Exercise 1-6】 Fill in the blanks.

1．Knowing that the equivalent signed-magnitude, two’s complement and ones’ complement codes (the order is not sure) of a decimal numbers are 10010101, 11101010 and 10010110, then 10010101 is (　　　　)representation, 11101010 is(　　　　)representation, 10010110 is(　　　　)representation.

2. Knowing that the two’s complement of one number is 1010101, then the corresponding signed-magnitude is(　　　　　　　), and the two’s complement is(　　　　　　).

3．Knowing that(10011101), (11100010) and (10011110)are the signed-magnitude, two’s complement and ones’ complement represents (the order is not sure), then (　　　　　　)is the signed-magnitude,(　　　　)is two’s complement, and(　　　　)is ones’ complement.

【Solution】

1．two’s complement, signed-magnitude and ones’ complement

2．1101010，1010110　　3．11100010,　10011101,　10011110

【Exercise 1-7】 Fill in the blanks.

【Solution】

1．$(F6.A)_{16} = (246.625)_{10} = (366.5)_8 = (001001000110.011000100101)_{8421BCD}$

2．$(B2.8)_{16} = (262.4)_8 = (178.5)_{10} = (010010101011.1000)_{\text{Excess-3 code}}$

3．$(102)_8 = (001000010)_2 = (66)_{10} = (001100011)_{\text{Gray code}}$

【Exercise 1-8】 Choose the correct answer.

【Solution】

1．C　　　2．A

【Exercise 1-9】 Add the following pairs of decimal numbers with the corresponding 8-bit two's complement represents, indicating whether or not overflow occurs.

【Solution】

1．$(+78)_{10} + (+35)_{10} = (01001110)_{\text{two's complement}} + (00100011)_{\text{two's complement}}$

$= (01110001)_{\text{two's complement}} = (113)_{10}$　　without overflow

2．$(-56)_{10} - (41)_{10} = (11001000)_{\text{two's complement}} + (11010111)_{\text{two's complement}}$

$= (10011111)_{\text{two's complement}} = (-97)_{10}$　　without overflow

3．$(-81)_{10} + (-49)_{10} = (10101111)_{\text{two's complement}} + (11001111)_{\text{two's complement}}$

$= (01111110)_{\text{two's complement}} \neq (-130)_{10}$　　with overflow

4．$(-93)_{10} + (+49)_{10} = (10100011)_{\text{two's complement}} + (00110001)_{\text{two's complement}}$

$= (11010100)_{\text{two's complement}} = (-44)_{10}$　　without overflow

5．$(+67)_{10} + (+72)_{10} = (01100011)_{\text{two's complement}} + (01101000)_{\text{two's complement}} = (11001011)_{补}$

$\neq (139)_{10}$　　with overflow

【Exercise 1-10】 Suppose that $A = -(27.625)_{10}$ and $B = +(20)_{10}$. Then finish the following computation.

【Solution】

1．$(A)_{\text{two's complement}} = 100100.011$　　2．$(B)_{\text{two's complement}} = 010100$

3．$(A\times B)_{\text{two's complement}} = 1011101011.1$　　4．$(A+B)_{\text{two's complement}} = 1000.011$

5．$(A-B)_{\text{two's complement}} = 1010000.011$

【Exercise 1-11】 Knowing that the floating-point digital 1011 1101 0100 0000 0000 0000 0000 0000 represents 1 sign bit in the beginning, 8 exponent bits in the middle, and 23 mantissa bits in the end. Convert this floating-point binary into decimal.

【Solution】

1．Sign=1 → it is negative

2．index =01111010--01111111 → index=–5

3．Terminal = 0.100 0000 0000 0000 0000 0000+1 → terminal=1.1

4．real number =move the radix point of the terminal number to the left for five bits → real number = –0.000011

5．decimal= $-(0.046875)_{10}$